АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 2 1965

УДК 681.142+621.317.7

В. В. ЕФИМЕНКО
(Новосибирск)

О ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ДВОИЧНО-ДЕСЯТИЧНЫХ КОДОВ*

В статье освещаются вопросы, связанные с анализом помехоустойчивости двоично-десятичных кодов при применении их в цифровых измерительных приборах. Обсуждается выбор количественной меры помехоустойчивости. Помехоустойчивость двоично-десятичных кодов изучается на модели однодекадного цифрового прибора в условиях действия аддитивных импульсных помех малой длительности.

ВВЕДЕНИЕ

В цифровых измерительных приборах с поразрядным уравновешиванием широко используются двоично-десятичные коды. Применяемый двоично-десятичный код в известной степени определяет быстродействие прибора, погрешность измерения в условиях действия помех, а также сложность отдельных узлов прибора. Поэтому правильный выбор двоично-десятичного кода из условий обеспечения оптимального значения одной из перечисленных характеристик является важной задачей при проектировании цифровых приборов.

Вопрос выбора кода, оптимального по быстродействию, в основном решен. Так, в частности, в [1] показано, что при выборе кода, оптимального по быстродействию, необходимо учитывать статистические свойства измеряемой величины. Это дает возможность более чем на 15% повысить среднее быстродействие цифрового прибора.

Вопросы, связанные с анализом помехоустойчивости двоично-десятичных кодов при использовании их в цифровых измерительных приборах, изучены недостаточно. Об этом свидетельствует тот факт, что в литературе [2, 3] имеются противоречивые сведения относительно помехоустойчивости двоично-десятичных кодов.

Настоящая статья посвящена исследованию помехоустойчивости двоично-десятичных кодов по отношению к аддитивным импульсным помехам малой длительности.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ МЕРА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ

В настоящее время в теории связи достаточно хорошо изучена помехоустойчивость различных кодов, разработаны методы обнаружения и коррекции ошибок.

* Материал доложен на VI Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений в сентябре 1964 г. в Новосибирске.

Несмотря на значительную общность проблем, непосредственное использование в цифровых измерительных приборах результатов работ по помехоустойчивости, выполненных применительно к задачам связи, встречает ряд трудностей, обусловленных в первую очередь спецификой кодирования в цифровых приборах и различными критериями оценки.

В теории связи в качестве количественной меры помехоустойчивости чаще всего используется вероятность искажения сообщения в условиях действия помех. Подобная характеристика помехоустойчивости кода в измерительном приборе недостаточна по той причине, что при измерении важным является не только факт несоответствия результата кодирования действительному значению измеряемой величины, но и степень этого несоответствия.

Так как помехоустойчивость кода определяет погрешность измерения цифрового прибора в условиях действия помех, то при выборе количественной меры помехоустойчивости желательно исходить из условия согласования ее с количественной мерой погрешности измерения. Это дает возможность по характеристике помехоустойчивости судить о степени изменения погрешности измерения за счет воздействия помех.

Представляется целесообразным в качестве количественной меры помехоустойчивости применять такую характеристику, которая одновременно учитывала бы как степень несоответствия результата кодирования действительному значению измеряемой величины, так и вероятность появления этого несоответствия.

Степень несоответствия может быть охарактеризована величиной разности значений результата кодирования при отсутствии помех и результата кодирования при воздействии помех.

Обозначив степень несоответствия Δ, результат кодирования при отсутствии помех X, а результат кодирования при воздействии помехи Y — $X(Y)$, можем записать:

$$\Delta = X - X(Y).$$

Нетрудно убедиться, что величина Δ зависит от типа кода, значения измеряемой величины X и помехи Y.

Поскольку отдельные значения измеряемой величины X и помехи Y являются случайными, то величина Δ тоже оказывается случайной.

При данных законах распределения измеряемой величины и помехи закон распределения величины Δ определяется только типом кода.

Числовые характеристики закона распределения величины Δ являются теми характеристиками, которые учитывают как степень несоответствия, так и вероятность ее появления, поэтому они могут быть использованы в качестве количественной меры помехоустойчивости.

Выбор той или иной числовой характеристики (или совокупности некоторых числовых характеристик) в качестве количественной меры помехоустойчивости определяется конкретными условиями использования цифрового измерительного прибора.

Например, если результаты измерений подвергаются статистической обработке, то наиболее подходящей характеристикой является математическое ожидание величины Δ. В большинстве случаев, особенно когда нет ограничений на величину ошибки определенного знака, целесообразно в качестве характеристики помехоустойчивости использовать значение первого абсолютного момента величины Δ.

