АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 1 1966

УДК 681.2.082+621.317.08

А. Н. КАСПЕРОВИЧ, Н. В. ЛИТВИНОВ
(Новосибирск)

К АНАЛИЗУ ДИНАМИЧЕСКИХ ОШИБОК, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ ЦИФРОВЫМИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫМИ ПРИБОРАМИ ПОРАЗРЯДНОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ*

Исследуются особенности возникновения и свойства динамической ошибки прибора поразрядного уравновешивания, обусловленной конечностью времени измерения и изменением измеряемой величины за это время. Анализ проводится в предположении о линейности закона изменения измеряемой величины за время измерения.

Исследование динамических свойств цифровых измерительных приборов (ЦИП) имеет большое практическое значение. Знание динамических свойств ЦИП необходимо, например, при изучении поведения замкнутых управляющих систем, элементом которых является ЦИП, для синтеза помехоустойчивых ЦИП, для разумного выбора быстродействия ЦИП и др.

В подавляющем числе работ, посвященных выбору шага квантования по времени, принималось, что измерение производится идеальным прибором мгновенно, т. е. без динамических ошибок. В этих работах не затрагивалась структура измерительного прибора, ее влияние на динамическую погрешность. Количество исследований, посвященных анализу динамических ошибок реальных ЦИП с учетом их структуры, сравнительно невелико.

Обычно динамические ошибки цифровых измерительных приборов подразделяют на два вида [1, 2]: ошибки, обусловленные наличием инерционных элементов в приборе и вызываемыми этой инерционностью переходными процессами, и ошибки, обусловленные изменением измеряемой величины за время измерения.

Для приборов развертывающего уравновешивания исследована ошибка, возникающая за счет изменения измеряемой величины за время измерения [1]. Эту ошибку предлагается устранять путем отнесения результата измерения к моменту равенства измеряемого и компенсационного напряжений. Для приборов следящего уравновешивания исследованы главным образом переходные и колебательные режимы. Для этого привлекались численные методы и метод гармонического баланса [3—5].

* Материал доложен на VII Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений в сентябре 1965 г. в Новосибирске.

Динамика одного из наиболее распространенных ЦИП — прибора поразрядного уравновешивания — изучена мало. Одной из причин этого является сложность математического описания функционирования такого устройства.

Будем анализировать такие ЦИП поразрядного уравновешивания, в которых время между последовательными сравнениями выбрано таким, что все переходные процессы, вызываемые инерционностью элементов прибора, успевают затухнуть.

Подобные ЦИП поразрядного уравновешивания обладают только одной ошибкой — ошибкой, возникающей за счет изменения измеряемой величины в процессе измерения. Анализу этой ошибки и посвящена данная работа.

Заметим, что эта динамическая ошибка иногда может быть уменьшена путем введения фиксатора уровня, обеспечивающего постоянство измеряемой величины на время измерения. Однако применение фиксаторов в ряде случаев нежелательно, поскольку это приводит к возникновению дополнительных погрешностей (в том числе и динамических погрешностей самого фиксатора), а также к задержке выдачи результата измерения на время одного измерения.

Рассмотрим поведение прибора поразрядного уравновешивания (в двоичном коде) более подробно. Пусть $U_x(t)$ — входная измеряемая величина, для которой выполняется условие

$$0 \leqslant U_x(t) \leqslant B; \quad 0 \leqslant t \leqslant (n-1)\tau, \tag{1}$$

где B — предел измерения прибора;
n — число операций сравнения при измерении, равное числу разрядов прибора;
τ — интервал времени между операциями сравнения;
$(n-1)\tau$ — время измерения.

За начало измерения принимается момент времени, соответствующий первому сравнению, а за окончание измерения — момент последнего сравнения. Для выдачи результата измерения на отсчетное устройство и для подготовки прибора к следующему измерению отводится время, равное τ. Таким образом, весь цикл измерения занимает отрезок времени $n\tau$.

