АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 3 1965

УДК 681.2.08+621.3.019.3

Н. В. КИНШТ
(Новосибирск)

ОБ ОДНОЙ ПРОЦЕДУРЕ ПОИСКА НЕИСПРАВНОСТЕЙ

Построение автоматических устройств контроля работоспособности и диагностики сложных технических систем предполагает предварительный выбор оптимальной процедуры поиска неисправностей (последовательности проверок). Оптимизация процедуры производится для математической модели объекта диагностики, отражающей его реальные свойства. В данной работе рассмотрена модель объекта диагностики, в которой предполагается, что обнаружение отказа в некотором элементе позволяет не производить проверки определенной группы элементов. Для предложенной модели построена оптимальная процедура поиска неисправностей.

Одним из возможных методов поддержания высокого качества и надежности сложных технических систем в процессе их изготовления и эксплуатации является выявление и устранение возникших в них неисправностей. В связи с этим приобретают большое значение задачи оптимизации процедур поиска неисправностей.

Расчет оптимальной процедуры производится для математической модели объекта диагностики, включающей в себя перечень возможных неисправностей, описание возможных проверок элементов, затраты на проведение этих проверок («стоимости»), вероятности отказов элементов, вероятность правильного заключения о состоянии (о исправности или неисправности) элемента в результате его проверки. Однако в такого рода моделях [1—4] обычно проверка какого-либо элемента дает информацию о состоянии лишь проверяемого элемента, а о состоянии остальных (непроверенных) элементов можно судить, пользуясь лишь методом исключения, т. е. объект диагностики (диагносцируемая система) предполагается состоящим из элементов, функционально не связанных друг с другом. Но на практике наличие функциональных связей в системе приводит к тому, что проверка некоторого элемента несет информацию о состоянии ряда непроверенных элементов. В частности, обнаружение отказа некоторого элемента может вообще исключить возможность неисправности целой совокупности элементов. Так, например, факт обрыва проводника в цепи сигнальной лампы с большой вероятностью исключает возможность ее перегорания. Задача оптимизации поиска неисправностей с учетом всех функциональных связей в общем случае не решена. Поэтому представляется интересным анализ более частных задач, которые предполагают учет только некоторых функциональных связей. Одной из таких задач посвящена данная работа.

В рассматриваемой ниже математической модели предполагается, что объект диагностики состоит из N модулей, каждый из которых содержит в себе $n_i\ (i = 1, 2, \ldots, N)$ элементов. Объект может выйти из строя в результате отказа одного или нескольких модулей, которые в свою очередь могут отказать вследствие неисправности только одного (любого) из элементов данного модуля. В объекте возможна только общая проверка работоспособности и поэлементные проверки. После обнаружения отказа в некотором элементе производится его ремонт и общая проверка системы; если система работоспособна, поиск неисправностей прекращается, в противном случае поиск продолжается. Очевидно, что при обнаружении отказа некоторого элемента делается заключение об исправности всех непроверенных элементов модуля, к которому принадлежит данный элемент. При необходимости продолжения поиска проверки этих элементов не производятся. Предполагается также, что во время поиска новых отказов не происходит. Отметим, что для элемента k_i (k-го элемента i-го модуля) заданы: p_{k_i} — вероятность его отказа, τ_{k_i} — стоимость его проверки. Подразумевается, что внутри модулей произведена некоторая нумерация элементов и для всякого $k_i < n_i$ элемент k_i проверяется раньше элемента с номером $k_i + 1$.

Поставим задачу минимизации средней стоимости приведения системы в исправное состояние выбором надлежащей процедуры поиска. Эта средняя стоимость включает в себя среднюю стоимость поиска неисправностей и среднюю стоимость их устранения с послеремонтной общей проверкой. Очевидно, что средняя стоимость устранения неисправностей для заданного распределения вероятностей отказов элементов не зависит от процедуры поиска. Следовательно, минимизация средней стоимости приведения системы в исправное состояние может быть произведена лишь за счет минимизации средней стоимости поиска T. Процедура поиска, вообще говоря, есть последовательность перебора всех элементов при поиске; сделанное выше предположение о проверке элементов некоторого модуля в порядке их нумерации позволяет свести задание процедуры к заданию последовательности номеров модулей, к которым необходимо обращаться при соответствующей проверке. Назовем последовательность номеров модулей $\alpha=\{i(1),\ i(2),\ldots,\ i(j),\ldots,\ i(l)\}$ процедурой поиска; здесь j — порядковый номер проверки, $l = \sum\limits_i n_i$, а $i(j)$ — номер модуля, которому принадлежит элемент, проверяемый на j-м шаге; любое i встречается в последовательности α n_i раз.