АНАЛИЗ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ДВОИЧНО-ДЕСЯТИЧНЫХ КОДОВ

Рассмотрим помехоустойчивость двоично-десятичных кодов с постоянными весами. В качестве критериев оценки помехоустойчивости используем такие характеристики, как первый абсолютный момент, математическое ожидание и дисперсию величины Δ.

Анализ помехоустойчивости будем производить на модели однодекадного цифрового прибора с поразрядным уравновешиванием, причем примем следующие ограничения:

1. Измеряемая величина и помеха статистически независимы.

2. Помеха по длительности не превосходит времени уравновешивания в одном двоичном разряде.

3. Во время уравновешивания в одном десятичном разряде действует только одна помеха, причем воздействие ее в любом двоичном разряде равновероятно.

4. Вероятности появления помехи со знаком плюс и минус одинаковы.

5. Учитываются помехи двух видов:

а) помехи, воздействующие непосредственно на входную измеряемую величину (помехи первого рода);

б) помехи, которые воздействуют на отдельные узлы прибора (триггеры, сравнивающие устройства), вызывая их «ложное» срабатывание (помехи второго рода).

6. Воздействие помех второго рода заменяется эквивалентным воздействием помех первого рода (эквивалентные помехи первого рода).

7. В силу того, что воздействие помех второго рода на любой узел прибора является равновероятным и, следовательно, «ложное» срабатывание разряда с любым весом от 1 до 8 тоже является равновероятным, принимаем значения эквивалентной помехи первого рода распределенными по равномерному закону в диапазоне от 1 до 8.

8. Рассматриваются только целочисленные значения измеряемой величины $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ и помехи $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$.

При указанных ограничениях определим первый абсолютный момент $M[|\Delta|]$, математическое ожидание $M[\Delta]$, а также дисперсию $D[\Delta]$.

Пронумеруем все значения измеряемой величины и помехи так, чтобы порядковый номер значения данной величины обозначал одновременно и ее амплитуду, и примем следующие обозначения:

x_i — i-е значение измеряемой величины амплитудой в i единиц $(i=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$;

y_{jl}^{+}, y_{jl}^{-} — j-е значения помехи соответственно положительной и отрицательной полярности амплитудой в j единиц, которая воздействовала в момент сравнения в двоичном разряде с номером l $(j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8;\ l=1, 2, 3, 4)$;

$x_i(y_{jl})$ — результат кодирования x_i-го значения измеряемой величины при помехе y_{jl};

$f(x)$ — закон распределения вероятности появления отдельных значений измеряемой величины;

$g(y)$ — композиция двух законов распределения помехи: закона распределения помехи первого рода $f(y_1)$ и закона распределения эквивалентной помехи первого рода $f(y_{1э})$;

p_i — вероятность появления i-го значения измеряемой величины, определяемая по формуле

$$p_i = \int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)\,dx;$$

p_j — вероятность появления j-го значения помехи*, определяемая по формуле

$$p_j = \int\limits_{y_{j-1}}^{y_l} g(y)\,dy.$$

Результат кодирования x_i-го значения измеряемой величины с помощью двоично-десятичного кода с весами a_1, a_2, a_3 и a_4 можно записать в виде

$$x_i(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4) = a_1\gamma_1 + a_2\gamma_2 + a_3\gamma_3 + a_4\gamma_4,$$

или

$$x_i = \sum_{l=1}^{4} a_l \gamma_l.$$

Здесь γ_l — двоичные переменные, причем

$$\gamma_l = \begin{cases} 0 & X < \sum\limits_k a_k\gamma_k + a_l, \\ 1 & X > \sum\limits_k a_k\gamma_k + a_l, \end{cases}$$

$$k = 1, 2, \ldots, l-1,$$

где X — значение измеряемой величины.

Для принятых условий анализа $X = x_i$ и X постоянна при отсутствии помех. В случае наличия помехи y_{jl} $X = x_i + y_{jl}$ и в результате кодирования получаем, что измеряемая величина имеет значение $x_i(y_{jl})$

Учитывая принятые ограничения, можно записать:

$$M[|\Delta|] = \frac{1}{4}\sum_i\sum_j\sum_l |\{2x_i - x_i(y_{jl}^{+}) - x_i(y_{jl}^{-})\}|\,p_ip_j; \qquad (1)$$

$$M[\Delta] = m_\Delta = \frac{1}{4}\sum_i\sum_j\sum_l \{2x_i - x_i(y_{jl}^{+}) - x_i(y_{jl}^{-})\}\,p_ip_j; \qquad (2)$$

$$D[\Delta] = \frac{1}{4}\sum_i\sum_j\Big\{\sum_l [x_i - x_i(y_{jl}^{+}) - m_\Delta]^2 +$$

$$+ \sum_l [x_i - x_i(y_{jl}^{-}) - m_\Delta]^2\Big\}p_ip_j. \qquad (3)$$

Формулы (1), (2), (3) справедливы для любого закона распределения измеряемой величины $f(x)$ и любого закона распределения помехи $g(y)$.

