

А. С. ЗАГОРУЙКО, Н. Н. КУЛАКОВ
(Новосибирск)

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО СПОСОБА ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ УСТРОЙСТВ ДО ЗАДАННОГО ЗНАЧЕНИЯ

Предлагается метод выбора оптимального способа повышения надежности невосстанавливаемых устройств до заданного значения.

Вероятность осуществления какой-либо операции (например, сбор измерительной информации об объекте) зависит от надежности применяемых при этом технических средств (аппаратуры измерительной информационной системы). В связи с этим для достижения определенной вероятности ставится задача повышения надежности технических устройств до необходимого значения P_H .

В случае невосстанавливаемого устройства надежность P_H может быть достигнута или повышением надежности его отдельных элементов, или применением общего резервирования, или в общем случае совместным использованием обоих способов.

Целью данной работы является нахождение оптимального (с точки зрения наименьших экономических затрат) способа повышения надежности невосстанавливаемых устройств и определение соответствующих соотношений между надежностью, стоимостью и количеством резервируемых устройств.

Подобная цель была поставлена в работе*, где общая стоимость C , связанная с надежностью аппаратуры, определяется суммой двух составляющих:

$$C = C_э + C_п, \quad (1)$$

где $C_э = C_к M$; (2)

$C_э$ — составляющая стоимости эксплуатации;
 $C_к$ — полная стоимость одного комплекта оборудования;
 M — количество комплектов оборудования, участвующих в выполнении задачи;

$$C_п = C_0 (N t \lambda_{ср})^a \left(-\frac{1}{\ln P} \right)^a. \quad (3)$$

* Н. А. Шишонов, В. Ф. Репкин, Л. Л. Барвинский. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. М., Изд-во «Советское радио», 1964.

Здесь C_n — составляющая стоимости надежности при разработке и производстве;
 C_0 — стоимость дополнительных затрат по обеспечению надежности существующей аппаратуры («стандартная» стоимость надежности);
 N — общее число первичных элементов в проектируемой аппаратуре;
 λ_{cp} — средняя интенсивность отказов элементов существующей аппаратуры («стандартный» уровень надежности);
 $a = (0,5; 1,5)$ — коэффициент, зависящий от уровня разработки и производства.

Но указанные выражения недостаточно соответствуют необходимым логическим исходным данным для решения поставленной задачи.

1. Полную стоимость одного комплекта оборудования C_k автор считает постоянной, не зависящей от надежности, и через нее определяет составляющую стоимости эксплуатации. Однако в случае невозстановливаемых устройств эксплуатационными затратами (если они будут иметь место) за оперативное время t (время выполнения задания) можно пренебречь по сравнению со стоимостью C_k , т. е. не имеет смысла вообще рассматривать C_0 . Если же автор имеет в виду затраты, связанные с подготовкой к применению данных устройств, то их необходимо отнести к другой составляющей стоимости выполнения задачи, которая в данной работе не рассматривается.

2. Стоимость C_k в общем случае зависит от надежности. Если же автор подразделил стоимость комплекта на две составляющие (не зависящую C_k и зависящую C_0 от надежности), то и второе слагаемое из (1) следует тоже умножить на число резервных комплектов M .

3. В результате исследований автор получил сложное уравнение, которое даже в частном случае при $a=1$ решается графически. Очевидно, поэтому не исследованы зависимости оптимальной надежности от коэффициента a , что очень важно, так как этим коэффициентом, по нашему мнению, определяется выбор оптимального способа повышения надежности до заданного значения.

Для решения поставленной задачи предлагается следующий метод.

Стоимость невозстановливаемого устройства при повышении надежности можно определить, используя математическую модель стоимости в зависимости от параметров надежности*

$$C = C_0 \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^a, \quad (4)$$

где C — стоимость устройства повышенной надежности;

λ_0 и λ — соответственно средние интенсивности отказов старого и нового устройства;

C_0 — стоимость устройства с существующим уровнем надежности;

a — экспериментально определяемый коэффициент, который в большинстве случаев повышения надежности принимает значения от 0 до 2**.

Стоимость M устройств ($C_{гy}$), необходимых для достижения надежности P_n , требуемой для выполнения определенной задачи, равна

$$C_{гy} = CM, \quad (5)$$

* Н. А. Шишонков, В. Ф. Репкин, Л. Л. Барвинский. Указ. соч.

