

А К А Д Е М И Я Н А У К С С Р  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 2

1966

УДК 621.317.322

С. Т. ВАСЬКОВ  
(Новосибирск)

О ПОГРЕШНОСТИХ ЦИФРОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ  
ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С УСТРОЙСТВАМИ ФОРМИРОВАНИЯ  
ОПОРНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Дана методика вычисления погрешностей измерения периодических напряжений по действующему значению для двух типов цифровых приборов с устройствами формирования опорного напряжения (ФОН). Аналитически получены зависимости погрешностей от фазовых и амплитудных искажений в канале ФОН для напряжений, форма которых может быть представлена кривой с центральной симметрией. Приведены графические зависимости погрешностей измерения от частоты для реальных схем ФОН.

В публикуемой в этом номере журнала статье «Цифровой милливольтметр переменного тока» рассматривается принцип действия цифрового прибора переменного тока с использованием устройства формирования опорного напряжения (ФОН).

Прибор основан на компенсационном принципе измерения. В качестве опорного напряжения, из которого формируется компенсационное  $u_k$ , используется стабилизированное и калиброванное по действующему значению измеряемое напряжение. При этом форма опорного напряжения сохраняется возможно более близкой к форме измеряемого  $u_x$ . Разность компенсационного и измеряемого напряжений  $u_k - u_x$  подается на вход устройства сравнения, функция которого заключается в установлении момента равенства действующих значений указанных напряжений. Поскольку из-за искажений в канале ФОН формы напряжений совпадают неполностью, разность  $u_k - u_x$  не может быть сведена к нулю при любой величине  $u_k$ .

Для такого рода цифровых измерительных приборов в [1] показана принципиальная возможность использования в качестве устройства сравнения простых умножающих схем, в частности устройств типа синхронных детекторов. При этом в силу неполного совпадения форм измеряемого и компенсационного напряжений использование указанных устройств приводит к появлению методических погрешностей при измерении действующих значений.

Оценим величины этих погрешностей в зависимости от различного вида искажений, которым подвергается сигнал при прохождении через канал формирования опорного напряжения.

Предварительно необходимо сделать следующее замечание. При оценке искажений в канале ФОН, по-видимому, наилучшим вариантом анализа было бы установление связи между допустимой погрешностью

измерения и соответствующей ей амплитудно-фазовой характеристикой устройства ФОН при заданном принципе действия устройства сравнения. Однако определение такой однозначной связи едва ли возможно, поскольку численная величина погрешности не содержит информации о временной функции, описывающей опорное напряжение. Поэтому приходится принять следующую методику определения погрешностей. На основе известного принципа действия устройства сравнения устанавливается зависимость погрешности от отдельных видов искажений (амплитудно-, фазочастотных и нелинейных). Затем, зная амплитудно-фазовые и амплитудные характеристики реальных устройств ФОН, можно определить количественное значение погрешности в зависимости от вида измеряемых напряжений.

Обозначим  $u_x(t)$  и  $u_k(t)$  соответственно измеряемое и компенсационное напряжения. На вход устройства сравнения подается  $\alpha(t) = u_x(t) - u_k(t)$ . Если устройство сравнения работает как синхронный детектор, то в момент равновесия схемы справедливо следующее равенство [1]:

$$\frac{1}{T} \left[ \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \int_{\psi_{k-1}}^{\psi_k} \alpha(t) dt \right] = 0. \quad (1)$$

Здесь  $T$  — период измеряемого напряжения;

$\psi_k$  — моменты перехода напряжения  $u_k$  через 0.

Решая уравнение (1), можно найти соотношение действующих значений  $U_k$  и  $U_x$ , которое позволяет определить методическую погрешность измерения.

Основная трудность при решении (1) состоит в определении моментов времени  $\psi_k$ , которые принципиально могут быть найдены из уравнения

$$u_k = f(a_1, \dots, a_k, \dots, a_n; \varphi_1, \dots, \varphi_k, \dots, \varphi_n; t) = 0, \quad (2)$$

где  $a_k = \frac{U_{m_k}}{U_{m_1}}$  — отношение амплитуд  $k$ -й и первой гармоник разложения в ряд Фурье напряжения  $u_k$ ;

$\varphi_k$  — начальная фаза  $k$ -й гармоники.