Выходной величиной прибора будем считать значение компенсационной величины $U_k(i\tau)$ (или однозначно соответствующую ему кодовую комбинацию) в моменты времени $t=i\tau$, где $i=(1, 2, \ldots, n)$ — номер такта сравнения. Тогда связь между входной и выходной величинами прибора поразрядного уравновешивания можно выразить рекуррентными соотношениями:

$$U_k(i\tau) = U_k[(i-1)\tau] + U_i - 1\{U_x[(i-1)\tau] - U_k[(i-1)\tau]\}\, U_{i-1}, \tag{2а}$$

где $1\{U_x[(i-1)\tau] - U_k[(i-1)\tau]\} = 1\{z\}$ — функция Хэвисайда, определяемая следующим образом:

$$1\{z\} = \begin{cases} 0 & \text{для } z \geqslant 0; \\ 1 & \text{для } z < 0; \end{cases}$$

или $U_k(i\tau) = U_k[(i-1)\tau] + U_i \operatorname{sign}\{U_x[(i-1)\tau] - U_k[(i-1)\tau]\}, \quad (2б)$

где

$$\operatorname{sign}\{z\} = \begin{cases} -1 & \text{для } z < 0; \\ 0 & \text{для } z = 0; \\ 1 & \text{для } z > 0; \end{cases}$$

$U_i = \frac{B}{2^i}$ — значение ступеней компенсационного напряжения прибора поразрядного уравновешивания, в котором использован двоичный код.

Из формул (2а) и (2б) видно, что выходная величина $U_k(i\tau)$ связана с входной величиной $U_x(t)$ нелинейно. Следовательно, процесс поразрядного уравновешивания является нелинейной операцией, и поэтому прибор поразрядного уравновешивания не может быть охарактеризован передаточной функцией (в ее обычном смысле).

Динамическую ошибку прибора поразрядного уравновешивания будем определять как разность между значением измеряемой величины в момент окончания измерения и результатом измерения, который определяется значением компенсационной величины после n-го сравнения, т. е.

$$\delta = U_x[(n-1)\tau] - U_k[(n-1)\tau]. \qquad (3)$$

Следует заметить, что при поразрядном уравновешивании в отличие от развертывающего уравновешивания динамическую ошибку за счет отнесения результата измерения к моменту равенства измеряемой и компенсационной величин в общем случае исключить нельзя. Это объясняется тем, что существуют такие виды законов изменения измеряемой величины $U_x(t)$, при которых модуль разности $|U_x(i\tau) - U_k(i\tau)|$ в процессе уравновешивания подобной величины может быть при любом сравнении больше значения шага дискретности. Некоторого уменьшения динамической ошибки можно добиться, относя результат измерения к моменту, когда значение $|U_x(i\tau) - U_k(i\tau)|$ минимально.

Динамические ошибки приборов поразрядного уравновешивания для различных законов изменения $U_x(t)$ оценивать по выражениям (2а), (2б) и (3) затруднительно. По-видимому, такую оценку можно производить только численными методами для измеряемых величин, законы изменения которых известны. В последнем случае динамические ошибки удобно определять с помощью графических методов, например, с помощью диаграмм состояний [6]. На рисунке представлена диаграмма состояний для прибора с числом двоичных разрядов $n=5$. На диаграмме по оси абсцисс отложено время, а по оси ординат — компенсационная величина в моменты времени $i\tau$. Линии, соединяющие узловые точки a_{ij} (i — номер столбца (сравнения); j — номер точки в столбце), показывают пути возможного изменения компенсационной величины. Накладывая график измеряемой величины $U_x(t)$ на диаграмму состояний, можно непосредственно считывать значение динамической ошибки. Так, для измеряемой величины, представленной на рисунке прямой a, динамическая ошибка будет равна δ_a. Кстати, для измеряемой величины, закон изменения которой описывается прямой a, нет момента времени, когда она была бы близкой к значению компенсационного напряжения.

В литературе, например в [7], предлагается оценивать динамическую ошибку цифровых приборов (в том числе приборов поразрядного уравновешивания) по следующему выражению.

$$\delta = U'_x(t)\, t_{изм}, \qquad (4)$$

где $U'_x(t)$ — производная входной величины;

$t_{изм}$ — время измерения.

Практически значения динамических ошибок всегда будут меньше.

Рассмотрим эти ошибки. При анализе ограничимся линейными законами изменения измеряемой величины вида

$$U_x(t) = \rho t + b; \quad b \geqslant 0.$$

Рассмотрение подобных законов представляется нам полезным, так как в большинстве случаев погрешность такого представления на интер-

