

В. А. ВИТТИХ  
(Новосибирск)

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ АДАПТИВНЫХ ДИСКРЕТИЗАТОРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Рассматривается функциональная схема адаптивного дискретизатора лежандровского типа. Исследуются вопросы помехоустойчивости различных алгоритмов адаптивной дискретизации и приводятся некоторые результаты обработки измерительной информации по предлагаемым алгоритмам.

В [1] изложен принцип построения адаптивных дискретизаторов, основанных на использовании ортогональных полиномов Лежандра (адаптивных дискретизаторов лежандровского типа). Эффективность применения дискретизаторов определяется величинами коэффициентов сжатия, которые могут быть получены при дискретизации, а при наличии помех, действующих на сигнал, важным показателем эффективности становится помехоустойчивость. Следует заметить, что требование помехоустойчивости зачастую является определяющим при проектировании аппаратуры для сжатия измерительной информации.

Статья посвящается, в основном, исследованию вопросов помехоустойчивости различных алгоритмов адаптивной дискретизации. Кроме того, описывается функциональная схема адаптивного дискретизатора лежандровского типа и ее упрощенный вариант, которые могут быть взяты за основу при построении дискретизаторов как средствами аналоговой, так и цифровой вычислительной техники. Алгоритмы моделировались на цифровой вычислительной машине, и некоторые результаты обработки информации приводятся в статье.

\* \* \*

На рис. 1 представлена функциональная схема адаптивного дискретизатора лежандровского типа. Сигнал  $f(t)$  в момент времени  $t=0$  фиксируется в ячейке памяти ЯП и начинает поступать на интегрирующее устройство  $I_1$ . Выходной результат  $I_1$  поступает на вход  $I_2$ , выходной результат  $I_2$  — на вход  $I_3$  и так далее до  $n+1$ -го интегрирующего устройства  $I_{n+1}$ . Значения  $\int_0^T f(t) dt, \int_0^T f^{(-1)}(t) dt, \dots, \int_0^T f^{(-n)}(t) dt$  с выходов  $I_1, I_2, \dots, I_{n+1}$  умножаются в блоках умножения  $БУ_1, БУ_2, \dots, БУ_{n+1}$  соответственно на величины  $2/T, (2/T)^2, \dots, (2/T)^{n+1}$ , поступающие с выхода генератора функций  $(2/T)^i$  ( $i = 1, \dots, n+1$ ),

который на схеме обозначен пунктиром. С выходов блоков умножения БУ<sub>1</sub>, БУ<sub>2</sub>, ..., БУ<sub>n+1</sub> значения  $f^{(-1)}(1)$ ,  $f^{(-2)}(1)$ , ...,  $f^{(-n-1)}(1)$ , представляющие собой результаты последовательного интегрирования сигнала  $f(t)$ , приведенные к отрезку  $[-1, 1]$ , поступают на матричную пересчетную схему МПС, где происходит их умножение на известную числовую матрицу [1]. Выход МПС представляет собой совокупность текущих значений коэффициентов  $c_0, c_1, \dots, c_n$ .

Коэффициенты  $c_0, c_1, \dots, c_n$  поступают на сумматор  $\Sigma_1$ , на выходе которого получается величина  $\sum_{i=0}^n c_i$ . На вход сумматора  $\Sigma_2$  все

