

## ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ЦЕПИ

УДК 621.317.7.083.5+621.317.733

К. М. СОБОЛЕВСКИЙ

(Новосибирск)

### ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ УРАВНОВЕШИВАНИЯ

Указана актуальность поиска новых методов определения чувствительности электроизмерительных цепей уравнивания (ЭИЦУ), в частности — обобщенных методов. Обоснована методика определения чувствительности ЭИЦУ при оценке их измерительных режимов по соотношению между выходными параметрами. Показано, что обобщенные выражения для чувствительности цепи в заданном режиме имеют вполне определенный вид, зависящий от вида передаточной функции предполагаемого указателя, и что при известной передаточной функции указателя нахождение обобщенного выражения чувствительности ЭИЦУ в любом заданном измерительном режиме (модульном, фазовом, компонентном, векторном) не представляет принципиальных трудностей.

Проблема анализа чувствительности электроизмерительных цепей уравнивания (ЭИЦУ) относится к числу наиболее актуальных в электрометрии и неоднократно привлекала внимание исследователей (см., например, [1—30]). Особенно возрос интерес к этой проблеме в последний период, когда интенсивное появление не только отдельных разновидностей новых ЭИЦУ, но и целых групп цепей поставило особо остро вопрос о выборе оптимальных из них, в частности — оптимальных в смысле чувствительности. Такая задача, как известно, трудно выполнима при использовании классических методов расчета чувствительности. Правда, к настоящему времени разработаны некоторые общие методы, основанные на теории четырехполюсника и многополюсника [18, 21], но, к сожалению, применимость их ограничена цепями, измерительное состояние которых оценивается по одному выходному параметру, и, следовательно, особо широкий класс цепей — квазиуравновешенные цепи — остался целиком вне поля зрения. Поэтому неудивительно, что поиски новых методов определения чувствительности ЭИЦУ продолжают.

Вполне очевидно, что, принимая в качестве обобщенного критерия оценки измерительного режима цепи соотношение между выходными параметрами (напряжениями, токами), необходимо соответственно разработать обобщенную трактовку основных метрологических характеристик ЭИЦУ, в частности — чувствительности [31].

Впервые вопрос об определении чувствительности цепи на основе обобщенной оценки измерительного режима ЭИЦУ был поднят в [32], где чувствительность уравнивающего моста по абсолютному или отно-

сительному изменению сопротивлений одного из плеч мостовой цепи  $Z_i$  предложено рассматривать соответственно как

$$S_{\text{ц}}^0 = \left[ \frac{\partial \omega}{\partial Z_i} \right]_{\omega=1} \quad \text{или} \quad S_{\text{ц}}^{00} = Z_i \left[ \frac{\partial \omega}{\partial Z_i} \right]_{\omega=1} \quad (1)$$

(здесь  $\omega$  — отношение таких двух выходных напряжений цепи, которые при равновесии цепи равны по модулю и по фазе). Для оценки чувствительности квазиуравновешенных мостовых цепей в модульном, фазовом и векторном режимах подобный подход использовала в дальнейшем Т. А. Журавлева [33], принявшая в качестве чувствительностей цепи по параметру  $P$  производные по этому параметру от модуля  $|\omega|$ , аргумента  $\Theta = \arg \omega$  и вектора  $\omega$  отношения выходных напряжений цепи в точке, соответствующей квазиравновесию моста. Указанная трактовка чувствительности мостовых цепей, равно как и компенсационных, справедлива для определенных частных случаев.

Настоящая статья посвящена систематическому изложению обобщенной методики определения чувствительности любых электроизмерительных цепей уравнивания в любых заданных режимах измерения. Исходным в этой методике является общеизвестное положение, что чувствительность измерительного устройства  $S$  связана с чувствительностью цепи  $S_{\text{ц}}$  и чувствительностью указателя  $S_{\text{у}}$  следующим соотношением:

$$\text{причем} \quad S = S_{\text{ц}} S_{\text{у}}; \quad (2)$$

$$S_{\text{у}} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta P_{\text{пр}}}; \quad S_{\text{ц}} = \frac{\Delta P_{\text{пр}}}{\Delta P} \quad \text{или же} \quad S_{\text{ц}} = \frac{\Delta P_{\text{пр}}}{\delta P}, \quad (3)$$

где  $\Delta P$  — абсолютное изменение измеряемого или регулируемого параметра  $P$ ;

$\delta P = \frac{\Delta P}{P}$  — относительное изменение  $P$ ;

$\Delta P_{\text{пр}}$  — изменение промежуточного параметра, на который реагирует указатель;

$\Delta \alpha$  — изменение показания выходного прибора, соответствующее величине  $\Delta P$  или  $\delta P$ .