Известно, что уравнение (2) может быть решено аналитически точно только в некоторых частных случаях, когда  $u_k$  представляет собой сумму первой и второй гармоник при любом  $\varphi_2$ , сумму первой и третьей или первой и четвертой гармоник при  $\varphi_3$  и  $\varphi_4$ , равных 0 или  $180^\circ$ .

Попытаемся поэтому найти приближенное решение уравнения (2) для частных видов компенсационных напряжений  $u_k$ , определяемых спецификой рассматриваемого способа измерения.

Будем считать, что измеряемое напряжение равно

$$u_x(t) = U_{x_1} \sum_{k=1}^n a_k \sin k \omega t, \quad (3)$$

т. е. измеряемое напряжение имеет форму кривой с центральной симметрией. Кроме того, рассмотрим такие кривые, которые имеют только два перехода через 0 в течение периода. Найдем выражение для погрешностей в случае только фазовых искажений в канале ФОН.

Тогда

$$u_k(t) = U_{k_1} \sum_{k=1}^n a_k \sin(k \omega t + \varphi_k). \quad (4)$$

Учтем, что фазовые сдвиги отдельных составляющих  $\varphi_k$  малы, так как устройство ФОН не должно вносить значительных искажений. Это позволяет для определения момента перехода напряжения  $u_k$  через ось  $\omega t$  в области  $\omega t = 0$  записать следующее уравнение:

$$U_{k_1} \sum_{k=1}^n a_k (k \varphi_0 + \varphi_k) = 0, \quad (5)$$

где  $\varphi_0$  — расстояние по оси  $\omega t$  от начала координат до точки пересечения кривой напряжения  $u_k$  с этой осью в рад.

Аналогично можно выразить соотношения для нахождения расстояния от точки  $\pi$  до момента перехода функцией  $u_k$  через ось  $\omega t$ :

$$U_{k_1} \sum_{k=1}^n a_k [(-1)^k (k \varphi_\pi + \varphi_k)] = 0. \quad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) следуют выражения для искомых пределов интегрирования в (1):

$$\varphi_0 = - \frac{\sum_{k=1}^n a_k \varphi_k}{\sum_{k=1}^n k a_k}; \quad \varphi_\pi = - \frac{\sum_{k=1}^n (-1)^k a_k \varphi_k}{\sum_{k=1}^n (-1)^k k a_k}. \quad (7)$$

Устройство сравнения выполняет операции, которые на основании (1) можно представить следующим образом:

$$\int_{\varphi_0}^{\pi + \varphi_\pi} (u_x - u_k) d(\omega t) - \int_{\pi + \varphi_0}^{2\pi + \varphi_\pi} (u_x - u_k) d(\omega t) = 0. \quad (8)$$

Используя выражения (3) и (4) для  $u_x(t)$  и  $u_k(t)$ , получим зависимость погрешности измерения  $\delta_\varphi$  от фазовых искажений

$$\delta_\varphi = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k} [\cos(k \varphi_0 + \varphi_k) + (-1)^{k+1} \cos(k \varphi_\pi + \varphi_k)]}{\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k} [\cos k \varphi_0 + (-1)^k \cos k \varphi_\pi]}. \quad (9)$$

Если измеряемое напряжение чисто синусоидальное, то выражение для  $\delta_\varphi$  приобретет очень простой вид:

$$\delta_\varphi \cong -\frac{\varphi^2}{2}.$$

Рассмотрим теперь влияние амплитудных искажений на точность измерения. При этом измеряемое напряжение по-прежнему запишем в виде (3), а компенсационное напряжение как

$$u_k(t) = U_{k_1} \sum_{k=1}^n b_k \sin k \omega t. \quad (10)$$

Точки перехода напряжения  $u_k$  через ось  $\omega t$  будут соответствовать  $\omega t=0$  и  $\omega t=\pi$ , так как фазовые искажения отсутствуют, а исходная кривая обладает центральной симметрией. Результаты вычислений по формуле (1) дают следующее отношение действующих значений:

$$\frac{U_x}{U_k} = \frac{U_{x_1}}{U_{k_1}} \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n a_k^2}{\sum_{k=1}^n b_k^2}}. \quad (11)$$

