

**В. В. ЕФИМЕНКО**

(Новосибирск)

**ВЫБОР ДВОИЧНО-ДЕСЯТИЧНОГО КОДА  
ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ ЦИФРОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ  
ПРИБОРОВ (АЦИП) С ТРОИЧНЫМ УСТРОЙСТВОМ СРАВНЕНИЯ**

В статье рассматривается выбор двоично-десятичного кода, оптимального по быстродействию для автоматических цифровых измерительных приборов, использующих троичные сравнивающие устройства. Показывается, что с целью более эффективного использования функциональных возможностей таких сравнивающих устройств цифровое кодирование целесообразно проводить параллельно по двум каналам.

В [1] решена задача выбора двоично-десятичного кода с учетом статистических свойств измеряемой величины для случая, когда в АЦИП используются сравнивающие устройства (в дальнейшем они называются двоичными), способные различать два состояния: больше или меньше измеряемая величина по отношению к известной. Кроме того, в АЦИП зачастую применяют сравнивающие устройства, которые различают три состояния: больше, меньше измеряемая величина по отношению к известной или же (с точностью до некоторой постоянной  $\pm \epsilon$ ) равна ей. Вопросы, связанные с выбором двоично-десятичного кода для АЦИП, в которых используются подобного рода сравнивающие устройства (назовем их троичными), в литературе еще не освещены; их рассмотрению и посвящена настоящая статья.

Примером троичного сравнивающего устройства может служить устройство, в котором в качестве порогового элемента используется поляризованное реле. Функции троичного сравнивающего устройства (различение трех состояний) могут выполняться двумя двоичными сравнивающими устройствами, входы которых включены параллельно, а выходы объединены через логическое устройство, если в этих устройствах одному и тому же соотношению между значениями измеряемой величины  $X$  и известной  $V$  будут соответствовать различные состояния пороговых элементов.

Не останавливаясь на рассмотрении других возможных вариантов построения, отметим, что общим между троичными сравнивающими устройствами является то, что постоянная  $\epsilon$  по значению, как правило, равна половине единицы дискретности  $\delta$  самой младшей декады АЦИП.

Пусть имеется  $k$ -декадный АЦИП поразрядного уравнивания, в котором используется троичное сравнивающее устройство с постоянной  $\epsilon = \pm \delta/2$ . Алгоритм работы прибора таков, что время получения результата измерения зависит от значения измеряемой величины. Это до-



Определим значение величины  $I_{\text{ср}}^{\text{max}}$ . Предварительно запишем выражение для среднего количества информации  $I_{\text{ср}}$ , получаемого на одну операцию сравнения при использовании троичного сравнивающего устройства:

$$I_{\text{ср}} = P(x < V - \delta/2) \log_2 P(x < V - \delta/2) + P(x = V \pm \delta/2) \log_2 P(x = V \pm \delta/2) + P(x > V + \delta/2) \log_2 P(x > V + \delta/2). \quad (2)$$

Для  $i$ -го сравнения, когда значения измеряемой величины распределены равномерно в диапазоне от 0 до  $L$  и  $X$  сравнивается с  $V_i$ -м значением известной величины  $V$ , выражение (2) примет вид

$$I_{\text{ср}_i} = \frac{V_i - \delta/2}{L} \log_2 \frac{V_i - \delta/2}{L} + \frac{\delta}{L} \log_2 \frac{\delta}{L} + \frac{L - V_i - \delta/2}{L} \log_2 \frac{L - V_i - \delta/2}{L}. \quad (3)$$

Заметим, что величина  $L$  изменяется от сравнения к сравнению. Это вытекает из принципа работы АЦИП поразрядного уравнивания. Для принятой модели в  $k$ -м приборе  $L$  изменяется от  $10^k \delta$  до  $2 \cdot 10^{k-1} \delta$ ; в  $(k-1)$ -м — от  $10^{k-1} \delta$  до  $2 \cdot 10^{k-2} \delta$  и т. д. и, наконец, в 1-м приборе  $L$  изменяется в пределах от  $9 \delta$  до  $2 \delta$ .

Следуя [1], определить  $I_{\text{ср}}^{\text{max}}$  — значит найти математическое ожидание количества информации на одну операцию сравнения для всех значений  $X$ . При этом неизменным требованием является получение максимума информации на одну операцию сравнения  $I_{\text{ср}_i} \rightarrow I_{\text{ср}_i}^{\text{max}}$  для каждого значения  $X$  при условии, что значения известной величины  $V$  должны быть целочисленными. Последнее ограничение обусловлено тем, что значения  $V_i$  в АЦИП образуются с помощью весовых коэффициентов двоично-десятичных кодов, а в статье рассматривается только класс кодов с целочисленными коэффициентами.