Очевидно, что поскольку один и тот же измерительный режим ЭИЦУ (модульный, фазовый, компонентный или векторный) может быть отмечен с помощью указателей, реагирующих на разные промежуточные параметры  $P_{\text{пр}}$ , то вполне обоснованно можно предположить, что и выражения чувствительностей цепи должны быть при этом разными. Действительно, подобно тому, как самим видом используемого указателя (указатель модульный, фазовый, компонентный, векторный) однозначно устанавливается измерительный режим цепи [32, 34], на основе той или иной передаточной характеристики (чувствительности) указателя  $S_{\text{у}}$ , определяющей связь выходного параметра указателя со входными величинами (выходными параметрами цепи), как будет показано ниже, происходит уточнение этого режима по чувствительности.

### Модульный режим

Квазиравновесие измерительной цепи в модульном режиме в настоящее время устанавливают или с помощью указателя типа логометра, отмечающего заданное соотношение модулей входных величин и

реагирующего на соотношение модулей входных величин независимо от их абсолютных значений, или с помощью дифференциального указателя, реагирующего на разность (или эквивалентную разность) модулей сравниваемых входных величин (обычно напряжений).

1. В том случае, когда в качестве такого модульного указателя квазиравновесия предполагается использовать указатель типа логометра, промежуточным параметром, на который реагирует указатель, является непосредственно модуль  $|\omega|$  отношения входных величин указателя (выходных параметров цепи)  $\omega$ . Поэтому в соответствии с (3) чувствительность цепи в модульном режиме по абсолютному изменению  $\Delta P$  параметра  $P$  необходимо при этом условии определять как производную от модуля  $|\omega|$  по параметру  $P$  в точке  $\omega_0$ , соответствующей квазиравновесию ЭИЦУ, т. е.

$$S_{\Pi}^0 = \left[ \frac{\partial |\omega|}{\partial P} \right]_{|\omega| = \omega_0} \quad (4)$$

Выражение для чувствительности цепи по относительному изменению  $\delta P$  параметра  $P$ , очевидно, имеет в данном случае вид

$$S_{\Pi}^{00} = P \left[ \frac{\partial |\omega|}{\partial P} \right]_{|\omega| = \omega_0} \quad (4a)$$

2. Наиболее распространенным и широко используемым типом модульного указателя является дифференциальный указатель [32]. Для дифференциального указателя, настроенного на равенство входных величин — напряжений, имеем

$$S_y = \frac{\Delta x}{\Delta U},$$

где  $\Delta U$  — разность модулей сравниваемых напряжений  $U_i$  и  $U_j$ :

$$\Delta U = U_i - U_j. \quad (5)$$

Отношение напряжений  $\dot{U}_i, \dot{U}_j$  есть не что иное, как функция  $\omega$  переменного параметра  $P$ , чувствительность цепи к изменениям которого нас интересует, т. е. имеем

$$\frac{\dot{U}_i}{\dot{U}_j} = \omega. \quad (6)$$

Приращение  $\Delta |\omega|$  модуля функции  $\omega$  в точке  $|\omega| = \omega_0 = 1$ , обусловленное приращением  $\Delta P$  параметра  $P$ , будет равно

$$\Delta |\omega| = \left[ \frac{\partial |\omega|}{\partial P} \right]_{|\omega| = 1} \Delta P. \quad (7)$$

В то же время в соответствии с (5) это приращение определяется как

$$\Delta |\omega| = \frac{\Delta U}{[U_{i,j}]_{|\omega| = 1}}, \quad (8)$$

где  $[U_{i,j}]_{|\omega| = 1}$  — значение модуля любого из сравниваемых напряжений в момент квазиравновесия цепи.

Следовательно, приравняв правые части (7) и (8), находим соотношение между  $\Delta U$  и  $\Delta P$ :

$$\Delta U = \left[ \frac{\partial |\omega|}{\partial P} U_{i,j} \right]_{|\omega|=1} \Delta P. \quad (9)$$

Абсолютная чувствительность цепи в соответствии с (3) определяется как  $S_u = \frac{\Delta U}{\Delta P}$  или  $S_u = \frac{\Delta U}{\delta P}$ . Поэтому на основе (9) находим следующие выражения для абсолютной чувствительности цепи:

$$S_u = \frac{\Delta U}{\Delta P} = \left[ \frac{\partial |\omega|}{\partial P} U_{i,j} \right]_{|\omega|=1} \quad (10)$$

или

$$S_u = \frac{\Delta U}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial |\omega|}{\partial P} U_{i,j} \right]_{|\omega|=1}.$$

С целью определения относительной чувствительности цепи представим величину  $U_{i,j}$  как произведение  $\left( \frac{U_{i,j}}{U_n} \right) U_n$ , где  $U_n$  — некоторое не зависящее от  $P$  напряжение, определяющее режим питания сравниваемых измерительных цепей (для мостовых цепей это напряжение в диагонали источника питания, а для компенсационных цепей — например, полное напряжение, подаваемое на декадный делитель напряжения). Очевидно, что  $\left( \frac{U_{i,j}}{U_n} \right)$  представляет собой модуль некоторой функции  $\omega \left( \frac{i,j}{n} \right)$ , рассматриваемой для пары выходных напряжений  $U_{i,j}$  и  $U_n$ , т. е. имеем

$$U_{i,j} = \left| \omega \left( \frac{i,j}{n} \right) \right| U_n. \quad (11)$$

Подставив  $U_{i,j}$ , определенное из (11), в выражение (10) и полагая, что  $U_n \neq f(P)$ , находим соответственно следующие выражения для искомой относительной чувствительности цепи:

$$S_u^0 = \frac{\Delta U}{\Delta P} = \left[ \frac{\partial |\omega|}{\partial P} \left| \omega \left( \frac{i,j}{n} \right) \right| \right]_{|\omega|=1} \quad (12)$$