Используя связь между  $U_x$  и  $U_k$ , найдем выражение для погрешности  $\delta_a$ , определяемой амплитудными искажениями:

$$\delta_a = 1 - \frac{\sum_{m=1}^n \frac{b_m}{m}}{\sum_{m=1}^n \frac{a_m}{m}} \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n a_k^2}{\sum_{k=1}^n b_k^2}}, \quad (12)$$

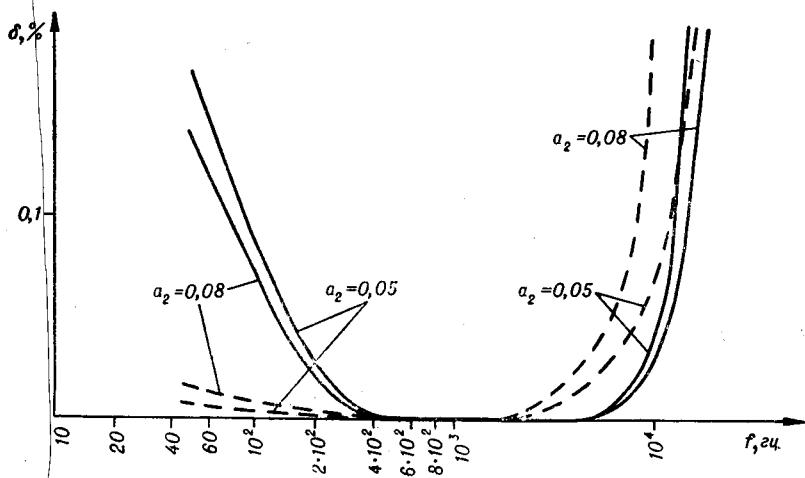
где  $m$  — целые нечетные числа 1, 3, 5, . . .

Полученные выражения (9) и (12) позволяют, как говорилось выше, найти численные значения погрешностей для заданных амплитудно-фазовых характеристик каналов ФОН.

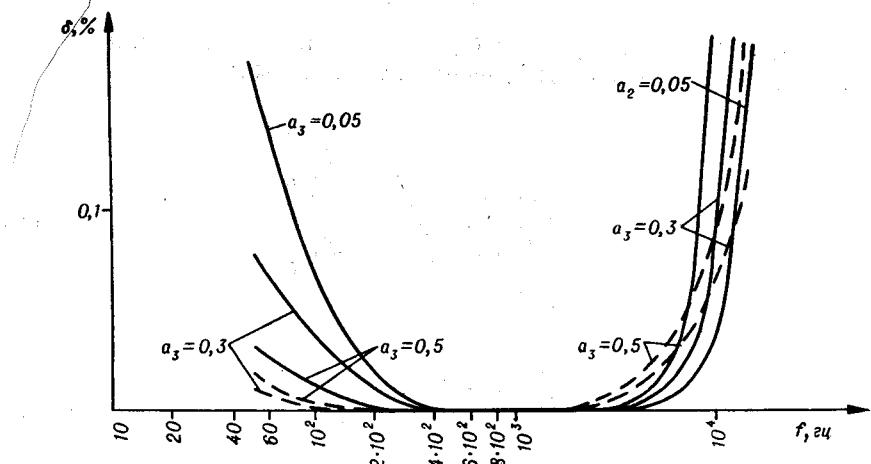
На рис. 1, 2, 3 приведены графические зависимости погрешностей измерения от частоты первой гармонической составляющей измеряемого напряжения для одного из реальных устройств ФОН, использованного в цифровом приборе. Усилитель упомянутого устройства имел равномерную амплитудную и фазовую характеристики в диапазоне 50 гц — 20 кгц. Сдвиг по фазе на частотах 50 гц и 20 кгц соответствовал +4,5 и —4°. Отклонение коэффициента усиления на указанных частотах от его значения на средних частотах составляло 1—2%.

На рис. 1 и 2 сплошными линиями изображены зависимости  $\delta_\varphi = \varphi(f)$ , подсчитанные по выражению (9) и характеризующие влияние фазовых искажений на погрешность измерения. Рис. 1 соответствует случаю, когда измеряемое напряжение состоит из первой и второй гармоник, рис. 2 соответствует случаю, когда измеряемое напряжение состоит из первой и третьей гармоник.