Пусть за первые $j-1$ проверок проверено $k_i^* - 1$ элементов i-го модуля. Тогда в случае необходимости продолжения поиска после проведения $j-1$ проверок обращаемся к модулю $i(j)$; если до сих пор в этом модуле неисправности не обнаружено, проверяем $k^*_{i(j)}$- й элемент, в противном случае переходим к модулю $i(j+1)$ и т. д.

Пусть, далее, x_j есть случайная величина стоимости j-й проверки, которая может принимать значения 0 и $\tau_{k^*_{i(j)}}$. В дальнейшем для краткости, фиксируя процедуру, обозначим $\tau_{k^*_{i(j)}} = \tau_j,\ p_{k^*_{i(j)}} = p_j$. Назовем появление значения $x_j = 0$ событием A_j, $x_j = \tau_j$ — событием B_j. Событие B_j осуществляется в том случае, когда после $j-1$ проверок в системе есть хотя бы одна неисправность, а в модуле $i(j)$ неисправности еще не обнаружено, т. е. элемент $k^*_{i(j)}$ проверяется. Событие A_j, заключающееся в том, что элемент $k^*_{i(j)}$ не проверяется, является суммой двух событий:

C_j — предыдущие $j-1$ проверки выявили неисправность в модуле $i(j)$;
D_j — начиная с элемента $k^*_{i(j)}$ все оставшиеся элементы системы исправны, и поиск прекращается.

Тогда для стоимости процедуры поиска T^*, являющейся случайной величиной, имеем $T^* = \sum\limits_j x_j\,(1 \leqslant j \leqslant l)$. Усредняя по всем возможным комбинациям неисправностей, для данной процедуры получим среднюю стоимость:

$$T = M[T^*] = M[\sum_j x_j]$$

или, внеся знак математического ожидания под знак суммы,

$$T = \sum_j M[x_j].$$

Так как события A_j и B_j образуют полную группу, то для средней стоимости поиска справедливо выражение

$$T = \sum_j M[x_j] = \sum_j P(B_j)\tau_j = \sum_j [1 - P(A_j)]\tau_j. \quad (1)$$

Здесь $P(A_j)$ и $P(B_j)$ — соответственно вероятности событий A_j и B_j.

Выразим $P(A_j)$ через вероятности событий C_j и D_j:

$$P(A_j) = P(C_j + D_j) = P(C_j) + P(D_j) - P(C_j)\cdot P(D_j/C_j). \quad (2)$$

Пусть для фиксированной процедуры α_{rs} $i(j)=r$; $i(j+1)=s$. Тогда для вероятностей событий C, D и D/C найдем выражения:

$$P(C_j) = \sum_1^{k_r^*-1} p_{k_r}; \quad (3)$$

$$P(D_j) = \prod_i \left(1 - \sum_{k_i^*}^{n_i} p_{k_i}\right); \quad (4)$$

$$P(D_j/C_j) = \prod_{i \neq r} \left(1 - \sum_{k_i^*}^{n_i} p_{k_i}\right); \quad (5)$$

$$P(C_{j+1}) = \sum_1^{k_s^*-1} p_{k_s}; \quad (6)$$

$$P(D_{j+1}) = \left(1 - \sum_{k_r^*+1}^{n_r} p_{k_r}\right) \prod_{i \neq r} \left(1 - \sum_{k_i^*}^{n_i} p_{k_i}\right); \quad (7)$$

$$P(D_{j+1}/C_{j+1}) = \left(1 - \sum_{k_r^*+1}^{n_r} p_{k_r}\right) \prod_{\substack{i \neq r \\ i \neq s}} \left(1 - \sum_{k_i^*}^{n_i} p_{k_i}\right). \quad (8)$$