или

$$S_u^{00} = \frac{\Delta U}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial |\omega|}{\partial P} \left| \omega \left( \frac{i,j}{n} \right) \right| \right]_{|\omega|=1}.$$

В общем случае, когда модули сравниваемых выходных напряжений цепи  $U_i$  и  $U_j$  в момент квазиравновесия не равны друг другу, т. е. если их отношение может быть равно некоторому произвольному перед заданному значению  $\omega_0$  (это может быть зафиксировано с помощью дифференциального указателя, имеющего на входах некоторые делители напряжения с неодинаковыми коэффициентами деления [32]), необходимо при определении чувствительности исходить из эквивалентной разности модулей сравниваемых напряжений

$$\Delta U = \frac{U_i}{w_0} - U_j, \quad (5a)$$

где

$$w_0 = \left[ \frac{U_i}{U_j} \right]_{|w|=w_0}; \quad w = \frac{U_i}{U_j}.$$

При этом

$$\Delta |w| = \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} \right]_{|w|=w_0} \Delta P; \quad (7a)$$

$$\Delta |w| = \frac{\Delta U}{[U_j]_{|w|=w_0}} = \frac{\Delta U}{[U_i]_{|w|=w_0}} w_0; \quad (8a)$$

$$\Delta U = \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} U_j \right]_{|w|=w_0} \Delta P = \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} U_i \right]_{|w|=w_0} \frac{\Delta P}{w_0}. \quad (9a)$$

Абсолютная и относительная чувствительности определяются соответственно следующим образом:

$$S_{\Pi} = \frac{\Delta U}{\Delta P} = \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} U_j \right]_{|w|=w_0} = \frac{1}{w_0} \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} U_i \right]_{|w|=w_0}, \quad (10a)$$

или

$$S_{\Pi} = \frac{\Delta U}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} U_j \right]_{|w|=w_0} = \frac{P}{w_0} \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} U_i \right]_{|w|=w_0};$$

$$S_{\Pi}^0 = \frac{\Delta U}{\Delta P} = \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} \left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right| \right]_{|w|=w_0} = \frac{1}{w_0} \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} \left| w \left( \frac{i}{i} \right) \right| \right]_{|w|=w_0}, \quad (12a)$$

или

$$S_{\Pi}^{00} = \frac{\partial U}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} \left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right| \right]_{|w|=w_0} = \frac{P}{w_0} \left[ \frac{\partial |w|}{\partial P} \left| w \left( \frac{i}{i} \right) \right| \right]_{|w|=w_0},$$

где  $w \left( \frac{j}{i} \right)$ ,  $w \left( \frac{i}{i} \right)$  — функции  $w$ , рассматриваемые соответственно для пар выходных напряжений  $U_j$ ,  $U_i$  или  $U_i$ ,  $U_i$ .

3. Сравнивая выражения (4), (4a) и (12a), легко видеть, что чувствительность цепи существенным образом зависит от передаточной характеристики (чувствительности) указателя, использование которого предполагается: при дифференциальном модульном указателе чувствительность цепи отличается от таковой при логометрическом модульном указателе наличием множителя  $\left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right| = \frac{1}{w_0} \left| w \left( \frac{i}{i} \right) \right|$ , в общем случае не равного единице.

Таким образом, сравнительная оценка цепей по чувствительности в модульном режиме должна вестись с обязательным учетом передаточных характеристик указателей. Иначе результат может оказаться ложным. Так, например, было бы неправильным оценивать чувствительность ЭИЦУ в модульном режиме по формулам (4), (4a) при предполагаемом использовании дифференциального указателя, равно как и определять эту чувствительность по формулам (12a) при предполагаемом использовании логометрического указателя.

## Фазовый режим

Квазиравновесие измерительной цепи в фазовом режиме в настоящее время также может быть установлено с помощью указателей, имеющих принципиально отличные друг от друга передаточные характеристики. В частности, указатель может как реагировать на отклонение от заданного значения фазового сдвига между входными величинами независимо от значений их модулей, так и отмечать заданное значение фазового сдвига между входными величинами, реагируя по-разному на отклонение от заданного сдвига при различных значениях модулей входных величин.

