А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

Б. Н. ПАНКОВ, К. М. СОБОЛЕВСКИЙ

(*Новосибирск*)

О ПОВЫШЕНИИ ТОЧНОСТИ КВАЗИУРАВНОВЕШЕННЫХ МОСТОВЫХ ЦЕПЕЙ

Производится анализ погрешности квазиуравновешенного моста переменного тока, при построении которого предполагается специальное согласование сопротивления в указательной диагонали моста с сопротивлением плеча сравнения. Указывается на возможности обеспечения с помощью такого приема достаточно высокой точности раздельного измерения одной из составляющих комплексного сопротивления.

Повышение качества выпускаемой продукции неразрывно связано с качеством контроля ее параметров и, следовательно, с созданием новой контрольно-измерительной аппаратуры. В частности, в промышленности электронной техники остро ощущается потребность в аппаратуре для измерения электрических параметров радиодеталей, которая обладала бы повышенными метрологическими и хорошими эксплуатационными характеристиками. В связи с этим представляется перспективным при построении измерительных цепей такой аппаратуры использовать квазиуравновешенные мостовые цепи переменного тока, позволяющие обеспечить не только хорошие ее эксплуатационные свойства [1, 2], но и, как недавно установлено, достаточно высокую точность измерения.

Один из способов построения квазиуравновешенных мостовых цепей для раздельного измерения параметров комплексного сопротивления, предложенный авторами [3], базируется на специальном согласовании сопротивления в указательной диагонали моста с сопротивлением плеча сравнения при применении в качестве плеч отношения индуктивно связанных элементов. Сущность способа легко уяснить из рассмотрения цепи, представленной на рис. 1, где Z_x — исследуемое комплексное сопротивление, Z_2 — сопротивление плеча сравнения, $Z_у$ — сопротивление в указательной диагонали моста, w_3 и w_4 — числа витков обмоток с тесной связью, $У$ — указатель квазиравновесия, представляющий собой квадратурный фазочувствительный детектор, в

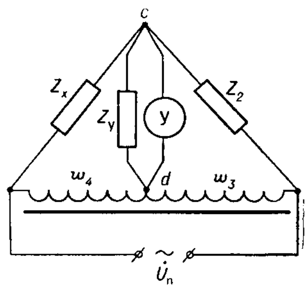

Рис. 1.

котором в качестве опорного напряжения используется напряжение $\dot{U}_п$ в диагонали питания моста. Если в этой цепи выбрать сопротивление Z_2 чисто активным или чисто реактивным соответственно подлежащей раздельному определению составляющей сопротивления Z_x, а сопротивление $Z_у$ — равным по величине и обратным по знаку выбранному сопротивлению Z_2, то при квазиравновесии измерительной цепи, зафиксированном с помощью указателя У, можно произвести отсчет определяемой составляющей Z_x независимо от значения второй составляющей. Так, в случае измерения емкостной составляющей комплексного сопротивления, представленного по последовательной схеме замещения, величины Z_2 и $Z_у$ будут равны соответственно $Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$ и $Z_у = j\omega L_у$, причем $\omega L_у = \frac{1}{\omega C_2}$; выполнение этих условий позволяет измерять емкость независимо от тангенса угла потерь исследуемого объекта. На основе предложенного способа создан прибор для измерения емкости конденсаторов в цеховых условиях с погрешностью, не превышающей 0,1% [4].

В настоящей статье производится анализ погрешностей квазиуравновешенной мостовой цепи переменного тока, построенной по изложенному выше способу, с учетом реальных характеристик ее элементов и рассматриваются методы уменьшения этих погрешностей.

