

А. Л. ГРОХОЛЬСКИЙ, Э. Л. КАЩЕЕВ, Н. Ф. ШМОЙЛОВ

(Новосибирск)

О ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТАБИЛЬНОСТИ ЕМКОСТИ РАЗЛИЧНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ФОРМ ОБРАЗЦОВЫХ КОНДЕНСАТОРОВ

Рассмотрены факторы, влияющие на температурную стабильность емкости образцовых конденсаторов различных конструктивных форм — плоской, коаксиально-цилиндрической, сферической, полусферической. Установлена степень влияния различных факторов. Получены выражения для относительного изменения емкости конденсаторов различных конструктивных форм при возможных смещениях электродов. Показано, что получить достаточно высокую стабильность емкости можно только в цилиндрическом или сферическом (полусферическом) конденсаторе.

В последние годы в технике измерения параметров электрических цепей и систем широкое развитие получили трансформаторные измерительные мосты. Преимущества этих мостов, делающие их весьма перспективными, достаточно подробно исследованы в многочисленных работах. Достаточно сослаться на одну из последних обзорных статей [1], содержащую обширную библиографию.

Одно из ценных свойств трансформаторных мостов заключается в том, что переключение пределов измерения моста и его уравнивание может осуществляться с помощью соответствующей коммутации обмоток трансформатора. Это позволяет использовать в трансформаторных мостах в качестве образцовой меры один или несколько беспотерных конденсаторов постоянной емкости, имеющих высокий класс точности, что в сочетании с высокой точностью плечевых отношений трансформаторов позволяет создавать мосты высокого класса как с ручным, так и с автоматическим уравниванием. Таким образом, одной из задач, возникающих при разработке точного измерительного прибора, является создание встроенной образцовой меры, обладающей малыми потерями и высокой температурной и временной стабильностью. Конструкция такой образцовой меры должна допускать ее использование в переносной аппаратуре.

Перечисленным требованиям в наибольшей степени удовлетворяют трехзажимные беспотерные конденсаторы с воздушным диэлектриком. Электроды таких конденсаторов могут иметь различные конструктивные формы — плоскопараллельную, коаксиально-цилиндрическую, сферическую, полусферическую. При выборе той или иной конструкции следует исходить из возможности получения необходимой стабильности емкости конденсатора. Работы, по результатам которых можно было бы

сравнивать стабильность емкости конденсаторов различных конструктивных форм, отсутствуют. Поэтому нами делается попытка восполнить этот пробел и дать некоторые рекомендации по выбору конструктивных форм электродов образцовых конденсаторов и расчету стабильности их емкости.

Емкость у конденсатора с воздушным диэлектриком может изменяться:

1) из-за изменения диэлектрической проницаемости воздуха под действием колебаний температуры, давления и влажности воздуха;

2) за счет изменения геометрических размеров электродов под действием колебаний температуры;

3) в результате изменения относительного положения электродов за счет теплового расширения и внутренних напряжений в опорных изоляторах и других конструктивных элементах.

Рассмотрим влияние каждого из этих факторов в отдельности. Как известно, значения емкости плоского (рис. 1, а), цилиндрического (см. рис. 1, б) и сферического (см. рис. 1, в) конденсаторов выражают соответственно следующими формулами:

Рис. 1.

$$C = \frac{\epsilon S}{d}; \quad (1)$$

$$C = \frac{\pi \epsilon l}{\ln \frac{D_2}{D_1}}; \quad (2)$$

$$C = \frac{2\pi \epsilon D_1 D_2}{D_2 - D_1}. \quad (3)$$

Как видно из этих выражений, величина диэлектрической проницаемости входит всюду в виде множителя, поэтому влияние изменения ϵ для конденсаторов различных конструкций будет одинаковым. Диэлектрическую проницаемость воздуха можно подсчитать при любой температуре давления и влажности по формуле Вольперта [2]. Расчеты показывают, что при отклонении температуры воздуха на $\pm 5^\circ \text{C}$, влажности на $\pm 20\%$ и атмосферного давления на $\pm 20 \text{ мм рт. ст.}$ от стандартных значений (20°C , 60% , 760 мм рт. ст.) относительное изменение диэлектрической проницаемости составит $6 \cdot 10^{-5}$. Очевидно, что нестабильность емкости негерметизированного конденсатора будет определяться этой же величиной.