Известно, что максимум функции (2) достигается при равенстве входящих в эту функцию вероятностей. Поэтому легко найти, что максимум функции (3) достигается при

$$V_i = \frac{3\delta}{2} \quad (4)$$

и, кроме того,

$$V_i = \frac{L}{2}. \quad (5)$$

Очевидно, что одновременно оба условия (4) и (5) могут быть выполнены лишь в 1-м приборе нашей модели, т. е. если говорить о  $k$ -декадном АЦИП, это соответствует самой младшей декаде. Во всех остальных декадах может быть выполнено лишь условие (5). Следовательно, для всех декад (т. е. для декад, которым в модели соответствуют приборы 2-й, 3-й, ...,  $(k-2)$ -й,  $(k-1)$ -й, а также в частном случае —  $k$ -й прибор, если  $f(x) = \text{const}$ ) оптимальными в смысле быстрейшего действия будут те коды, весовые коэффициенты которых позволяют формировать значения  $V_i$ , наиболее полно удовлетворяющие условию (5). В силу того, что в условиях равномерного распределения измеряемой величины при кодировании с помощью двоичного сравнивающего устройства для оптимального кода тоже необходимо лишь выполнение условия (5), оптимальными кодами для рассматриваемого случая будут те, которые оптимальны при двоичном сравнивающем устройстве [1]: 5211, 5221, 5321, 4221, 4421, 6221, 6421.

Как вытекает из изложенного выше, для первой декады будут оптимальными те коды из перечисленных, которые позволяют наиболее точно выполнить условие (4). Для этого необходимо по (1) определить значение  $N_{\min}$  и сравнить его со значениями среднего числа необходимых сравнений для каждого из перечисленных кодов.

С этой целью определим предварительно  $I_p$  и  $I_{\text{ср}}^{\text{max}}$  для данной декады. Так как измеряемая величина, поступающая на вход 1-го прибора, распределена в диапазоне от  $\delta/2$  до  $(9+\delta/2)$  и квантуется на 9 равных частей величиной  $\delta$ , то легко найти, что  $I_p \approx 3,17$  дв. ед.

Величину  $I_{\text{ср}}^{\text{max}}$  найдем по формуле

$$I_{\text{ср}}^{\text{max}} = \frac{1}{9} \sum_i I_{\text{ср}_i}^{\text{max}}, \quad (6)$$

где  $I_{\text{ср}_i}^{\text{max}}$  определяется, в свою очередь, для каждого значения  $X$  по формуле (3) аналогично определению  $I_{\text{ср}_i}^{\text{max}}$  в [1] с той разницей, что значения  $V_i$  выбираются в целых числах с учетом наиболее точного выполнения условий (4) и (5). Значения  $I_{\text{ср}_i}^{\text{max}}$  для данной декады приведены в табл. 1.

Таблица 1

$r_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$I_{\text{ср}_i}^{\text{max}}$	1,4657	1,4657	1,4657	1,3466	1,3588	1,3588	1,4342	1,4342	1,4342

Используя значения  $I_{\text{ср}_i}^{\text{max}}$ , приведенные в табл. 1, по формуле (6) находим  $I_{\text{ср}}^{\text{max}} = 1,4182$  дв. ед.

После подстановки полученных значений  $I_p$  и  $I_{\text{ср}}^{\text{max}}$  в (1) имеем  $N_{\min} = 2,22$ . Следовательно, коды, для которых  $N_{\min} = 2,2$ , являются оптимальными для первой декады. Нетрудно убедиться, что такими кодами являются: 4221, 4421, 6221.

Таким образом, мы нашли оптимальные коды всех декад  $k$ -декадного АЦИП за исключением  $k$ -й декады, когда измеряемая величина распределена в диапазоне от 0 до  $L$  с некоторой плотностью вероятности  $f(x)$ . В этом случае значения вероятностей в (2) будут равны

$$P(x < V_i - \delta/2) = \int_0^{V_i - \delta/2} f(x) dx; \quad (7)$$

$$P(x = V_i \pm \delta/2) = \int_{V_i - \delta/2}^{V_i + \delta/2} f(x) dx; \quad (8)$$

$$P(x > V_i + \delta/2) = \int_{V_i + \delta/2}^L f(x) dx. \quad (9)$$

Поскольку  $L$  (а значит и  $V_i$ ) для  $k$ -й декады в  $10^k$  раз больше, чем  $\delta$ , а  $f(x)$  практически всегда является достаточно «гладкой» функ-

цией, то в первом приближении значением интеграла (8) по сравнению со значениями интегралов (7) и (9) можно пренебречь.