Предположим, что цепь, показанная на рис. 1, предназначается для раздельного измерения емкости, независимо от тангенса угла потерь. Как уже отмечалось, для осуществления условия раздельного измерения емкостной составляющей Z_x необходимо, чтобы сопротивление в указательной диагонали моста, с которого снимается сигнал небаланса, было индуктивным и равным по величине сопротивлению плеча сравнения. Однако необходимо иметь в виду, что практически значение сопротивления в указательной диагонали будет несколько отличаться от идеального значения, необходимого для указанного раздельного измерения (неравенство реактивных сопротивлений, наличие потерь).

В общем случае сопротивление в указательной диагонали можно представить в виде

$$Z_у = R + j\alpha X_2,$$

где R — сопротивление потерь;

X_2 — сопротивление плеча сравнения;

α — коэффициент, определяющий величину реактивного сопротивления в указательной диагонали по отношению к сопротивлению плеча сравнения.

Если принять $\frac{\alpha X_2}{R} = Q$, где Q — добротность сопротивления в указательной диагонали, то

$$Z_у = \frac{\alpha X_2}{Q} + j\alpha X_2.$$

Для определения погрешности измерения емкости найдем уравнение равновесия цепи по составляющей напряжения $\dot{U}_{cd}$, синфазной (противофазной) напряжению питания моста $\dot{U}_п$. Это уравнение можно получить из общего выражения для напряжения $\dot{U}_{cd}$, считая, что $Z_x = X_x(\operatorname{tg}\delta_x - j)$, $Z_2 = -jX_2$, $Z_у = \frac{\alpha X_2}{Q} + j\alpha X_2$, а активные составляющие индуктивно связанных плеч отношения принебрежимо малы по сравнению с реактивными и коэффициент связи близок к единице.

Уравнение квазиравновесия в относительных величинах имеет вид

$$[l\operatorname{tg}\delta_x - Q(\lambda - l)](\alpha\operatorname{tg}\delta_x + \alpha Q - Q + \alpha\lambda Q) +$$
$$+ [lQ\operatorname{tg}\delta_x + (\lambda - l)](\alpha Q\operatorname{tg}\delta_x - Q\operatorname{tg}\delta_x - \alpha - \alpha\lambda) = 0, \qquad (1)$$

где

$$\lambda = \frac{X_2}{X_x} = \frac{C_x}{C_2}; \qquad l = \frac{w_3}{w_4}.$$

Анализируя (1) для $\operatorname{tg}\delta_x \neq 0$, легко видеть, что при конечном значении Q равенство величин λ и l при $\alpha=1$ не соблюдается, т. е. $\lambda=l+\Delta$, где величина Δ зависит от $\operatorname{tg}\delta_x$ и Q и характеризует погрешность определения величины измеряемой емкости по значению образцовой емкости и отношению витков индуктивно связанных плеч. Естественно, что при $\alpha \neq 1$ величина Δ зависит также и от α.

При $\lambda=l+\Delta$ относительная погрешность измерения по емкости будет определяться следующим выражением:

$$\delta C_x = \frac{C_{x_{\text{изм}}} - C_{x_{\text{действ}}}}{C_{x_{\text{действ}}}} = -\frac{\Delta}{\lambda} \cong -\frac{\Delta}{l},$$

или с учетом (1):

$$\delta C_x = \operatorname{tg}^2\delta_x \frac{1+\dfrac{1}{Q\operatorname{tg}\delta_x} - \alpha\left(1+\dfrac{1}{Q^2}\right)}{(1+\operatorname{tg}^2\delta_x)\left[\alpha\left(1+\dfrac{1}{Q^2}\right)-1\right]+\alpha\lambda\left(1+\dfrac{1}{Q^2}\right)}. \qquad (2)$$

Оценим влияние величины реактивного сопротивления в указательной диагонали моста на погрешность измерения, т. е. рассмотрим зависимость (2) как $\delta C_x = f(\alpha)$ при фиксированных значениях других параметров ($\operatorname{tg}\delta_x$, Q, λ).