Если металл, из которого изготовлены электроды конденсаторов (см. рис. 1), однороден, то форма электродов при некоторой температуре t_1 подобна форме, которую они имеют при некоторой начальной температуре t_0 , и все геометрические размеры электродов при температуре t_1 пропорциональны тем же размерам при температуре t_0 , причем коэффициент пропорциональности равен $(1 + \alpha \Delta t)$, где α — коэффициент линейного расширения материала, а Δt — разность температур $t_1 - t_0$. Нетрудно убедиться, что емкость конденсатора любой из рассмотренных конструктивных форм при температуре t_1 будет равна

$$C_{t_1} = C_{t_0} (1 + \alpha \Delta t), \quad (4)$$

а относительное изменение емкости определится

$$\delta C = \frac{C_{t_1} - C_{t_0}}{C_{t_0}} = \alpha \Delta t. \quad (5)$$

Если электроды конденсатора изготовлены из меди ($\alpha = 16,5 \cdot 10^{-6}$), а колебания температуры составляют $\pm 5^\circ \text{C}$, то относительная нестабильность емкости за счет изменения размеров электродов составит $8,25 \cdot 10^{-5}$.

Перейдем к рассмотрению нестабильности емкости за счет изменения относительного положения электродов. В литературе приводятся выражения для вычисления емкости конденсаторов со смещенными электродами, например для анаксиального цилиндрического конденсатора [3] и анаксиального сферического конденсатора [4]. Однако эти выражения не позволяют сравнивать между собой различные конструктивные формы. Поэтому для всех рассматриваемых конструктивных форм авторами получены выражения в виде разложения в ряд:

$$C_{\text{см}} = C_0 (1 + K_1 \Delta + K_2 \Delta^2 + \dots), \quad (6)$$

где K_1 и K_2 — коэффициенты ряда;

Δ — абсолютная величина смещения электродов.

Ввиду малости Δ мы всюду ограничились членами, содержащими Δ во второй степени. В этом случае величина $K_1 \Delta + K_2 \Delta^2$ представляет собой относительное изменение емкости за счет смещения электродов. Результаты проведенного анализа представлены в таблице. Значение емкости конденсатора со смещенными электродами в графе 1 получено путем вычисления общей площади двух круглых дисков. Графы 2—4 в пояснениях не нуждаются. Значение емкости в графе 5 получено путем преобразования выражения, приведенного в [3], а значение емкости в графе 6 — путем преобразования выражения, приведенного в [5]. Выражения для емкости сферического и полусферического конденсаторов (графы 7—11) находятся исходя из общего выражения для емкости

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (7)$$

Заряд подсчитывается как поток вектора D сквозь сферу, которая находится между сферами, образующими конденсатор:

$$Q = \int_s D ds = \varepsilon \int_s E ds. \quad (8)$$

Этот интеграл вычисляется следующим образом. Центр сферических координат поместим в центр внешней сферы O (рис. 2). Пусть r_0, Θ_0, φ_0 — координаты центра смещенной внутренней сферы. Из-за малости смещения полагаем, что радиус внешней сферы и продолжение радиуса r_2 внутренней сферы совпадают, и можно считать

$$h = r_1 - OB. \quad (9)$$

Напряженность поля принимаем постоянной вдоль всей длины h и равной

$$E = \frac{V_1 - V_2}{h}, \quad (10)$$

где V_1 и V_2 — потенциалы сфер.