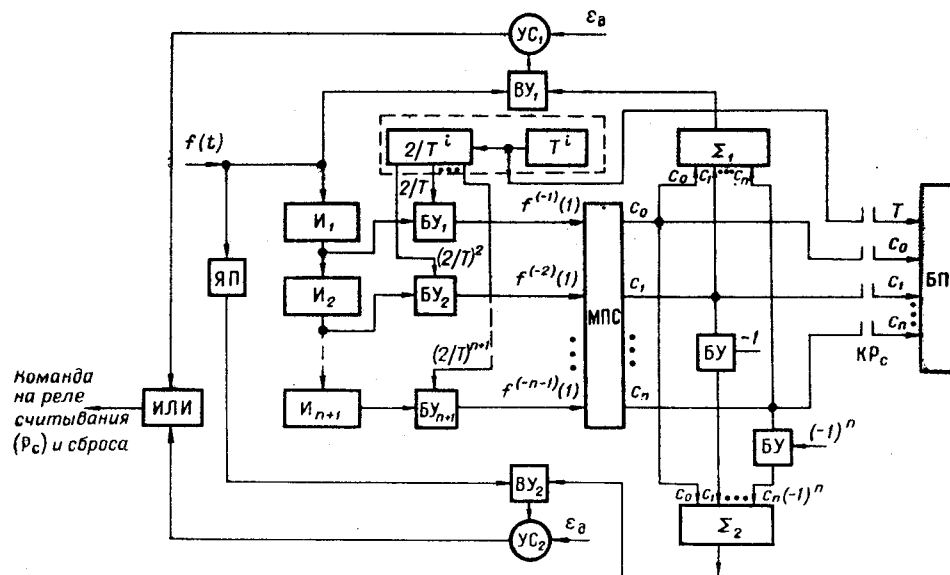


Рис. 1.

нечетные коэффициенты подаются с обратными знаками, и, следовательно, выходной результат  $\Sigma_2$  представляет собой величину  $\sum_{i=0}^n (-1)^i c_i$ .

В вычитающих устройствах ВУ<sub>1</sub> и ВУ<sub>2</sub> вычисляются ошибки приближения  $\epsilon(1)$  и  $\epsilon(-1)$  в точках  $x=1$  и  $x=-1$ . В устройствах сравнения УС<sub>1</sub> и УС<sub>2</sub> эти ошибки сравниваются с допустимой  $\epsilon_d$ , и если хотя бы в одном из них нарушается условие  $\epsilon_d \geq \epsilon(\pm 1)$ , то на выходе схемы ИЛИ вырабатывается команда, по которой контакты реле считывания КР<sub>с</sub> замыкаются и значения коэффициентов  $c_0, c_1, \dots, c_n$ , а также величина отрезка аппроксимации  $T$  фиксируются в буферной памяти БП. По этой же команде все элементы схемы возвращаются в начальное состояние.

Рассмотренная функциональная схема может быть реализована как средствами аналоговой, так и цифровой вычислительной техники. Аналоговые средства обладают невысокой точностью, и при их использовании придется ограничиться полиномами невысоких степеней, поскольку при многократном интегрировании ошибки вычислений накапливаются и могут достигнуть значительной величины. Высокоточные цифровые вычислительные устройства часто не удовлетворяют предъявляемым требованиям с точки зрения веса и габаритов, а также не всегда могут

обеспечить необходимую скорость вычислений, в связи с этим представляется целесообразным использовать при реализации алгоритмов адаптивной дискретизации цифровые интегрирующие машины и цифровые дифференциальные анализаторы, которые сочетают в себе высокую скорость работы в реальном масштабе времени с высокой точностью результатов вычислений; при этом вес и габариты вычислительного устройства оказываются достаточно малыми. Кроме того, существующие цифровые интегрирующие машины обеспечивают точность вычислений в четыре-шесть десятичных знаков, что в данном случае вполне приемлемо.

В [1] одной из характеристик качества дискретизации введена величина вероятности ошибок  $P(\epsilon > \epsilon_d)$ , превышающих допустимую  $\epsilon_d$ . Это было сделано из тех соображений, что для сигналов, сопровождающихся помехами, целесообразно вводить вероятностные критерии близости, учитывающие случайный характер помех, тем более что это позволяет получать простые аппаратные реализации алгоритмов адаптивной дискретизации. Допустив некоторую небольшую вероятность появления ошибок, превышающих допустимую, мы можем отказаться от контроля погрешности приближения в точке  $x = -1$ , что приводит к упрощению схемы дискретизатора и к повышению его помехоустойчивости. В упрощенной схеме дискретизатора будут отсутствовать: ячейка памяти ЯП, устройства для вычисления величины  $\varphi(-1) = \sum_{i=0}^n (-1)^i c_i$ , устройство сравнения УС<sub>2</sub>, вычитающее устройство ВУ<sub>2</sub> и логическая схема ИЛИ. Упрощенный вариант адаптивного дискретизатора лежандровского типа позволяет получать большие коэффициенты сжатия в тех случаях, когда сигналы сопровождаются случайными гауссовскими помехами (табл. 1, 2), более высокочастотными, чем сам сиг-