Зависимость $\delta C_x = f(\alpha)$ представлена графически на рис. 2. Характерным для данной зависимости является то, что в окрестностях точки

$$\alpha_\infty = \frac{1+\operatorname{tg}^2\delta_x}{(1+\operatorname{tg}^2\delta_x+\lambda)\left(1+\dfrac{1}{Q^2}\right)}$$

погрешность принимает очень большие значения. При увеличении α от значения α_∞ погрешность по величине падает и в точке, соответствующей значению

$$\alpha_0 = \frac{1+\dfrac{1}{Q\operatorname{tg}\delta_x}}{1+\dfrac{1}{Q^2}},$$

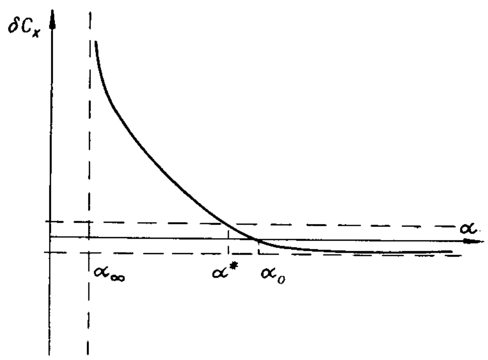

Рис. 2.

она становится равной нулю; при дальнейшем увеличении α погрешность меняет знак, а по величине стремится к предельному значению

$$\delta C_x = -\frac{\operatorname{tg}^2\delta_x}{1+\operatorname{tg}^2\delta_x+\lambda};$$

область наименьшей погрешности $\delta C_x = f(\alpha)$ лежит в окрестностях точки α_0.

Следовательно, при определенном значении реактивного сопротивления в указательной диагонали моста (т. е. при равенстве $\alpha=\alpha_0$, зависящем от $\operatorname{tg}\delta_x$, Q, λ) величина δC_x может быть равна нулю и при конечном значении добротности этого сопротивления. Очевидно, что с целью получения минимальной погрешности по емкости наиболее выгодно использовать мостовую цепь при значениях α, близких к α_0.

Остановимся подробнее на вопросе согласования реактивного сопротивления в указательной диагонали $Z_у$ при его конечной добротности Q с сопротивлением плеча сравнения Z_2.

Для заданного значения добротности сопротивления $Z_у$ и выбранного значения α_0 при изменении $\operatorname{tg}\delta_x$ измеряемой емкости от 0 до $\operatorname{tg}\delta_{\max}$ величина δC_x будет изменяться, достигая при этом по модулю некоторого максимального значения. Легко видеть, что при выбранном диапазоне значений $\operatorname{tg}\delta_x$ значение $|\delta C_x|_{\max}$ будет зависеть от того значения $\operatorname{tg}\delta_x$, по которому проведено согласование, т. е. произведен выбор необходимого α_0. Обозначив это значение $\operatorname{tg}\delta_x$ через $\operatorname{tg}\delta_c$ (тангенс согласования), определим величину отношения $\frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c}$, при котором значение $|\delta C_x|_{\max}$ при изменении $\operatorname{tg}\delta_x$ в диапазоне значений $0 \div \operatorname{tg}\delta_{\max}$ будет наименьшим. Для этого в выражении (2) примем $\alpha=\alpha_0=\dfrac{1+\dfrac{1}{Q\operatorname{tg}\delta_c}}{1+\dfrac{1}{Q^2}}$; тогда δC_x будет определяться следующей зависимостью:

$$\delta C_x=\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}\left(1-\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}\right)\frac{1}{\left(\dfrac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}\right)^2+\dfrac{1}{\beta}}, \tag{3}$$

где

$$\beta=\frac{\operatorname{tg}^2\delta_c}{1+\lambda\left(Q\operatorname{tg}\delta_c+1\right)}.$$

Считая величину $\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}$ переменной, определим значение $\frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c}$, при котором значение $|\delta C_x|_{\max}$ будет минимально.