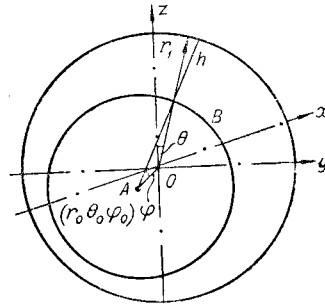
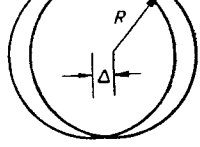
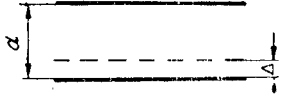
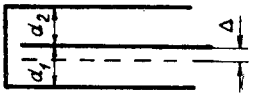
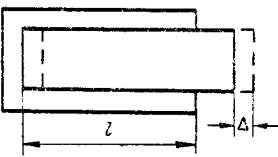
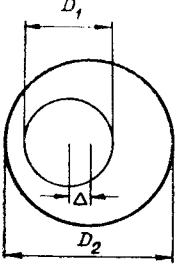
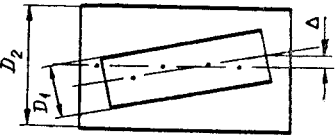
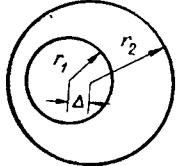


Рис. 2.

| | | | | |
|---|--------------------|---|------------------------------------|--|
| 1 | Плоскопараллельная |  | $-\frac{2}{\pi R} \Delta$ | 0 |
| 2 | |  | $\pm \frac{1}{d} \Delta$ | $\pm \frac{1}{d^2} \Delta^2$ |
| 3 | |  | $\frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} \Delta$ | $\left(\frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_1 d_2} + \frac{1}{d_2^2} \right) \Delta^2$ |
| 4 | Цилиндрическая |  | $\pm \frac{1}{l} \Delta$ | 0 |
| 5 | |  | 0 | $\frac{4}{\ln \frac{D_1}{D_2} (D_1^2 - D_2^2)} \Delta^2$ |
| 6 | |  | 0 | $\frac{1}{3D_2 \ln \frac{D_1}{D_2}} \Delta^2$ |
| 7 | Сферическая |  | 0 | $\left[\frac{1}{2r_1 r_2} \left(1 + \frac{r_2}{r_1 - r_2} \right) - \frac{1 + 3r_1^2}{(r_1 - r_2)^2} \right] \Delta^2$ |

| № п. п. | Форма | Смещение | $K_1 \Delta$ | $K_2 \Delta^2$ |
|---------|-----------------|----------|--|--|
| 8 | Полусферическая | | $-\frac{1}{2r_1} \Delta$ | $\frac{2r_2 - r_1}{3r_2(r_1 - r_2)^2} \Delta^2$ |
| 9 | | | 0 | $\left\{ \frac{1}{2(r_1 - r_2)} \left[\left(1 + \frac{r_1}{r_2} \right) \times \right. \right. \right.$ $\left. \left. \times \frac{1}{3(r_1 - r_2)} - \frac{1}{r_2} \right] \right\} \Delta^2$ |
| 10 | | | $\frac{r_2 - r_3}{2r_2(r_1 - r_3)} \Delta$ | $\left\{ \frac{r_1(2r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}{3r_2^2(r_1 - r_3)(r_1 - r_2)^2} + \right.$ $\left. + \frac{(r_1 - r_2)(2r_3 - r_2)}{3r_2(r_1 - r_3)(r_2 - r_3)^2} \right\} \Delta^2$ |
| 11 | | | — | — |

Согласно (7), (8), (10), получаем

$$C = \varepsilon \int_{\tilde{s}} \frac{1}{h} ds. \quad (11)$$

Для определения h необходимо найти OB . Переходя от сферических координат к декартовым, из треугольника OAB находим сторону OB . Подставляя выражения для OB в (9), получаем выражение для h . Возвращаясь к (11) и учитывая, что элемент поверхности в сферических координатах выражается

$$ds = r_1 r_2 \sin \theta d\theta, \quad (12)$$

получаем общее выражение для емкости при смещенных электродах

$$C_{\text{см}} = \varepsilon r_1 r_2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \frac{\sin \theta d\theta}{r_1 - \sqrt{r_2^2 - r_0^2 \{ 1 - [\sin \theta \sin \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0) + \cos \theta \cos \theta_0] \} - r_0 [\sin \theta \sin \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0) + \cos \theta \cos \theta_0]}} \quad (13)$$