Таблица 1

Максимальная степень аппроксимирующего полинома	Упрощенный алгоритм (контроль погрешности в точке $x=1$ )		Алгоритм с контролем погрешности в точках $x = -1$ и $x=1$	
	$K_1$	$P_1(\epsilon > \epsilon_d)$	$K_2$	$P_2(\epsilon > \epsilon_d)$
$n=1$	14	0,005	8,8	0,000
$n=2$	14	0,003	8,4	0,000
$n=3$	14	0,005	8,0	0,000

Таблица 2

Максимальная степень аппроксимирующего полинома	Упрощенный алгоритм (контроль погрешности в точке $x=1$ )		Алгоритм с контролем погрешности в точках $x = -1$ и $x=1$	
	$K_1$	$P_1(\epsilon > \epsilon_d)$	$K_2$	$P_2(\epsilon > \epsilon_d)$
$n=1$	12,8	0,008	6,6	0,000
$n=2$	12	0,006	4,6	0,000
$n=3$	11,6	0,007	4,2	0,000

нал. В приведенных таблицах  $K$  — коэффициент сжатия;  $\epsilon_d = 0,01$ ; отношение сигнал — помеха для табл. 1 равно 16, а для табл. 2 — 12.

Под коэффициентом сжатия  $K$  мы понимаем величину

$$K = \frac{q}{s}$$

где  $q$  — число двоичных символов, необходимое для описания сигналов, дискретизированных в соответствии с теоремой Котельникова;  $s$  — число двоичных символов, необходимое для описания сигналов (с учетом информации об интервалах аппроксимации), дискретизированных по предлагаемым алгоритмам.

Остановимся теперь на сравнительной оценке помехоустойчивости различных алгоритмов адаптивной дискретизации. Известно [2], что в теории связи помехоустойчивость определяется как способность системы передачи противостоять вредному действию помех. Действие помехи проявляется в том, что принятый сигнал отличается от переданного. Поэтому помехоустойчивость можно характеризовать как степень соответствия принятого сигнала переданному при заданной помехе. Таким образом, при сравнении нескольких систем более помехоустойчивой будет та из них, в которой при одинаковой помехе различие между принятым сигналом и переданным будет меньше.

Помехоустойчивость устройств сжатия информации также можно определить как способность алгоритма дискретизации противостоять вредному действию помех. Только в этом случае действие помехи будет проявляться в уменьшении эффективности дискретизации (в уменьшении коэффициента сжатия).

Поскольку в дискретизатор полезный сигнал  $f^*(t)$  поступает уже искаженным помехой  $\xi(t)$ , то для уменьшения влияния помехи естественно применить предварительное сглаживание сигнала  $f(t) = f^*(t) + \xi(t)$ . Сглаживание довольно просто осуществить, применяя обычные линейные фильтры, теория которых разработана достаточно полно. Однако применение линейной фильтрации не всегда возможно. Например, в случае нестационарных сигналов это привело бы к появлению переходных процессов в фильтре в моменты резкого изменения состояния системы и соответственно к появлению больших погрешностей при обработке сигнала, что в ряде случаев совершенно неприемлемо, поскольку получателю информации именно в это время необходимы точные сведения о состоянии объекта. Такие сигналы необходимо сглаживать другими средствами, привлекая методы нелинейной фильтрации. Вопросы построения нелинейных фильтров в настоящее время разработаны недостаточно.