В (3)—(8) суммирование производится по индексу k. Для процедуры же $\alpha_{sr}[i(j)=s;\ i(j+1)=r]$ в (3)—(8) следует поменять местами индексы r и s. Средние стоимости этих процедур (соответственно T_{rs} и T_{sr}) будут отличаться лишь j-м и $(j+1)$-м членами. Потребуем, чтобы $T_{rs} \leqslant T_{sr}$, и найдем условие соблюдения этого неравенства. Опустив одинаковые члены, получим из (1)

$$-\tau_{k_r^*} P_{rs}(A_j) - \tau_{k_s^*} P_{rs}(A_{j+1}) \leqslant -\tau_{k_s^*} P_{sr}(A_j) - \tau_{k_r^*} P_{sr}(A_{j+1}). \quad (9)$$

Учитывая (2) и подставляя (3)—(8), после упрощений находим

$$\frac{\tau_{k_r^*}}{p_{k_r^*}}(1-P_r) \leqslant \frac{\tau_{k_s^*}}{p_{k_s^*}}(1-P_s). \tag{10}$$

Здесь P_i — априорная вероятность отказа i-го модуля

$$P_i = \sum_{k_i=1}^{n_i} p_{k_i}(i=r,\ s).$$

Так как j может быть любым, то

$$\frac{\tau_{k_r}}{p_{k_r}}(1-P_r) \leqslant \frac{\tau_{k_s}}{p_{k_s}}(1-P_s). \tag{11}$$

В предыдущих выкладках сравнивались перестановки в порядке проверки двух элементов, принадлежащих различным модулям. Если считать, что элементы k и $k+1$ принадлежат одному и тому же модулю r, то после аналогичных рассуждений и преобразований приходим к выводу, что для минимизации средней стоимости поиска должно соблюдаться неравенство

$$\frac{\tau_{k_r}}{p_{k_r}} \leqslant \frac{\tau_{(k+1)_r}}{p_{(k+1)_r}} \tag{12}$$

или, умножив на $(1-P_r)$,

$$\frac{\tau_{k_r}}{p_{k_r}}(1-P_r) \leqslant \frac{\tau_{(k+1)_r}}{p_{(k+1)_r}}(1-P_r). \tag{13}$$

Итак, объединив (11) и (13), сделаем вывод, что процедура, имеющая минимальную среднюю стоимость, есть процедура перебора всех элементов в порядке неубывания величины

$$\frac{\tau_{k_i}}{p_{k_i}}(1-P_i). \tag{14}$$

Нетрудно проследить связь полученных результатов с имеющимися в литературе. Так, для $N=1$ получаем известный алгоритм проверок элементов [1] в порядке неубывания $\frac{\tau_k}{p_k}$ (см. (12)). В случае же, когда все $n_i=1$, как и в [2], приходим к процедуре проверок в порядке неубывания величины $\frac{\tau_i}{P_i}(1-P_i)$.

Выводы

Описанную модель можно считать обобщением уже известных моделей [1, 2] в том смысле, что проверка какого-либо элемента может нести информацию о состоянии других элементов.

Для данной модели оптимальная процедура поиска есть проверка элементов в порядке неубывания величины $\frac{\tau_{k_i}}{p_{k_i}}(1 - P_i)$.

Автор весьма признателен В. И. Рабиновичу за полезные советы и критические замечания по данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. B. Glass. An Optimum Policy for Detecting a Fault in a Complex System.— Operation Research, 1959, v. 7, № 4.
2. B. B. Winter. Optimal Diagnostic Procedures.— IRE Trans., 1960, RQC—9, № 3.
3. О. В. Староверов. Об одной задаче поиска.— Теория вероятностей и ее применения, 1963, т. VIII, вып. 2.
4. Ю. В. Любатов. Оптимальная процедура локализации неисправности в модуляризированной радиоэлектронной системе.— Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1964, № 4.

Поступила в редакцию 28 ноября 1964 г.,
после переработки — 2 февраля 1965 г.