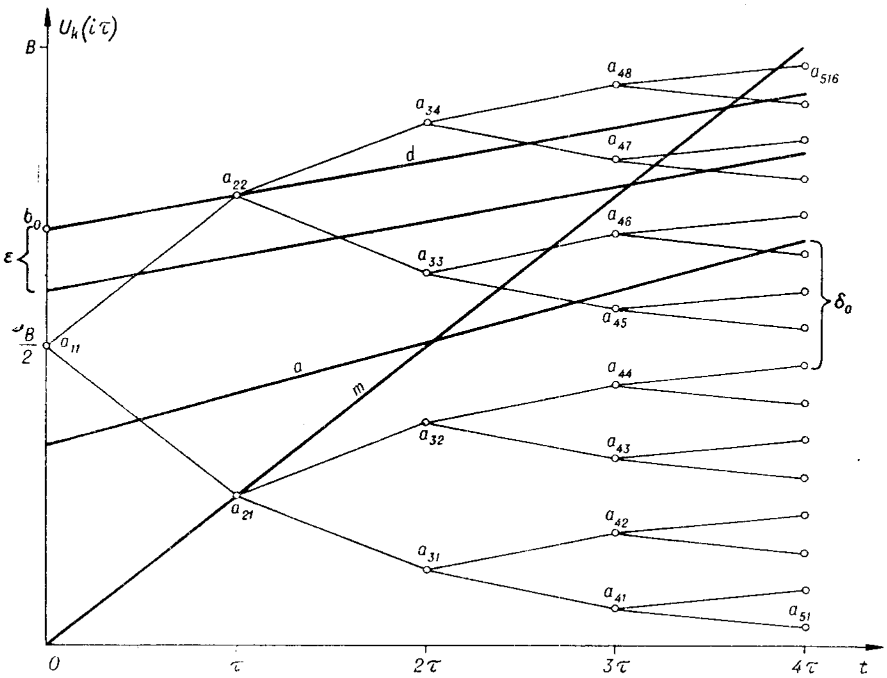

Рис. 1.

вале времени измерения будет достаточно малой. Кроме того, будем предполагать, что скорость изменения измеряемой величины ограничена так, что

$$|\rho| \leqslant \frac{\alpha B}{(n-1)\tau}, \tag{5}$$

где $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.

Для оценки динамической ошибки при указанных предположениях можно провести преобразование выражений (2). Зная результат измерения $U_k[(n-1)\tau]$, можно определить узловую точку диаграммы состояний a_{ij}, в которой устройство сравнения в последний раз при данном цикле уравновешивания выдаст сигнал «меньше», соответствующий команде оставить включенной ступень компенсационной величины. Номера i и j, определяющие точку a_{ij}, находим из уравнения *

$$U_k[(n-1)\tau] = \frac{2j-1}{2^i} B.$$

* Если при фиксированном ρ изменять параметр b в пределах, допускаемых условием (1), то некоторые значения $U_k[(n-1)\tau]$ получить нельзя, т. е. имеются такие значения $U_k[(n-1)\tau]$, которые являются запрещенными для данного ρ при произвольном b. То же самое справедливо и для фиксированного b при произвольном ρ.

Это уравнение, несмотря на наличие двух неизвестных, будет иметь единственное решение, поскольку j и i — целые числа ($i=1, 2, \ldots, n$; $j=1, 2, \ldots, 2^n$), а $U_k[(n-1)\tau]$ принимает значения, кратные шагу квантования по уровню. Значения i и j можно находить по диаграмме состояний или просто последовательным перебором. Точно так же можно определить узловую точку $a_{i'j'}$, в которой последний раз в данном цикле уравновешивания устройство сравнения выдаст сигнал «больше». Координаты этой точки находим из выражения

$$U_k[(n-1)\tau] = \frac{2j'-1}{2^{i'}}B - \frac{B}{2^n}.$$

Тогда динамическую ошибку, определяемую по формуле (3), для

При проведении каждого измерения всегда существуют обе точки (a_{ij} и $a_{i'j'}$), причем либо $i'=n$, либо $i=n$. Если результат измерения содержит четное число единиц дискретности, то $i'=n, i \neq n$ и ошибка вычисляется по формуле (6а). Если же результат измерения содержит нечетное число единиц дискретности, то $i=n$ и ошибка вычисляется по формуле (6б). Следует отметить, что возможные значения ρ в (6а) и (6б) различны. Из диаграммы состояний (см. рисунок) видно, что значения для (6а) лежат в интервале $\left[-\frac{\alpha B}{(n-1)\tau}, \frac{B}{2^n(n-i)\tau}\right]$, а для (6б) — в интервале $\left[\frac{\alpha B}{(n-1)\tau}, -\frac{B}{2^n(n-1)\tau}\right]$. Следовательно, по результатам измерения можно судить о том, в каких пределах находятся возможные значения ρ, а также в какой-то степени и о знаке ρ. Анализ формул (6а) и (6б) и диаграммы состояний позволяет выявить некоторые свойства динамической ошибки прибора поразрядного уравновешивания.