Ввести единое количественное определение помехоустойчивости затруднительно, поскольку эффективность различных алгоритмов дискретизации при обработке даже гладких функций (функций без помех) неодинакова. Сравнительную оценку алгоритмов по помехоустойчивости можно производить следующим образом. Вычисляются коэффициенты сжатия  $K^*$ , полученные при обработке некоторых сигналов, представляющих собой аналитические функции, по каждому алгоритму. Затем на сигнал накладывается помеха и вычисляются новые коэффициенты сжатия  $K$ . Тогда помехоустойчивость  $j$ -го алгоритма можно оценивать величиной

$$\eta_j = \frac{K_j}{K_j^*} \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

Прежде чем давать количественные оценки помехоустойчивости алгоритмов, удобно предварительно качественно охарактеризовать помехоустойчивость групп алгоритмов, каждая из которых включает в себя алгоритмы, построенные на идентичных принципах. Затем, определив наиболее помехоустойчивую группу алгоритмов, можно применить к ал-

горитмам, составляющим эту группу, количественные методы оценки и выделить самый помехоустойчивый среди них. По принципу построения все алгоритмы адаптивной дискретизации могут быть разбиты на две большие группы: 1) алгоритмы, в которых приближающая функция строится на основе дифференциальных свойств сигнала; 2) алгоритмы, основанные на использовании интегральных характеристик сигнала.

Алгоритмы адаптивной дискретизации лежандровского типа относятся ко второй группе и позволяют аппроксимировать сигнал полиномами любой степени. При этом максимальная степень аппроксимирующего полинома определяется точностью, с которой могут быть произведены вычисления, т. е. характеристиками используемых вычислительных средств.

Поскольку алгоритмов адаптивной дискретизации эмпирических функций первой группы для степеней аппроксимирующих полиномов выше первой не существует, то мы ограничимся сравнением помехоустойчивости линейных алгоритмов ( $n=1$ ) указанных двух групп. Алгоритмы первой группы достаточно полно исследованы в [3, 4]. Естественно, что для сигналов с помехами использование ряда, основанного на дифференцировании, может оказаться практически неприемлемым. Действительно, искажение сигнала помехой в начальной точке интервала ( $t=0$ ) приведет к тому, что коэффициенты приближающей прямой  $c_0$  и  $c_1$  будут незначительно отражать свойства сигнала, а это, в свою очередь, снизит эффективность дискретизации. Поэтому использование разложений, основанных на процессе интегрирования, а не дифференцирования, имеет безусловные преимущества. Кроме того, способы первой группы являются экстраполирующими, второй — интерполирующими, а так как интерполяция всегда надежнее, чем экстраполяция, то естественно, что ряд, основанный на интерполяции, дает, благодаря более сильной сходимости, гораздо лучшие результаты.

Таким образом, помехоустойчивость алгоритмов адаптивной дискретизации, основанных на использовании ортогональных полиномов Лежандра и относящихся ко второй группе, безусловно, выше помехоустойчивости алгоритмов, основанных на дифференцировании.

Теперь проведем количественное сравнение помехоустойчивости различных дискретизаторов лежандровского типа. В табл. 3 приведены коэффициенты сжатия и вероятности ошибок, превышающих допусти-

Таблица 3

Допустимая погрешность аппроксимации $\varepsilon_d$	Упрощенный алгоритм (контроль погрешности в точке $x=1$ )			Алгоритм с контролем погрешности в точках $x=-1$ и $x=1$		
	$K_1$	$K_1^*$	$P_1(\varepsilon > \varepsilon_d)$	$K_2$	$K_2^*$	$P_2(\varepsilon > \varepsilon_d)$
0,01	14	33	0,008	8,8	30	0,000
0,02	24	54	0,006	14,4	50	0,000

мую, которые получены в результате обработки информации. По приведенным в таблице коэффициентам сжатия можно сравнить помехоустойчивость обоих алгоритмов:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\frac{K_1}{K_1^*}}{\frac{K_2}{K_2^*}} \approx 1,5.$$

Помехоустойчивость упрощенного алгоритма адаптивной дискретизации, по крайней мере, в 1,5 раза выше помехоустойчивости алгоритма, предусматривающего контроль погрешности в точках  $x=-1$  и  $x=1$ .