Из выражения (3) видно, что $|\delta C_x|$ дважды достигает некоторого максимального значения: на участке $\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}<1$ и на участке $\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}>1$. Очевидно, что для полного диапазона изменения $\operatorname{tg}\delta_x$ от 0 до $\operatorname{tg}\delta_{\max}$ значение $|\delta C_x|_{\max}$ будет наименьшим в том случае, если в пределах указанного диапазона оба максимальных значения $|\delta C_x|$ будут равны. Отсюда имеем

$$\left(|\delta C_x|_{\max}\right)_{\operatorname{tg}\delta_x<\operatorname{tg}\delta_c}=|\delta C_x|_{\operatorname{tg}\delta_x=\operatorname{tg}\delta_{\max}}.$$

Величина $\left(|\delta C_x|_{\max}\right)_{\operatorname{tg}\delta_x<\operatorname{tg}\delta_c}$ определяется обычными методами. Для этого находим производную функции $\delta C_x=\varphi\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}\right)$ по параметру $\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}$, приравниваем ее нулю и решаем полученное уравнение относительно $\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}$. По полученному значению $\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}\right)^*$ определяем $|\delta C_x|_{\max}$.

$$\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}\right)^* = \frac{-1+\sqrt{1+\beta}}{\beta}.$$

При
$$\beta \ll 1, \tag{4}$$

что справедливо для $\operatorname{tg}\delta_c < 0{,}3 \div 0{,}5$, имеем $\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}\right)^* \cong \frac{1}{2}$, а величину $(|\delta C_x|_{\max})_{\operatorname{tg}\delta_x < \operatorname{tg}\delta_c}$ определяем из выражения

$$(|\delta C_x|_{\max})_{\operatorname{tg}\delta_x < \operatorname{tg}\delta_c} \cong \frac{1}{1+\frac{4}{\beta}}. \tag{5}$$

Величину $|\delta C_x|_{\operatorname{tg}\delta_x = \operatorname{tg}\delta_{\max}}$ найдем, подставив в (3), вместо $\frac{\operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_c}$, значение $\frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c}$:

$$|\delta C_x|_{\operatorname{tg}\delta_x = \operatorname{tg}\delta_{\max}} = \frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c}\left(1 - \frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c}\right)\frac{1}{\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c}\right)^2 + \frac{1}{\beta}}. \tag{6}$$

Приравняв (5) и (6) и решив полученное уравнение относительно $\frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c}$, будем иметь:

$$\frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c} = \frac{1}{2} + \frac{\beta}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1 + \frac{\beta}{4} + 2\left(\frac{\beta}{8}\right)^2}.$$

Пренебрегая на основании (4) в подкоренном выражении третьим слагаемым по сравнению со вторым, получим

$$\frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c} \cong \frac{1+\sqrt{2}}{2} + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\frac{\beta}{8}. \tag{7}$$

Для того, чтобы точно определить соотношение между величинами $\operatorname{tg}\delta_{\max}$ и $\operatorname{tg}\delta_c$ в зависимости от параметров λ и Q, необходимо решить кубическое уравнение (7) относительно $\operatorname{tg}\delta_c$. Решать уравнение (7) в общем виде довольно затруднительно. Приближенное же решение можно получить, если предварительно оценить порядок входящих в уравнение величин. Очевидно, что при $\operatorname{tg}\delta_c < 0{,}3 \div 0{,}5$ величиной $\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\frac{\beta}{8}$ по сравнению с $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ можно пренебречь. Тогда $\frac{\operatorname{tg}\delta_{\max}}{\operatorname{tg}\delta_c} \cong \frac{1+\sqrt{2}}{2} \cong 1{,}205$.