Поэтому, чтобы код был оптимальным в смысле быстродействия, необходимо при его использовании выполнять условие

$$\int_0^{V_i - \delta/2} f(x) dx \approx \int_{V_i + \delta/2}^L f(x) dx.$$

Это означает, что и в случае произвольного закона распределения измеряемой величины в старшей декаде целесообразно использовать те же коды, которые оптимальны при этом законе распределения в случае использования двоичного сравнивающего устройства. Расчеты показывают, что с увеличением числа декад эффективность применения троичного сравнивающего устройства падает, так как быстродействие многодекадных АЦИП с использованием такого троичного сравнивающего устройства мало отличается от быстродействия АЦИП, использующих двоичные сравнивающие устройства.

Поэтому троичное сравнивающее устройство наиболее целесообразно применять в малодекадных АЦИП. Очевидно, что для повышения эффективности использования троичного сравнивающего устройства при уравнивании в старших декадах необходимо в этих декадах обеспечить соотношение  $\delta/L$  постоянным и по возможности равным  $\frac{1}{3}$ .

Одним из путей реализации этих требований может быть одновременное использование при сравнении двух известных величин. Это означает, что кодирование в АЦИП необходимо производить параллельно по двум каналам. В этом случае в качестве троичного сравнивающего устройства наиболее целесообразно использовать два двоичных сравнивающих устройства, объединенных по выходу логическим устройством, определяющим, какое из следующих условий выполняется при данном сравнении:

$$V_i^I > X < V_i^{II}; \quad (10)$$

$$V_i^{II} > X > V_i^I; \quad (11)$$

$$V_i^I < X > V_i^{II}, \quad (12)$$

где  $V_i^I$  — значение известной величины  $V$ , с которым сопоставляется при  $i$ -м сравнении неизвестная величина в 1-м канале;

$V_i^{II}$  — то же самое для второго канала.

Определим, какие двоично-десятичные коды наиболее целесообразно использовать в обоих каналах. С этой целью предварительно найдем, какими необходимо выбрать числа  $V_i^I$  и  $V_i^{II}$ , чтобы в среднем за минимальное число сравнений определить любое из значений измеряемой величины, находящееся в пределах декады. При этом будем предполагать, что значения измеряемой величины распределены равномерно, а значения  $V_i^I$  и  $V_i^{II}$  являются целочисленными. Очевидно, что в случае кодирования по двум каналам среднее количество информации на одно сравнение будет равно

$$I_{\text{ср}} = P(x > V_i^I) \log_2 P(x > V_i^I) + P(V_i^I < x < V_i^{II}) \log_2 P(V_i^I < x < V_i^{II}) + \\ + P(x > V_i^{II}) \log_2 P(x > V_i^{II}) \quad (13)$$

и конкретно при равномерном законе распределения —

$$I_{срi} = \frac{V_i^I}{L} \log_2 \frac{V_i^I}{L} + \frac{V_i^{II} - V_i^I}{L} \log_2 \frac{V_i^{II} - V_i^I}{L} + \frac{L - V_i^{II}}{L} \log_2 \frac{L - V_i^{II}}{L}.$$

Так как при каждом сравнении необходимо, чтобы  $I_{срi} \rightarrow I_{срi}^{\max}$ , то при первом сравнении в старшей декаде возможны три следующих равноценных варианта выбора  $V_1^I$  и  $V_1^{II}$  (табл. 2).

При втором сравнении число возможных вариантов выбора  $V_2^I$  и  $V_2^{II}$  увеличивается. Пусть при первом сравнении  $V_1^I = 3 \cdot 10^k$ ,  $V_1^{II} = 7 \cdot 10^k$ . Тогда в зависимости от значения измеряемой величины, т. е. в зависимости от того, какое из неравенств (10), (11), (12) выполняется, значения  $V$  можно выбрать следующими:

1.  $X < 3 \cdot 10^k$ ,  $X < 7 \cdot 10^k$ . В этом случае  $V_2^I = 1 \cdot 10^k$ ,  $V_2^{II} = 2 \cdot 10^k$  и процесс уравнивания в данной декаде заканчивается на втором сравнении и уже при третьем сравнении начинается уравнивание в следующей декаде.