1. В том случае, когда в качестве фазового указателя квазиравновесия предполагается использовать указатель, реагирующий на отклонение фазового сдвига между входными величинами от заданного значения независимо от значений модулей этих величин [35], промежуточным параметром, на который реагирует указатель, является непосредственно аргумент  $\theta$  отношения входных величин указателя (выходных параметров цепи)  $w$ . Поэтому, согласно (3), чувствительность цепи в фазовом режиме по абсолютному изменению  $\Delta P$  параметра  $P$  необходимо при этом условии определять как производную от аргумента  $\theta$  по параметру  $P$  в точке  $\theta_0$ , соответствующей квазиравновесию ЭИЦУ, т. е.

$$S_{\text{ц}}^0 = \left[ \frac{\partial \theta}{\partial P} \right]_{\theta = \theta_0}. \quad (13)$$

Выражение для чувствительности цепи по относительному изменению  $\delta P$  параметра  $P$ , очевидно, имеет в данном случае вид

$$S_{\text{ц}}^{00} = P \left[ \frac{\partial \theta}{\partial P} \right]_{\theta = \theta_0}. \quad (13a)$$

2. Для широкого класса фазовых указателей [35] показание выходного прибора  $\alpha$  связано с параметрами сравниваемых входных величин — напряжений  $\dot{U}_i$  и  $\dot{U}_j$  (выходных величин цепи) следующей зависимостью:

$$\alpha = k \frac{U_i U_j}{\sqrt{U_i^2 + U_j^2}} \cos \theta = k U \cos \theta, \quad (14)$$

где

$$U = \frac{U_i U_j}{\sqrt{U_i^2 + U_j^2}};$$

$$\theta = \arg \frac{\dot{U}_i}{\dot{U}_j} = \arg w;$$

$k$  — некоторый постоянный коэффициент, учитывающий свойства указателя.

Найдем, каким образом необходимо трактовать чувствительность цепи в фазовом режиме, если предполагается использовать именно такой фазовый указатель.

Вблизи состояния квазиравновесия величину  $U$  можно считать постоянной, поэтому из (14) получим

$$\Delta \alpha = k [U \Delta (\cos \theta)]_{\theta = \theta_0} = -k [U]_{\theta = \theta_0} \sin \theta_0 \Delta \theta.$$

Учитывая то, что при заданном измерительном режиме для разных квазиравновесных точек различных цепей величина  $U$  может принимать самые различные значения, чувствительность фазового указателя рассматриваемого вида следует трактовать как

$$S_y = -k \sin \theta_0 = \frac{\Delta \alpha}{[U]_{\theta = \theta_0} \Delta \theta}.$$

Следовательно, абсолютную чувствительность измерительной цепи необходимо соответственно рассматривать как

$$S_{\Pi} = \frac{\Delta \theta}{\Delta P} [U]_{\theta = \theta_0} = \frac{\Delta \theta}{\Delta P} \left[ \frac{U_i U_j}{\sqrt{U_i^2 + U_j^2}} \right]_{\theta = \theta_0}$$

или

$$S_{\Pi} = \frac{\Delta \theta}{\delta P} [U]_{\theta = \theta_0} = P \frac{\Delta \theta}{\Delta P} \left[ \frac{U_i U_j}{\sqrt{U_i^2 + U_j^2}} \right]_{\theta = \theta_0};$$

поскольку  $\Delta \theta = \left[ \frac{\partial \theta}{\partial P} \right]_{\theta = \theta_0} \Delta P$  и  $\frac{U_i}{U_j} = |\omega|$ , то окончательно получим:

$$S_{\Pi} = \frac{\Delta \theta}{\delta P} [U]_{\theta = \theta_0} = \left[ \frac{\frac{\partial \theta}{\partial P} U_i}{\sqrt{1 + |\omega|^2}} \right]_{\theta = \theta_0} = \left[ \frac{\frac{\partial \theta}{\partial P} U_j |\omega|}{\sqrt{1 + |\omega|^2}} \right]_{\theta = \theta_0}$$

или

$$S_{\Pi} = \frac{\Delta \theta}{\delta P} [U]_{\theta = \theta_0} = P \left[ \frac{\frac{\partial \theta}{\partial P} U_i}{\sqrt{1 + |\omega|^2}} \right]_{\theta = \theta_0} = P \left[ \frac{\frac{\partial \theta}{\partial P} U_j |\omega|}{\sqrt{1 + |\omega|^2}} \right]_{\theta = \theta_0} \quad (15)$$

Наконец, представляя величины  $U_i$  и  $U_j$  как

$$U_i = U_{\Pi} \left( \frac{U_i}{U_{\Pi}} \right) = U_{\Pi} \left| \omega \left( \frac{i}{\Pi} \right) \right| \quad \text{и} \quad U_j = U_{\Pi} \left( \frac{U_j}{U_{\Pi}} \right) = U_{\Pi} \left| \omega \left( \frac{j}{\Pi} \right) \right|,$$

получим следующие общие выражения для относительной чувствительности измерительной цепи:

$$S_{\Pi}^0 = \frac{\Delta \theta [U]_{\theta = \theta_0}}{\Delta P U_{\Pi}} = \left[ \frac{\frac{\partial \theta}{\partial P} \left| \omega \left( \frac{i}{\Pi} \right) \right|}{\sqrt{1 + |\omega|^2}} \right]_{\theta = \theta_0} = \left[ \frac{\frac{\partial \theta}{\partial P} \left| \omega \left( \frac{j}{\Pi} \right) \omega \right|}{\sqrt{1 + |\omega|^2}} \right]_{\theta = \theta_0}$$