** Там же.

где M — количество устройств, необходимых для достижения требуемого значения надежности P_H , — определяется из формулы общего резервирования*:

$$P_H = 1 - (1 - P)^M; \quad (6)$$

$$M = \frac{\ln(1 - P_H)}{\ln(1 - P)}. \quad (7)$$

Здесь P_H — требуемая надежность M устройств;

P — надежность одного устройства.

Надежность P связана с интенсивностью отказов λ в случае экспоненциального закона распределения отказов выражением

$$P = e^{-\lambda t}, \quad (8)$$

где t — оперативное время (время выполнения задания).

Из (4), (5), (7), (8) получим

$$C_{ГУ} = C_0 t \lambda_0^a \ln(1 - P_H) \frac{1}{\left(\ln \frac{1}{P}\right)^a \ln(1 - P)}, \quad (9)$$

где $C_{ГУ}$ — общая стоимость группы (M) устройств, имеющей надежность P_H ;

P — надежность одного устройства.

Обозначим

$$C_0 t \lambda_0^a \ln(1 - P_H) = K. \quad (10)$$

Получим

$$C_{ГУ} = \frac{K}{\left(\ln \frac{1}{P}\right)^a \ln(1 - P)}. \quad (11)$$

Зависимость $C_{ГУ} = f_1(P)$ при $a = \text{const}$ представлена на рис. 1.

Чтобы найти выражение оптимального значения надежности $P_{\text{опт}}$ которое соответствует минимальным экономическим затратам и до которого следует повышать надежность одного устройства, продифференцируем уравнение (11) по P и приравняем производную нулю:

$$\frac{K \left[-\frac{a}{P_{\text{опт}}} \left(\ln \frac{1}{P_{\text{опт}}}\right)^{a-1} \ln(1 - P_{\text{опт}}) - \frac{1}{1 - P_{\text{опт}}} \left(\ln \frac{1}{P_{\text{опт}}}\right)^a \right]}{\left(\ln \frac{1}{P_{\text{опт}}}\right)^{2a} [\ln(1 - P_{\text{опт}})]^2} = 0.$$

После несложных преобразований найдем

$$a = \frac{P_{\text{опт}} \ln \frac{1}{P_{\text{опт}}}}{(1 - P_{\text{опт}}) \ln \frac{1}{1 - P_{\text{опт}}}}. \quad (12)$$

* Н. А. Шишенок, В. Ф. Репкин, Л. Л. Барвинский. Указ. соч.

Зависимость $P_{\text{опт}} = f_2(a)$ представлена на рис. 2.

Значения коэффициента a , соответствующие начальной надежности устройства P_0 и надежности, необходимой для выполнения задания (P_H), обозначим $a_{\text{кр. 0}}$ и $a_{\text{кр. н}}$.

Сравнивая коэффициент a с $a_{\text{кр. 0}}$ и $a_{\text{кр. н}}$, можно решить, какой способ повышения надежности данных невосстанавливаемых устройств до заданного значения P_H будет наиболее экономичным.

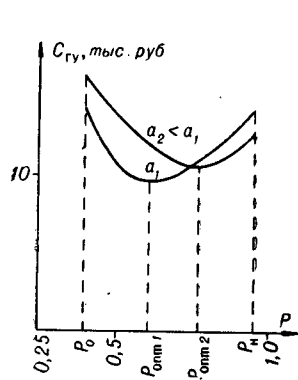


Рис. 1.

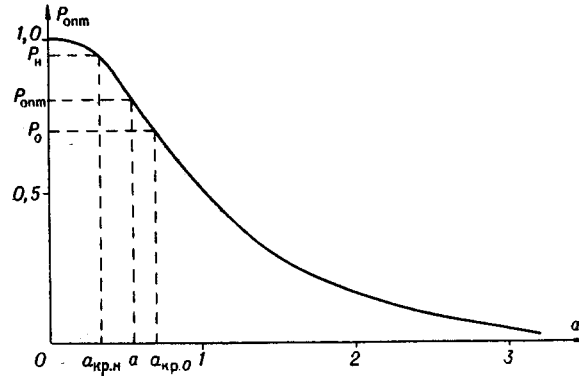


Рис. 2.