Таким образом, при измерении емкости конденсатора, у которого тангенс угла потерь изменяется в диапазоне от 0 до $\operatorname{tg}\delta_{\max} \leqslant 1{,}205\,(0{,}3\div$

$\div 0{,}5)=0{,}4 \div 0{,}6$, для получения минимальной погрешности измерения величину α_0 нужно определять по формуле

$$\alpha_0 = \frac{1+\dfrac{1}{Q\,\mathrm{tg}\,\delta_c}}{1+\dfrac{1}{Q^2}} = \frac{1+\dfrac{1{,}205}{Q\,\mathrm{tg}\,\delta_{\max}}}{1+\dfrac{1}{Q^2}}\,. \tag{8}$$

При этом

$$\delta C_x = \frac{\mathrm{tg}\,\delta_x\,(\mathrm{tg}\,\delta_{\max} - 1{,}205\,\mathrm{tg}\,\delta_x)}{1+\mathrm{tg}^2\,\delta_x + \lambda\left(\dfrac{Q\,\mathrm{tg}\,\delta_{\max}}{1{,}205}+1\right)}\,. \tag{9}$$

Анализируя зависимости (8) и (9), легко видеть, что с увеличением добротности Q величина α_0 стремится к единице (условие независимого измерения выполняется при $Q=\infty$), а величина δC_x стремится к нулю при любых значениях $\mathrm{tg}\,\delta_x$.

Для сравнения рассматриваемого способа измерения C^x при наличии $\mathrm{tg}\,\delta_x$ (с согласованием индуктивного сопротивления в указательной диагонали при конечной его добротности с емкостным сопротивлением плеча сравнения) и известного способа (с использованием указателя с бесконечно большим входным сопротивлением) на рис. 3, 4, 5

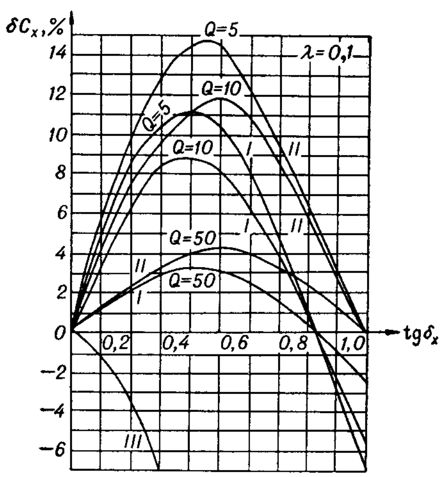

Рис. 3.

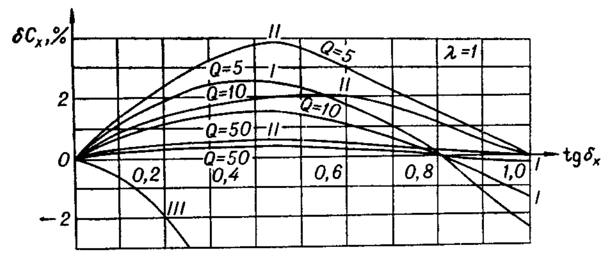

Рис. 4.

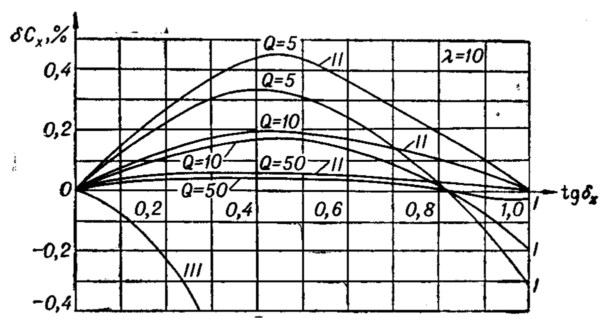

Рис. 5.

приведены кривые, показывающие для различных значений λ и Q зависимость δC_x от $\mathrm{tg}\,\delta_x$, изменяющегося в пределах от 0 до 1. Кривые *I* соответствуют случаю оптимального согласования, когда $\dfrac{\mathrm{tg}\,\delta_{\max}}{\mathrm{tg}\,\delta_c} \cong 1{,}205$, кривые *II* — случаю согласования, когда $\mathrm{tg}\,\delta_c = \mathrm{tg}\,\delta_{\max}$, и, наконец, кривые *III* — тому случаю, когда сопротивление в указательной диагонали моста стремится к бесконечности.