или

$$S_{\Pi}^{(0)} = \frac{\Delta \theta [U]_{\theta = \theta_0}}{\delta P U_{\Pi}} = P \left[ \frac{\frac{\partial \theta}{\partial P} \left| \omega \left( \frac{i}{\Pi} \right) \right|}{\sqrt{1 + |\omega|^2}} \right]_{\theta = \theta_0} = P \left[ \frac{\frac{\partial \theta}{\partial P} \left| \omega \left( \frac{j}{\Pi} \right) \omega \right|}{\sqrt{1 + |\omega|^2}} \right]_{\theta = \theta_0} \quad (16)$$

3. Сравнивая формулы (13), (13а) и (16), можно убедиться, что и в фазовом режиме измерения чувствительность цепи предопределяется передаточной характеристикой указателя, который предполагается использовать для установления измерительного режима цепи.

## Компонентный режим

Под компонентным режимом подразумевается такой измерительный режим ЭИЦУ, при котором обеспечивается равенство наперед заданному значению активной или реактивной составляющей отношения выходных параметров цепи [34]. Как будет показано ниже, и в этом режиме чувствительность цепи необходимо определять с учетом передаточной характеристики предполагаемого указателя.

1. Если в качестве компонентного указателя квазиравновесия использовать указатель, который реагировал бы непосредственно на активную  $u$  или реактивную  $v$  составляющую отношения выходных параметров цепи  $\omega$ , указанная составляющая является параметром  $P_{пр}$ . Поэтому чувствительность цепи по абсолютному изменению  $\Delta P$  параметра  $P$  при этом условии определяется, согласно (3), как производная от  $u$  или  $v$  по параметру  $P$  в точке  $u_0$  или  $v_0$ , соответствующей квазиравновесию ЭИЦУ, т. е.

$$S_{ц}^0 = \left[ \frac{\partial u}{\partial P} \right]_{u = u_0} \quad \text{или} \quad S_{ц}^0 = \left[ \frac{\partial v}{\partial P} \right]_{v = v_0},$$

а выражение для чувствительности цепи по относительному изменению  $\delta P$  параметра  $P$ , очевидно, имеет в данном случае вид

$$S_{ц}^{00} = P \left[ \frac{\partial u}{\partial P} \right]_{u = u_0} \quad \text{или} \quad S_{ц}^{00} = P \left[ \frac{\partial v}{\partial P} \right]_{v = v_0}.$$

2. Найдем теперь выражения для чувствительности цепи в компонентном режиме для наиболее важного практически случая, если предполагается использовать компонентный указатель, для которого входными величинами являются напряжения. В этом случае промежуточным параметром, на который реагирует указатель, является соответственно синфазная  $U_{i_c}$  или квадратурная  $U_{i_k}$  составляющая одного из входных напряжений  $U_i$  относительно второго  $U_j$ , рассматриваемого в качестве опорного. Поэтому в качестве изменения промежуточного параметра  $\Delta P_{пр}$  выступает  $\Delta U_{i_c}$  или  $\Delta U_{i_k}$  и, следовательно, имеем:

$$S_y = \frac{\Delta \alpha}{\Delta U_{i_c}} \quad \text{или} \quad S_y = \frac{\Delta \alpha}{\Delta U_{i_k}}.$$

Для определения  $\Delta U_{i_c}$  и  $\Delta U_{i_k}$  необходимо выразить функцию  $\omega = \frac{U_i}{U_j}$  через ее действительную и мнимую компоненты:  $\omega = u + jv$ , где

$$u = \frac{U_{i_c}}{U_j}; \quad v = \frac{U_{i_k}}{U_j}.$$

Определяя полный дифференциал величины  $u$  в точке  $u = u_0$ , получим

$$\Delta u = \frac{\Delta U_{i_c} - u_0 \Delta U_j}{[U_j]_{u = u_0}}; \quad (17)$$

$$\Delta u = \left[ \frac{\partial u}{\partial P} \right]_{u = u_0} \Delta P. \quad (18)$$

Решая (17) и (18) совместно, имеем  $\Delta U_{i_c} = \left[ \frac{\partial u}{\partial P} U_j \right]_{u=u_0} \Delta P + u_0 \Delta U_j$ ;  
но поскольку  $\Delta U_j = \frac{\partial U_j}{\partial P} \Delta P$ ,

$$\text{то } \Delta U_{i_c} = \left[ \frac{\partial u}{\partial P} U_j + \frac{\partial U_j}{\partial P} u_0 \right]_{u=u_0} \Delta P.$$

Аналогично найдем

$$\Delta U_{i_k} = \left[ \frac{\partial v}{\partial P} U_j + \frac{\partial U_j}{\partial P} v_0 \right]_{v=v_0} \Delta P.$$

Таким образом, абсолютная чувствительность выразится следующим способом:

а) для составляющей  $U_{i_c}$  напряжения  $\dot{U}$ , синфазной напряжению  $\dot{U}$  :

$$S_{и} = \frac{\Delta U_{i_c}}{\Delta P} = \left[ \frac{\partial u}{\partial P} U_j + \frac{\partial U_j}{\partial P} u_0 \right]_{u=u_0}$$

или

$$S_{и} = \frac{\Delta U_{i_c}}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial u}{\partial P} U_j + \frac{\partial U_j}{\partial P} u_0 \right]_{u=u_0}; \quad (19)$$

б) для составляющей  $U_{i_k}$  напряжения  $\dot{U}$ , квадратурной напряжению  $\dot{U}_j$ :

$$S_{и} = \frac{\Delta U_{i_k}}{\Delta P} = \left[ \frac{\partial v}{\partial P} U_j + \frac{\partial U_j}{\partial P} v_0 \right]_{v=v_0}$$

или

$$S_{и} = \frac{\Delta U_{i_k}}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial v}{\partial P} U_j + \frac{\partial U_j}{\partial P} v_0 \right]_{v=v_0}. \quad (20)$$

Представляя теперь  $U_j$  как  $U_j = U_n \left| w \left( \frac{j}{n} \right) \right|$ , получим соответственно выражения для относительной чувствительности:

а) для составляющей  $U_{i_c}$

$$S_{и}^0 = \frac{\Delta U_{i_c}}{U_n} = \left[ \frac{\partial u}{\partial P} \left| w \left( \frac{j}{n} \right) \right| + \frac{\partial \left| w \left( \frac{j}{n} \right) \right|}{\partial P} u_0 \right]_{u=u_0}$$

или

$$S_{и}^{00} = \frac{\Delta U_{i_c}}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial u}{\partial P} \left| w \left( \frac{j}{n} \right) \right| + \frac{\partial \left| w \left( \frac{j}{n} \right) \right|}{\partial P} u_0 \right]_{u=u_0}; \quad (21)$$

б) для составляющей  $U_{i_k}$

$$S_{\Pi}^0 = \frac{\Delta U_{i_k}}{\Delta P} = \left[ \frac{\partial v}{\partial P} \left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right| + \frac{\partial \left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right|}{\partial P} v_0 \right]_{v=v_0} \quad (22)$$

или

$$S_{\Pi}^{00} = \frac{\Delta U_{i_k}}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial v}{\partial P} \left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right| + \frac{\partial \left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right|}{\partial P} v_0 \right]_{v=v_0}.$$

Для представляющих наибольший практический интерес случаев, когда  $u_0=0$  или  $v_0=0$ , и для случаев, когда  $\left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right| = \text{const}$  (т. е. когда  $U_j = \text{const}$ ), выражения (19)—(22) значительно упрощаются, поскольку слагаемые

$\frac{\partial U_j}{\partial P} u_0$  или  $\frac{\partial U_j}{\partial P} v_0$  и  $\frac{\partial \left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right|}{\partial P} u_0$  или  $\frac{\partial \left| w \left( \frac{j}{i} \right) \right|}{\partial P} v_0$  обращаются в нуль.

### Векторный режим

Обязательный учет передаточной характеристики предполагаемого указателя при определении чувствительности ЭИЦУ, установленный выше для скалярных измерительных режимов (модульного, фазового, компонентного), необходим и для векторного режима измерения.

1. По аналогии с (1) выражения чувствительности цепи по абсолютному  $\Delta P$  или относительному  $\delta P$  изменению параметра  $P$  в векторном режиме измерения при использовании указателя, реагирующего непосредственно на вектор отношения выходных параметров цепи  $w$ , приобретают следующий вид:

$$S_{\Pi}^0 = \left[ \frac{\partial w}{\partial P} \right]_{w=\bar{w}_0} \quad \text{или} \quad S_{\Pi}^{00} = P \left[ \frac{\partial w}{\partial P} \right]_{w=\bar{w}_0}.$$

Здесь  $\bar{w}_0$  — значение вектора отношения выходных параметров цепи  $w$  в точке, соответствующей квазиравновесию ЭИЦУ.

Следует заметить, что векторные указатели, отмечающие заданное векторное значение  $\bar{w}_0$  отношения двух входных величин и реагирующие на отклонение вектора  $w$  от этого значения независимо от абсолютных значений модулей и фаз входных величин, нам пока не известны. В применяемых в настоящее время векторных указателях (см., например, [32]) изменение показания выходного прибора зависит не только от величины  $\Delta w = w - \bar{w}_0$ , но и от абсолютных значений модулей и фаз входных величин, что, естественно, необходимо учитывать при соответствующем определении чувствительности цепи.