Исходя из этого соотношения и устанавливая соответствующим образом пределы интегрирования и значения Θ_0 и Φ_0 , после интегрирования и разложения в ряд получаем выражения, приведенные в графах 7—10 (r_0 заменено Δ). В варианте, представленном в графе 11, двойной интеграл в элементарных функциях не выражается. Учет коэффициента при первой степени Δ показывает, что он равен 0. Горизонтальное смещение электродов может возникнуть в том случае, если основания, на которых они крепятся, установлены эксцентрично. Этот эксцентриситет в реальной конструкции может составить 0,1—0,2 мм. Это позволяет пренебречь горизонтальным смещением по сравнению с вертикальным (см. таблицу, графы 8 и 9). Составленная по результатам анализа таблица позволяет сделать следующие выводы:

1. Так как величина Δ много меньше геометрических размеров электродов и расстояния между электродами, то член ряда $K_1\Delta$ много меньше единицы, а член ряда $K_2\Delta^2$, в свою очередь, меньше члена $K_1\Delta$. Поэтому в тех случаях, когда член $K_1\Delta$ отсутствует, емкость конденсатора более стабильна.

2. В плоскопараллельном конденсаторе можно добиться равенства члена $K_1\Delta$ нулю, если выполнить конденсатор из нечетного числа электродов с равными расстояниями между ними ($d_1 = d_2$, графа 3). Стабильность емкости будет определяться точностью, с которой выдержано равенство расстояний. Смещение Δ вдоль оси (см. таблицу, графа 1) в рациональной конструкции может быть сведено до пренебрежимо малой величины.

3. В выражении для относительного изменения емкости цилиндрического конденсатора член $K_1\Delta$ имеется только в случае смещения электродов вдоль оси. Это смещение может быть скомпенсировано путем изготовления конструктивных элементов из металлов с различными температурными коэффициентами расширения. В настоящее время разработано несколько конструкций высокостабильных термокомпенсированных цилиндрических конденсаторов с емкостью от долей пикофарды до 100 нф [6—8].

4. Изготовление термокомпенсированных цилиндрических конденсаторов с емкостью выше 100 нф затруднительно, поэтому для таких конденсаторов целесообразно применять сферическую или полусферическую форму электродов. В выражении для относительного изменения емкости полусферического конденсатора имеется член $K_1\Delta$. Абсолютная величина Δ будет определяться температурным расширением изолятора между основаниями, на которых крепятся электроды. Выбирая достаточно тонкий изолятор, можно добиться настолько малой величины Δ , что изменение емкости за счет смещения электродов окажется меньше изменения емкости за счет прочих факторов, даже без термокомпенсации.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Грохольский, К. М. Соболевский. Мосты переменного тока с индуктивно связанными плечевыми элементами.— *Автоматрия*, 1965, № 1.
2. Справочник по электротехническим материалам, т. 1, ч. 1. Под ред. Ю. Б. Корицкого и Б. М. Тареева. М.—Л., Госэнергоиздат, 1958.
3. Х. Мейнке, Ф. Гундлах. Радиотехнический справочник, т. 1. М.—Л., Госэнергоиздат, 1960.
4. Смайт. Электростатика и электродинамика. М., Изд-во иностр. лит., 1954.
5. G. Zickner. Einregelbares absolutes Normal der Kapazität.— *Archiv für Elektrotechnik*, 1955, Bd. XIII, H. 2.

6. M. C. McGregor, I. F. Hersh, R. D. Cutcosky, F. K. Harris and F. R. Kotter. New Apparatus at the National Bureau of Standards for Absolute Capacitance Measurement.— IRE Trans. on Instrument., 1958, v. 1—7, № 3—4.
7. А. Л. Грохольский. Образцовый трехэлектродный конденсатор. Авторское свидетельство № 169699. Бюллетень изобретений, 1965, № 7.
8. А. Л. Грохольский. Магазин малых емкостей. Авторское свидетельство № 169696. Бюллетень изобретений, 1965, № 7.

*Поступила в редакцию
10 января 1966 г.,
окончательный вариант —
10 февраля 1966 г.*