Рассмотренный способ согласования (выбор $\alpha=\alpha_0$) удобно применять, когда значение $\operatorname{tg}\delta_{max}$ близко к единице. При этом величину α_0 получаем также близкой к единице, что сравнительно нетрудно выполнить на практике. В тех же случаях, когда значения $\operatorname{tg}\delta_x$ невелики (например, $\operatorname{tg}\delta_{max} \leqslant 0{,}01$), работать в области бесконечно малых значений δC_x, т. е. в области $\alpha=\alpha_0$, нецелесообразно, так как значения α_0 оказываются очень большими (порядка нескольких десятков единиц) и трудно выполнимыми. В этом случае имеет смысл выбирать такие значения α, при которых $(\delta C_x)_{max}$ не будет превышать некоторого наперед заданного допустимого значения.

Рассмотрим подробнее определение такого граничного значения $\alpha=\alpha^*$ по некоторому наперед заданному значению δC_x. Наперед заданное значение δC_x удобно представить в виде величины, пропорциональной погрешности δC_x, когда сопротивление Z_y в указательной диагонали моста принимает бесконечно большое значение:

$$|\delta C_x| = \frac{\operatorname{tg}^2\delta_x}{\varepsilon(1+\operatorname{tg}^2\delta_x+\lambda)},$$

где $\varepsilon \gtrless 1$ — коэффициент пропорциональности.

Подставив в это выражение значение $|\delta C_x|$, найденное из (2), получим

$$\alpha^* = \frac{1}{(1+\varepsilon)\left(1+\frac{1}{Q^2}\right)}\left[\varepsilon\left(\frac{1}{Q\operatorname{tg}\delta_x}+1\right)+\frac{1+\operatorname{tg}^2\delta_x}{1+\operatorname{tg}^2\delta_x+\lambda}\right].$$

Для того, чтобы истинное значение δC_x не превышало заданного, истинное значение $\alpha<\alpha_0$ должно быть больше или равно α^*. Так, например, при $\operatorname{tg}\delta_x \leqslant 0{,}01$, $Q=5$, $\lambda=0{,}1$ для обеспечения $|\delta C_x| \leqslant 0{,}01\%$ необходимо, чтобы $\alpha_0>\alpha>10$, а для обеспечения $|\delta C_x| \leqslant 0{,}03\%$ необходимо, чтобы $\alpha_0>\alpha>5$.

Таким образом, при надлежащем согласовании элементов квазиуравновешенной мостовой цепи точность раздельного измерения одного из параметров комплексного сопротивления с помощью этой цепи может быть повышена и в том случае, когда характеристики элементов цепи существенно отличаются от идеальных.

Очевидно, что использованная нами методика анализа и уменьшения погрешности квазиуравновешенного моста, при построении которого предполагается специальное согласование сопротивления в указательной диагонали моста с сопротивлением плеча сравнения, может быть применена и для более сложных мостовых цепей (например, для цепей с двумя парами индуктивно связанных плеч), а также для цепей, предназначенных для измерения других параметров комплексных сопротивлений.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Б. Карандеев, Г. А. Штамбергер. Обобщенная теория мостовых цепей переменного тока. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.
2. Ф. Б. Гриневич. Автоматические мосты переменного тока. Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.

3. К. М. Соболевский, Б. Н. Панков. Способ измерения комплексных сопротивлений. Авторское свидетельство № 160755, 1963.
4. К. М. Соболевский, Б. Н. Панков, А. А. Ораевская. Прибор для измерения емкости конденсаторов в цеховых условиях с повышенной точностью.— Тезисы конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Новосибирск, 1964.

Поступила в редакцию
2 февраля 1965 г.,
после переработки —
12 апреля 1965 г.