2. Найдем выражение чувствительности ЭИЦУ в векторном режиме, предполагая применение векторного указателя, показание которого пропорционально эквивалентной векторной разности  $\Delta \dot{U}$  двух напряжений  $\dot{U}_i$  и  $\dot{U}_j$ :

$$\Delta \dot{U} = \frac{\dot{U}_i}{w_0} - \dot{U}_j,$$

где 
$$\omega_0 = \left[ \frac{\dot{U}_i}{\dot{U}_j} \right]_{\omega = \bar{\omega}_0}; \quad \omega = \frac{\dot{U}_i}{\dot{U}_j}.$$

Приращение  $\Delta \omega$  функции  $\omega$  принимает следующие значения:

$$\Delta \omega = \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \right]_{\omega = \bar{\omega}_0} \Delta P; \quad (23)$$

$$\Delta \omega = \Delta \dot{U} \left[ \frac{1}{\dot{U}_j} \right]_{\omega = \bar{\omega}_0} = \Delta \dot{U} \left[ \frac{\bar{\omega}_0}{\dot{U}_i} \right]_{\omega = \bar{\omega}_0}. \quad (24)$$

Приравняв правые части выражений (23) и (24), получим

$$\Delta \dot{U} = \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \dot{U}_j \right]_{\omega = \bar{\omega}_0} \Delta P = \frac{1}{\omega_0} \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \dot{U}_i \right]_{\omega = \bar{\omega}_0} \Delta P.$$

Следовательно, абсолютная чувствительность цепи имеет вид:

$$S_{\omega} = \frac{\Delta \dot{U}}{\Delta P} = \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \dot{U}_j \right]_{\omega = \bar{\omega}_0} = \frac{1}{\omega_0} \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \dot{U}_i \right]_{\omega = \bar{\omega}_0},$$

или

$$S_{\omega} = \frac{\Delta \dot{U}}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \dot{U}_j \right]_{\omega = \bar{\omega}_0} = \frac{P}{\omega_0} \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \dot{U}_i \right]_{\omega = \bar{\omega}_0}.$$

Представляя величины  $\dot{U}_j$  и  $\dot{U}_i$  как  $\dot{U}_j = \dot{U}_n \omega \left( \frac{j}{n} \right)$  и  $\dot{U}_i = \dot{U}_n \omega \left( \frac{i}{n} \right)$ , для относительной чувствительности получим следующие выражения:

$$S_{\omega}^0 = \frac{\Delta \dot{U}}{\Delta P} = \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \omega \left( \frac{j}{n} \right) \right]_{\omega = \bar{\omega}_0} = \frac{1}{\omega_0} \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \omega \left( \frac{i}{n} \right) \right]_{\omega = \bar{\omega}_0},$$

или

$$S_{\omega}^{00} = \frac{\Delta \dot{U}}{\delta P} = P \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \omega \left( \frac{j}{n} \right) \right]_{\omega = \bar{\omega}_0} = \frac{P}{\omega_0} \left[ \frac{\partial \omega}{\partial P} \omega \left( \frac{i}{n} \right) \right]_{\omega = \bar{\omega}_0}.$$

Очевидно, что если предполагается применение векторного указателя, показание которого пропорционально модулю эквивалентной векторной разности напряжений  $\dot{U}_i$  и  $\dot{U}_j$ , то соответствующие чувствительности ЭИЦУ должны определяться как модули полученных выше выражений.

### З а к л ю ч е н и е

При оценке режимов ЭИЦУ по соотношению между выходными параметрами имеется возможность определять чувствительность цепей в любых измерительных режимах (модульном, фазовом, компонентном, векторном). Однако установление режима цепи не является достаточным для определения ее чувствительности. Для правильной оценки чувстви-

тельности цепи в заданном измерительном режиме необходимо при ее определении учесть характер связи выходного параметра предполагаемого указателя со входными величинами (выходными параметрами цепи). При известной передаточной функции указателя нахождение обобщенного выражения для чувствительности ЭИЦУ в любом заданном измерительном режиме не представляет принципиальных трудностей.