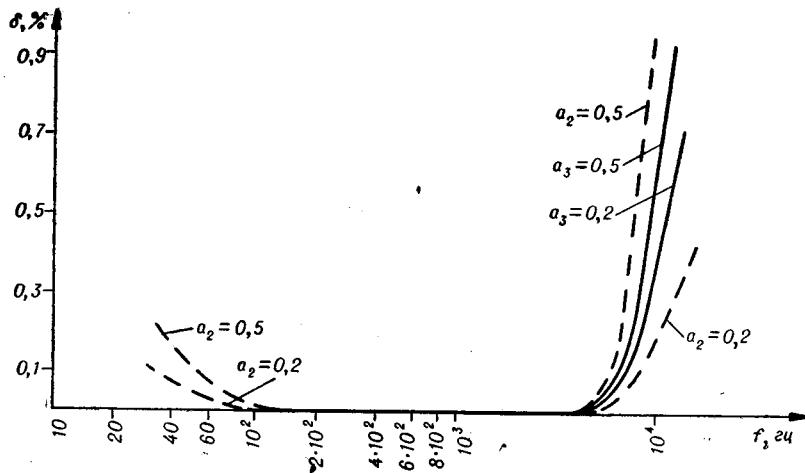
На рис. 3 приведены зависимости  $\delta_a = \varphi(f)$ , подсчитанные по выражению (12) и характеризующие влияние амплитудных искажений на погрешность измерения. При этом сплошные линии соответствуют случаю, когда измеряемое напряжение состоит из первой и третьей гармоник, пунктирные линии — измеряемое напряжение состоит из первой и второй гармоник.



Puc. 1.



Puc. 2.



Puc. 3.

При оценке влияния нелинейных искажений в канале ФОН на погрешность измерения мало знать коэффициент нелинейных искажений, определяемый обычно для усилителей низкой частоты, так как в зависимости от формы измеряемого напряжения погрешность может быть разной. Полные сведения о нелинейных искажениях могут быть получены только на основе знания амплитудной характеристики, которую имеет усилитель ФОН. Для большинства усилительных элементов (лампа, транзистор) функция  $u_{\text{вых}} = f(u_{\text{вх}})$  может быть с высокой степенью точности аппроксимирована полиномом второй степени:

$$u_{\text{вых}} = \gamma_1 u_{\text{вх}} + \gamma_2 u_{\text{вх}}^2. \quad (13)$$

Если выходной каскад устройства выполнен двухтактным, то  $u_{\text{вых}} = f(u_{\text{вх}})$  можно выразить в виде полинома третьей степени:

$$u_{\text{вых}} = \gamma_1 u_{\text{вх}} + \gamma_3 u_{\text{вх}}^3. \quad (14)$$

Подставляя в приведенные равенства заданное выражение входного напряжения, можно определить компенсационное напряжение  $u_k$  и точки перехода этого напряжения через ось  $\omega t$ , необходимые для нахождения пределов интегрирования в уравнении (1).

Как показывает анализ, в реальных схемах ФОН, в которых может быть получен коэффициент нелинейных искажений порядка 0,5% и меньше, влияние нелинейных искажений на погрешность измерения напряжения по действующему значению рассматриваемым прибором весьма мало. Так, при синусоидальном входном напряжении и амплитудной характеристике, выражаемой равенством (13), погрешность равна

$$\delta = \frac{U_x - U_k}{U_x} \cong \frac{\gamma_2^2}{8},$$

где  $\gamma_2$  — коэффициент при квадратичном члене аппроксимации при условии, что  $\gamma_1=1$ .

Если  $\gamma_2=0,005$ , то  $\delta=0,0003\%$ .

Таким образом, наибольшие погрешности в реальных схемах вызываются фазовыми искажениями, в несколько меньшей степени — амплитудными и в еще меньшей степени — нелинейными.

Устройство ФОН может быть использовано в качестве калибратора действующих значений для цифрового измерительного прибора, на входе которого включен преобразователь переменного напряжения в постоянное по среднему значению [2].

При этом измеряемое напряжение предварительно подается на вход ФОН. Точно известное по действующему значению выходное напряжение (назовем это напряжение опорным  $U_{\text{оп}}$ ) измеряется по среднему значению цифровым измерительным прибором. Показание прибора с помощью плавно или дискретно регулируемого делителя на входе устанавливается точно равным величине действующего значения  $U_{\text{оп}}$ . Если теперь, не меняя положения делителя, подать на вход прибора измеряемое напряжение, то при условии нелинейности шкалы отсчет будет получен по действующему значению. Делитель на входе прибора может быть проградуирован в величинах коэффициента формы кривой периодического напряжения.