II.  $X > 3 \cdot 10^k$ ,  $X < 7 \cdot 10^k$ . При этом возможны три равноценных варианта выбора  $V$  (табл. 3).

В этом случае процесс уравнивания в декаде не всегда заканчивается на втором сравнении. Например, если  $V_2^I = 4 \cdot 10^k$  и  $V_2^{II} = 5 \cdot 10^k$  и в процессе сравнения оказалось, что  $X > 4 \cdot 10^k$  и  $X > 5 \cdot 10^k$ , то для определения значения измеряемой величины необходимо провести еще третье сравнение. Однако для определения измеряемой величины достаточно провести сравнение лишь в одном канале. Поэтому другой канал при третьем сравнении можно использовать для проведения первого сравнения в следующей декаде.

III.  $X > 3 \cdot 10^k$ ,  $X > 7 \cdot 10^k$ . При этом  $V_2^I = 8 \cdot 10^k$ ,  $V_2^{II} = 9 \cdot 10^k$  и процесс уравнивания в данной декаде на этом заканчивается.

Наконец, рассмотрим выбор значений  $V$  при третьем сравнении ( $V_3^I$  и  $V_3^{II}$ ). Если при втором сравнении значения  $V_2^I$  и  $V_2^{II}$  были выбраны согласно случаям I и III (и частично II), то при третьем сравнении, как уже было сказано, начинается уравнивание в следующей декаде и поэтому  $V$  необходимо выбирать такими, как и при первом сравнении, только в единицах дискретности данной декады.

Рассмотрим случай, когда уравнивание в данной декаде на втором сравнении не заканчивается. Пусть при втором сравнении имеем  $X > 4 \cdot 10^k$ ,  $X > 5 \cdot 10^k$ . Тогда  $V_3^I = 6 \cdot 10^k$ ,  $V_3^{II} = 6 \cdot 10^k + 3 \cdot 10^{k-1}$ .

В результате сравнения в зависимости от значения измеряемой величины  $X$  возможны следующие ситуации:

A.  $X > 6 \cdot 10^k$ ;  $X > 6 \cdot 10^k + 3 \cdot 10^{k-1}$ . Это означает, что  $X > 6 \cdot 10^k$  и что при следующем (четвертом) сравнении  $V_4^I = 6 \cdot 10^k + 6 \cdot 10^{k-1}$ ,  $V_4^{II} = 6 \cdot 10^k + 7 \cdot 10^{k-1}$ .

B.  $X > 6 \cdot 10^k$ ;  $X < 6 \cdot 10^k + 3 \cdot 10^{k-1}$ . Это означает также, что  $X \geq 6 \cdot 10^k$ , но при четвертом сравнении  $V_4^I = 6 \cdot 10^k + 1 \cdot 10^{k-1}$ ,  $V_4^{II} = 6 \cdot 10^k + 2 \cdot 10^{k-1}$ .

Таблица 2

$V_1^I$	$V_1^{II}$
$3 \cdot 10^k$	$7 \cdot 10^k$
$3 \cdot 10^k$	$6 \cdot 10^k$
$4 \cdot 10^k$	$7 \cdot 10^k$

Таблица 3

$V_2^I$	$V_2^{II}$
$4 \cdot 10^k$	$5 \cdot 10^k$
$5 \cdot 10^k$	$6 \cdot 10^k$
$4 \cdot 10^k$	$6 \cdot 10^k$

С.  $X < 6 \cdot 10^k$ ;  $X < 6 \cdot 10^k + 3 \cdot 10^{k-1}$ . Это означает, что  $X \geq 5 \cdot 10^k$  и что при четвертом сравнении значения  $V$  в следующей декаде необходимо выбирать такими же, как и при первом сравнении, т. е.  $V_4^I = 5 \cdot 10^k + 3 \cdot 10^{k-1}$ ,  $V_4^{II} = 5 \cdot 10^k + 7 \cdot 10^{k-1}$ .

Не рассматривая дальше всех возможных вариантов выбора  $V_i^I$  и  $V_i^{II}$  (они очевидны), укажем лишь, что все сказанное было справедливо для всех декад, исключая самую старшую, при любом законе распределения измеряемой величины и при равномерном законе распределения для старшей декады.

В случае, когда измеряемая величина распределена с некоторой плотностью вероятности  $f(x)$ , выбор значений  $V_i^I$  и  $V_i^{II}$  в старшей декаде необходимо производить так, чтобы значения вероятностей  $P(x > V_i^I)$ ,  $P(V_i^I < x < V_i^{II})$ ,  $P(x > V_i^{II})$  были как можно близкими.