Использование обобщенной методики определения чувствительности ЭИЦУ дает возможность сравнивать цепи по чувствительности в любом определенном измерительном режиме. Однозначное сравнение цепей одинакового назначения и режима по их чувствительности возможно лишь при учете конкретной по виду передаточной характеристики (чувствительности) предполагаемого указателя.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. O. Heaviside. On the best arrangement of Wheatstone bridge for measuring a given resistance with a given galvanometer and battery. *Phil. Mag.*, 1873, p. 114.
2. J. Krönert. *Messbrücken und Kompensatoren*, Bd. I. München und Berlin, Verl. R. Oldenbourg, 1935
3. Л. Л. Крапивенский. Условия наибольшей чувствительности моста Уитстона.— Труды Ленинградск. индустр. ин-та, 1936, № 5.
4. С. И. Куренев. О чувствительности мостов постоянного и переменного тока.— Изв. Ленинградск. электротехн. ин-та им. В. И. Ульянова (Ленина), 1939, вып. XXI.
5. A. C. Seletzky, L. A. Zurcher. Sensitivity of the four-arm bridge.— *Elec. Eng.*, 1939, v. 58, p. 723.
6. А. Д. Нестеренко. Расчет чувствительности схем нулевого типа.— *Электричество*, 1940, № 7.
7. К. Б. Карандеев. Некоторые вопросы теории дифференциальных трансформаторов.— *Научные записки Львовск. политехн. ин-та*, вып. V, серия электротехническая, № 2, 1949.
8. И. Н. Кротков. Чувствительность электрических измерительных цепей.— *Электричество*, 1949, № 10.
9. И. Н. Кротков. Расчет наибольшей чувствительности электрических измерительных цепей.— *Электричество*, 1951, № 10.
10. К. Б. Карандеев. *Методы электрических измерений*. М.—Л., Госэнергиздат, 1952.
11. К. Б. Карандеев. *Мостовые методы измерений*. Киев, Гостехиздат УССР, 1953.
12. А. Д. Нестеренко. Основы расчета электроизмерительных схем уравнивания. Киев, Изд-во АН УССР, 1953; изд. 2, 1960.
13. К. Б. Карандеев, Ф. Б. Гриневич. Чувствительность и согласование параметров электроизмерительных устройств.— *Научные записки ИМА АН УССР*, т. V, вып. 4, 1955.
14. К. Б. Карандеев, В. П. Сигорский, К. М. Соболевский. Влияние сопротивления в диагонали источника питания на чувствительность моста переменного тока.— *Докл. Львовск. политехн. ин-та*, т. I, вып. 2, 1955.
15. К. Б. Карандеев, Ф. Б. Гриневич, К. М. Соболевский. О свойствах одной схемы моста со взаимной индуктивностью между двумя соседними плечами.— *Докл. Львовск. политехн. ин-та*, т. I, вып. 2, 1955.
16. Б. И. Брагин. Анализ мостовой схемы с двумя парами индуктивно связанных плеч для измерения малых емкостей.— *Труды Рязанск. радиотехн. ин-та*, т. I, 1956.
17. Ю. П. Зданис. Основные свойства измерительных схем с дифференциальными трансформаторами и сопоставление их с мостовыми схемами.— *Труды конференции по электрическим измерениям и приборостроению (Львов, 1956)*. Киев, Изд-во АН УССР, 1959.
18. К. Б. Карандеев, В. П. Сигорский. Чувствительность электрических измерительных схем.— *Научные записки Львовск. политехн. ин-та*, серия электроприборостроительная, № 1, 1956.
19. К. Б. Карандеев, В. П. Сигорский, К. М. Соболевский. Некоторые вопросы теории мостов переменного тока.— *Труды конференции по электрическим измерениям и приборостроению (Львов, 1956)*. Киев, Изд-во АН УССР, 1959.
20. В. А. Кочан. К вопросу о чувствительности электроизмерительных мостовых схем.— *Труды конференции по электрическим измерениям и приборостроению (Львов, 1956)*. Киев, Изд-во АН УССР, 1959.

21. М. И. Левин. Некоторые вопросы теории мостовых измерительных схем.— Труды конференции по электрическим измерениям и приборостроению (Львов, 1956). Киев, Изд-во АН УССР, 1959.
22. В. Hague. Alternating Current Bridge Methods, Fifth edition (revised). London, Pitman, 1959.
23. В. Н. Мильштейн. Энергетические соотношения в электроизмерительных приборах. М.—Л., Госэнергоиздат, 1960.
24. К. М. Соболевский, Ф. Б. Гриневич. К вопросу о чувствительности моста с тесной индуктивной связью.— Электрические методы автоматического контроля (Труды ИАЭ СО АН СССР, вып. 5). Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
25. К. М. Соболевский. Чувствительность четырехплечего моста при одном способе включения.— Электрические методы автоматического контроля (Труды ИАЭ СО АН СССР, вып. 5). Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
26. Г. В. Гессен. О чувствительности некоторых мостовых цепей с индуктивно связанными плечами.— Труды Института Комитета стандартов, вып. 67 (127). М.—Л., Стандартгиз, 1962.
27. В. О. Арутюнов. Фазопостоянные измерительные цепи переменного тока и их применение. М., Стандартгиз, 1963.
28. К. Б. Карандеев. Специальные методы электрических измерений. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963.
29. Б. Н. Дудкевич. Некоторые вопросы исследования чувствительности электроизмерительных цепей переменного тока.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, серия техн. наук, 1964, вып. 2, № 6.
30. Б. Н. Панков, К. М. Соболевский. Мост переменного тока с согласованными сопротивлениями в плечах и диагонали источника питания.— Электрические методы автоматического контроля (Труды ИАЭ СО АН СССР, вып. 9). Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.
31. К. М. Соболевский. Электроизмерительные цепи уравнивания и элементы их общей теории.— Автометрия, 1965, № 2.
32. К. Б. Карандеев, Г. А. Штамбергер. Обобщенная теория мостовых цепей переменного тока. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.
33. Т. А. Журавлева. Чувствительность мостовых цепей переменного тока.— ИВУЗ. Приборостроение, 1965, № 5.
34. К. М. Соболевский. Основы синтеза квазиуравновешенных цепей для раздельного измерения составляющих комплексных величин.— Автоматический контроль и методы электрических измерений (Труды IV конференции, 1962 г.), т. I. Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.
35. Л. Я. Мізюк. Електронні покажчики змінної напруги. Київ, Держтехвидав УРСР, 1960.

*Поступила в редакцию  
1 ноября 1964 г.,  
после переработки —  
12 апреля 1965 г.*