1. Если $a \geq a_{\text{кр. 0}}$ ($P_{\text{опт}} \leq P_0$), необходимое значение надежности P_H достигается только за счет применения резервных устройств с надежностью P_0 , число которых M_0 определяется по формуле (7).

2. Если $a \leq a_{\text{кр. 0}}$ ($P_{\text{опт}} \geq P_H$), следует повышать надежность устройства до P_H без резервирования ($M_H = 1$).

3. Если $a_{\text{кр. н}} < a < a_{\text{кр. 0}}$ ($P_H > P_{\text{опт}} > P_0$), следует повышать надежность одного устройства (до $P_{\text{опт}}$) и применять $M_H < M < M_0$ резервных устройств с надежностью $P_{\text{опт}}$ (7).

Так как найденное значение надежности $P_{\text{опт}}$ в общем случае соответствует дробному значению M , что невозможно (резервирование невосстанавливаемых устройств вообще), то дальше для уточнения расчета надо поступать, как в работе*.

Пример. Для выполнения задачи с определенной эффективностью (сбор измерительной информации о работе двигателя летательного аппарата, управляемого с земли) прибор, необходимый для осуществления измерительных операций над получаемыми от датчиков величинами, должен обладать надежностью $P_H = 0,95$ в течение $t = 10$ час.

Предположим, что наиболее подходящий (из имеющихся) прибор обладает всеми необходимыми техническими характеристиками, кроме надежности ($P_0 = 0,7$), и имеет стоимость $C_0 = 10\,000$ руб.

Требуется определить $C_{\text{г.у.}}$, получающуюся при оптимальном способе повышения надежности, $P_{\text{опт 1}}$ и M_1 , если $a = 0,55$.

1. По формуле (12) или по графику рис. 2 определяем:

$$a_{\text{кр. н}} = 0,336, \quad a_{\text{кр. 0}} = 0,692, \quad P_{\text{опт}} = 0,8.$$

$a_{\text{кр. н}} < a < a_{\text{кр. 0}}$, поэтому надежность P_H следует обеспечить и повы-

* Н. А. Шишенок, В. Ф. Репкин, Л. Л. Барвинский. Указ. соч.

шением надежности одного устройства до $P_{\text{опт}} = 0,8$ и резервированием кратностью M (7):

$$M = \frac{\ln(1 - P_H)}{\ln(1 - P_{\text{опт}})} = \frac{\ln(1 - 0,95)}{\ln(1 - 0,8)} = 1,9.$$

2. Выбираем ближайшее целое значение $M_1 = 2$. Ему соответствует значение надежности $P_{\text{опт}1}$, определяемое из (4):

$$\ln \frac{1}{1 - P_{\text{опт}1}} = \frac{1}{M} \ln \frac{1}{1 - P_H} = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{1 - 0,95};$$

$$P_{\text{опт}1} = 0,78.$$

3. По формуле (8) вычисляем интенсивности отказов:

$$\lambda_0 = \frac{1}{t} \ln \frac{1}{P_0} = \frac{1}{10} \ln \frac{1}{0,7} = 0,0155;$$

$$\lambda_{\text{опт}1} = \frac{1}{t} \ln \frac{1}{P_{\text{опт}1}} = \frac{1}{10} \ln \frac{1}{0,78} = 0,0108;$$

$$\lambda_H = \frac{1}{t} \ln \frac{1}{P_H} = \frac{1}{10} \ln \frac{1}{0,95} = 0,0023.$$

4. Из (4) и (5) находим, что

$$C_{\text{ГВ}_1} = C_0 \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{опт}1}} \right)^a M_1 = 10^4 \left(\frac{0,0155}{0,0108} \right)^{0,55} \cdot 2 = 24\,400 \text{ руб.}$$

Если же применить только одно устройство ($M_0 = 1$) с $P_H = 0,95$, то его стоимость будет равна

$$C_{\text{ГВ}_0} = C_0 \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_H} \right)^a M_0 = 10^4 \left(\frac{0,0155}{0,0023} \right)^{0,55} \cdot 1 = 28\,600 \text{ руб.}$$

$C_{\text{ГВ}_1} < C_{\text{ГВ}_0}$, поэтому для обеспечения надежности до $P_H = 0,95$ необходимо повысить надежность устройства с $P_0 = 0,7$ до $P_{\text{опт}} = 0,78$ и использовать два устройства ($M_1 = 2$).

Поступила в редакцию
26 февраля 1965 г.