Теперь, зная, каким образом необходимо выбирать значения  $V_i^I$  и  $V_i^{II}$ , нетрудно установить, какие двоично-десятичные коды наиболее целесообразно использовать в обоих каналах. Поскольку в АЦИП используют схемы управления, работающие по жесткому алгоритму (поочередное включение всех разрядов), то необходимо выбирать такие коды, чтобы их весовые коэффициенты первых разрядов соответствовали значениям  $V_1^I$  и  $V_1^{II}$  (см. табл. 2).

Если дополнительно учесть, что с целью обеспечения однозначности показаний трюичного сравнивающего устройства необходимо, чтобы всегда при сравнении  $V_i^{II} > V_i^I$ , то из числа взвешенных двоично-десятичных кодов с постоянными весами в первом канале можно использовать один из кодов 3321 или 3421, а в другом канале — любой из кодов 6421, 6311, 6321, 7321; либо в одном канале один из 4 кодов 4311, 4221, 4321, 4421, а в другом — любой из двух кодов 7321, 7421. Выбор конкретной пары кодов из числа всех перечисленных вариантов можно производить, учитывая некоторые дополнительные требования, например простоту схемы управления АЦИП, минимум максимально возможной ошибки кодирования и т. д. С точки зрения минимума максимально возможного значения ошибки лучшей парой кодов являются 3321 и 6311.

Оценим, какого быстродействия может достигнуть АЦИП, если кодирование вести по двум каналам параллельно. Ограничимся рассмотрением случая, когда измеряемая величина распределена равномерно.

Как следует из изложенного выше, при кодировании по двум каналам среднее количество необходимых сравнений для проведения процесса уравнивания в старшей декаде (обозначим его  $N_k$ ) не равно среднему числу сравнений, необходимых для проведения процесса уравнивания в любой последующей декаде (обозначим это число  $N_l$ ).

Для  $k$ -декадного АЦИП среднее число необходимых сравнений для проведения измерения равно  $N = N_k + (k - 1) N_l$ . Перейдем к определению значений  $N_k$  и  $N_l$ . В таблице 4 указано количество необходимых сравнений  $N_i$  для определения любого значения  $x_i$ , лежащего в пределах старшей декады. Таблица составлена согласно описанному выше варианту выбора значений  $V$ .

Поскольку закон распределения величины  $X$  принят равномерным, то  $N_k = 0,1 \sum_{i=0}^9 N_i = 2,2$ .

При определении  $N_i$  необходимо учитывать, что для любой последующей декады каждое значение измеряемой величины  $x_i$  может определяться за различное число сравнений в зависимости от того, какое значение имела измеряемая величина в предыдущей декаде. Возможны два случая.

I. В предыдущей декаде  $X \neq 6$  (вероятность такого события  $p' = 0,9$ ); тогда в данной декаде уравнивание происходит так же, как в старшей декаде (см. табл. 4), т. е.  $N_i' = 2,2$ .

II. В предыдущей декаде  $X = 6$  (вероятность такого события  $p'' = 0,1$ ); тогда в данной декаде уравнивание протекает так, что каждое  $x_i$  определяется за некоторое число сравнений  $N_i''$  (табл. 5).

Таблица 4

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N_i$	2	2	2	2	2	3	3	2	2	2

Таблица 5

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N_i''$	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2

Нетрудно найти, что  $N_i = p' N_i' + p'' N_i'' = 2,14$ .

Заметим, что минимально достижимое среднее значение числа необходимых сравнений для проведения уравнивания в одной декаде при использовании трючного сравнивающего устройства [1] равно  $N = \frac{I_p}{I_{cy}} = \frac{\log_3 10}{\log_2 3} \approx 2,1$ .

Таким образом, при кодировании по двум каналам во всех декадах, исключая старшую, функциональные возможности сравнивающего устройства не используются всего лишь на 1,9%. Если принять  $k=3$ , то получим, что для трехдекадного АЦИП  $N=6,48$ .

Следовательно, по сравнению с трехдекадным АЦИП, где используется двоичное сравнивающее устройство и кодирование ведется с неравномерным циклом [1], имеем выигрыш в быстродействии на 36,5%. По отношению к АЦИП, в которых тоже используется трючное сравнивающее устройство, но кодирование ведется по одному каналу, выигрыш в быстродействии составляет 14%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Ефименко. О выборе двоично-десятичного кода в приборах поразрядного уравнивания.— Тезисы докладов и сообщений V Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Новосибирск, ЦБТИ, 1963.
2. В. И. Рабинович, М. П. Цапенко. Информационные характеристики измерительных систем.— Тезисы докладов и сообщений IV конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Новосибирск, 1962.

Поступила в редакцию  
7 мая 1965 г.,  
после переработки —  
29 июня 1965 г.