Поскольку применение устройств ФОН в качестве калибраторов возможно не только в сочетании с цифровыми, но и с другими приборами

ми среднего значения, рассмотрим погрешность измерения, возникающую в этом случае из-за искажений в канале ФОН. В общем виде выражение для погрешности может быть записано следующим образом:

$$\delta = 1 - \frac{U_{\text{сроп}}}{U_{\text{ср}x}}, \quad (15)$$

где  $U_{\text{сроп}}$  и  $U_{\text{ср}x}$  — средние значения выпрямленных напряжений  $u_{\text{оп}}$  и  $u_x$  при равенстве их действующих значений.

Определение средних значений выпрямленных напряжений встречает такие же затруднения, о которых говорилось выше. Будем поэтому предполагать, что измеряемое напряжение  $u_x$  задано по-прежнему в виде (1), а фазовые искажения в канале ФОН малы. Тогда точки перехода опорного напряжения  $u_{\text{оп}}$  через ось  $\omega t$  можно определить в виде

$$\varphi_0 = - \frac{\sum_{k=1}^n a_k \varphi_k}{\sum_{k=2}^n k a_k}; \quad \varphi_\pi = - \frac{\sum_{k=1}^n (-1)^k a_k \varphi_k}{\sum_{k=2}^n (-1)^k k a_k}. \quad (16)$$

Подстановка найденных пределов интегрирования в выражение для среднего значения выпрямленного опорного напряжения и последующее преобразование равенства (15) приводят к такому результату:

$$\delta_\varphi = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k} [\cos(k\varphi_0 + \varphi_k) + (-1)^{k+1} \cos(k\varphi_\pi + \varphi_k)]}{2 \sum_{m=1}^n \frac{a_m}{m}}, \quad (17)$$

где  $\delta_\varphi$  — погрешность измерения, обусловленная фазовыми искажениями;  $m$  — ряд целых нечетных чисел 1, 3, 5, . . .

Погрешность, обусловленная амплитудными искажениями в канале ФОН, выражается точно так же, как в равенстве (12).

На рис. 1 и 2 пунктирными линиями изображены зависимости, характеризующие связь погрешности измерения переменного напряжения по действующему значению с фазовыми искажениями в канале ФОН для случая использования устройств ФОН в качестве калибраторов к приборам среднего значения. Подсчет значений  $\delta$  сделан по выражению (17). Фазовые сдвиги взяты для реальной схемы, параметры амплитудно-фазовой характеристики которой приведены выше.

Рис. 1 соответствует случаю, когда измеряемое напряжение состоит из первой и второй гармоник при разных уровнях второй гармоники, а рис. 2 — случаю, когда измеряемое напряжение состоит из первой и третьей гармоник при разных уровнях третьей гармоники.

Графические зависимости, характеризующие влияние амплитудных искажений на погрешность измерения, совпадают с приведенными на рис. 3.

В заключение следует отметить, что полученные результаты пригодны для оценки погрешностей измерения напряжений не всех возмож-

ных форм. Графические зависимости также не дают исчерпывающих ответов о точности измерения напряжений по действующему значению рассмотренными приборами. Однако методика расчета и графические зависимости позволяют оценить порядок методических погрешностей и дать рекомендации по построению устройств ФОН в зависимости от допустимой погрешности и частотного диапазона измеряемых напряжений.

В частности, в данной работе показано, что, используя устройства формирования опорного напряжения, параметры которых приведены, и простые устройства сравнения, выполненные в виде синхронных детекторов, можно создавать цифровые приборы для измерения переменных напряжений по действующему значению с методической погрешностью не более 0,1—0,2% в звуковом диапазоне частот. При этом указанный вывод сделан для довольно широкого класса практических встречающихся форм напряжений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Т. Васьков. Об одном способе измерения переменных напряжений по действующему значению.—Изв. Сиб. отд. АН СССР, серия техн. наук, 1963, вып. 1, № 2.
2. Л. И. Волгин. Способ линейного преобразования переменного напряжения произвольной формы кривой в постоянное напряжение. Авторское свидетельство № 162222. Бюллетень изобретений, 1964, № 9.

*Поступила в редакцию  
24 ноября 1965 г.*