1. Если рассматривать точки i-го столбца диаграммы состояний и считать, что устройство сравнения в последний раз выдало команду «меньше» («больше») в любой j-й точке столбца, то при фиксированном ρ, одновременно допустимом для этих точек, значение динамической ошибки не зависит от $j(j')$ — номера точки в столбце — и зависит лишь от номера сравнения, при котором в последний раз была команда «меньше» («больше»). Действительно, если b в (6а) и (6б) заменить $b_0+\varepsilon$ (b_0 — параметр прямой, имеющей то же ρ и проходящей через точку a_{ij} (см. рисунок, прямая d); ε — приращение этого параметра), затем значение b_0 выразить через координаты точки a_{ij} и ρ, то получим, что ошибка δ определяется следующими формулами:

$$\delta = \rho(n-1)\tau + \varepsilon \quad \text{для } a_{ij}; \tag{7а}$$

$$\delta = \rho(n-1)\tau + \varepsilon + \frac{B}{2^n} \quad \text{для } a_{i'j'}. \tag{7б}$$

Очевидно, что для точки a_{ij} $\varepsilon>0$, а для $a_{i'j'}$ $\varepsilon \leqslant 0$. Таким образом, динамическая ошибка тем больше, чем раньше имела место в последний раз команда «меньше» («больше»).

2. Если рассматривать динамические ошибки для двух законов изменения измеряемой величины, графики которых на диаграмме состояний расположены симметрично относительно прямой, параллельной оси времени и проходящей через a_{11}, то можно установить, что значения динамических ошибок с погрешностью до ошибки дискретности равны по величине и противоположны по знаку. Это нетрудно доказать, используя формулы (6а) и (6б). Указанное свойство динамической ошибки позволяет анализировать только такие измеряемые величины, для которых $\rho > 0$. Случай, при котором $\rho < 0$, легко может быть сведен к случаю, при котором $\rho > 0$.

3. Максимальное значение динамической ошибки не зависит от количества разрядов и равно αB, если $0 < \alpha < 0{,}5$, и никогда не достигает значения αB, а увеличивается с ростом n, если $0{,}5 < \alpha \leqslant 1$. Это можно доказать хотя бы на таком частном примере, когда $\alpha = 1$ (см. рисунок, прямая m). Пусть число разрядов такое, что точка a_{21} лежит на прямой m; тогда ошибка равна $B\left(\alpha - \frac{1}{4}\right)$. Если теперь при неизменном времени измерения $(n-1)\,\tau = \mathrm{const}$ увеличивать число разрядов, то при некотором n_1 на прямую m попадает уже точка a_{31}. Ошибка в этом случае будет равна $B\left(\alpha - \frac{1}{8}\right)$.

***

Полученные выражения показывают, что в приборах поразрядного уравновешивания динамическая ошибка, обусловленная конечностью времени измерения и изменением измеряемой величины за время измерения, зависит не только от значения производной измеряемой величины, но и от значения самой величины.

Кроме того, зная результат измерения, по этим выражениям легко оценить возможные при данном измерении значения динамической ошибки по допустимому значению производной измеряемой величины.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Хлистунов. Некоторые вопросы теории цифровых приборов и аналого-цифровых преобразователей.— Труды ВНИИЭП, вып. 3. М., ЦИНТИЭлектропром, 1961.
2. W. S. Friauf. Dynamic Characteristics of Analog-Digital Converters.— Instruments and Control Systems, 1965, v. 38, N 1.
3. М. П. Цапенко. Автоматические измерительные компенсаторы с декадными магазинами сопротивлений. Автореф. канд. дисс. МЭИ, 1957.
4. В. Б. Кончаловский. Исследование одного класса измерительных приборов следящего типа с аналоговым и цифровым выходами. Автореф. канд. дисс. МЭИ, 1964.
5. А. В. Балтрушевич, А. А. Косякин, Г. К. Круг. Динамика цифровых автоматических систем.— Труды МЭИ, вып. 44, Автоматика и телемеханика. М., 1962.
6. П. Е. Твердохлеб. Методика построения закона распределения погрешностей цифраторов, работающих в условиях импульсных помех.— Автометрия, 1965, № 5.
7. Б. Г. Доступов. Некоторые вопросы теории точности преобразователей. Комбинированные вычислительные машины. М., Изд-во АН СССР, 1962.

Поступила в редакцию
5 октября 1965 г.