Исследование помехоустойчивости алгоритмов адаптивной дискретизации тесно связано с другим важным вопросом, неизбежно возникающим на стадии проектирования системы сжатия информации, с вопросом выбора максимальной степени аппроксимирующего полинома Лежандра. При решении этого вопроса необходимо учитывать не только свойства класса сигналов и статистические свойства помехи, но и величину допустимой погрешности приближения.

На рис. 2 приведены экспериментально полученные кривые зависимости коэффициента сжатия от допустимой погрешности приближения

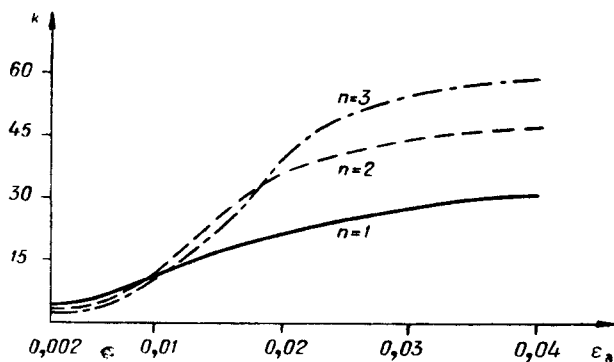


Рис. 2.

для алгоритмов лежандровского типа, использующих различные степени аппроксимирующих полиномов. При  $\varepsilon_d=0,01$  коэффициенты сжатия для всех  $n$  одинаковы, т. е. увеличение  $n$  не приводит к повышению эффективности алгоритма. Это объясняется целиком влиянием помех. Дело в том, что если интервал аппроксимации определяется появлением помехи в правом его конце, то при использовании полиномов высших степеней мы вынуждены передавать по каналу связи большее число коэффициентов и тем самым проигрываем в эффективности. Это обстоятельство подчас сводит на нет выигрыш, обусловленный лучшими приближающими свойствами полиномов высших степеней (особенно при  $n=3$ ).

Увеличивая  $\varepsilon_d$ , мы уменьшаем влияние помех, и когда  $\varepsilon_d > 0,01$ , коэффициенты сжатия при использовании полиномов второй и третьей степени становятся больше, чем для  $n=1$ . При  $\varepsilon_d > 0,02$  приближение полиномами третьей степени оказывается наиболее эффективным.

Кривые имеют явно выраженный характер кривых насыщения. При  $\varepsilon_d > 0,04$  увеличение допустимой погрешности не приводит к заметному увеличению коэффициентов сжатия. В этой области влияние помехи практически не проявляется и сжатие определяется свойствами самого дискретизируемого сигнала.

\* \* \*

Рассмотренные в статье функциональные схемы адаптивных дискретизаторов лежандровского типа могут быть использованы при проектировании аппаратуры, предназначенной для сокращения объема измерительной информации. В отличие от существующих алгоритмов адап-

тивной дискретизации, связанных, как правило, с дифференцированием сигнала и использующих степени аппроксимирующих полиномов не выше первой, приведенные алгоритмы позволяют аппроксимировать сигнал полиномами высоких степеней и обладают большей помехоустойчивостью, так как основаны на интегрировании сигнала.

Следует отдать предпочтение упрощенному алгоритму адаптивной дискретизации лежандровского типа в силу его большей эффективности и простоты реализации. Целесообразно для улучшения показателей системы сжатия допускать небольшую величину вероятности ошибок, превышающих допустимую.

Выбор максимальной степени аппроксимирующего полинома должен определяться в зависимости от свойств действующих на сигнал помех, класса дискретизируемых сигналов, а также от величины допустимой погрешности приближения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Виттих, А. Н. Гинзбург. Об одном алгоритме управления сбором информации.— *Автометрия*, 1965, № 4.
2. А. А. Харкевич. Борьба с помехами. М., Физматгиз, 1963.
3. З. Фридрих. К вопросу о неравномерной дискретизации непрерывных сигналов.— *ИВУЗ, Радиофизика*, 1960, № 2.
4. З. Фридрих. К теории дискретных отсчетов.— *Проблемы центротехники. Труды МЭИ*, вып. 52. М., 1963.

*Поступила в редакцию  
25 мая 1965 г.,  
после переработки —  
19 июля 1965 г.*