Определим численные значения $M[|\Delta|]$, $M[\Delta]$ и $D[\Delta]$ для шести наиболее распространенных двоично-десятичных кодов в случае равномерного закона распределения измеряемой величины в диапазоне от 0 до 9

* С целью упрощения записи знак полярности помехи не указывается; имеется в виду выполнение условия п. 4.

и равномерного закона распределения суммарной помехи ($g(y)$) в диапазоне от 1 до 8. Рассматриваемый случай законов распределения приближается к имеющимся на практике случаям распределений измеряемой величины и помехи.

Очевидно, что при любом гладком законе распределения вероятностей отдельных значений измеряемой величины на входе цифрового измерительного прибора (т. е. на входе первой декады) закон [illegible] как цифровые приборы строят обычно многодекадными, то для большинства декад закон распределения измеряемой величины является равномерным.

Что касается закона распределения помехи, который является композицией законов распределений двух видов помех, то и он приближается к равномерному, так как закон распределения эквивалентной помехи является равномерным (см. условие 7) и практически помеха первого рода распределена в гораздо более узком диапазоне, чем эквивалентная помеха.

С учетом всех принятых выше ограничений и при данных законах распределения измеряемой величины и помехи формулы (1), (2) и (3) упрощаются и приводятся к виду:

$$M[|\Delta|] = \frac{\sum_i \sum_j \sum_l \left| 2x_l - x_l\left(y_{jl}^{+}\right) - x_l\left(y_{jl}^{-}\right) \right|}{640}; \qquad (4)$$

$$M[\Delta] = m_\Delta = \frac{\sum_i \sum_j \sum_l \left[2x_l - x_l\left(y_{jl}^{+}\right) - x_l\left(y_{jl}^{-}\right) \right]}{640}; \qquad (5)$$

$$D[\Delta] = \frac{\sum_i \sum_j \left\{ \sum_l \left[x_l - x_l\left(y_{jl}^{+}\right) - m_\Delta \right]^2 \sum_l \left[x_l - x_l\left(y_{jl}^{-}\right) - m_\Delta \right]^2 \right\}}{640}. \qquad (6)$$

В табл. 1 приведены подсчитанные по формулам (4), (5) и (6) численные значения первого абсолютного момента, математического ожидания и дисперсии величины Δ для кодов: 3321, 4221, 5211, 4311, 2421, 5121.

Значения $M[|\Delta|]$, $M[\Delta]$ и $D[\Delta]$ показывают, что для разных критериев оценки помехоустойчивости при данных законах распределения измеряемой величины и помехи существуют различные оптимальные коды.

Так, если судить о помехоустойчивости по значению $M[|\Delta|]$, то лучшим является код 4221, по значению $M[\Delta]$ — 5121, а по значению $D[\Delta]$ — 4311.

Иногда при построении цифровых приборов [2] с целью повышения помехоустойчивости кодирования применяют специальные декодирующие устройства, позволяющие исключить ряд ошибочных результатов кодирования, возникающих из-за действия помех. В табл. 2 приведены значения $M[|\Delta|]$, $M[\Delta]$ и $D[\Delta]$ для случая применения таких устройств при указанных выше ограничениях.

При использовании специальных декодирующих устройств не только уменьшаются численные значения величин $M[|\Delta|]$, $M[\Delta]$ и $D[\Delta]$, но и изменяются соотношения между их значениями для различных кодов. В этом случае по критерию $D[\Delta]$ лучшим кодом является 3321.

Таблица 1

Наименование критерия оценки	3321	4221	4311	5211	2421	5121
$M[\|\Delta\|]$	0,550	0,546	0,576	0,575	0,584	0,597
$M[\Delta]$	0,187	0,178	0,201	0,184	0,125	0,080
$D[\Delta]$	1,074	1,073	1,048	1,202	1,185	1,149

Таблица 2

Наименование критерия оценки	3321	4221	4311	5211	2421	5121
$M[\|\Delta\|]$	0,387	0,356	0,406	0,428	0,544	0.501
$M[\Delta]$	0,165	0.137	0,210	0,072	0,109	0,025
$D[\Delta]$	0,688	0,787	0,748	1,197	1,312	1,141

В заключение следует отметить, что для дальнейшего повышения помехоустойчивости двоично-десятичных кодов необходимо увеличивать их избыточность, однако не простым увеличением значности кода [2], а путем построения специальных кодов с обнаружением и коррекцией ошибок.

ВЫВОДЫ

Выбор двоично-десятичного кода, оптимального с точки зрения помехоустойчивости, зависит от законов распределения вероятности появления отдельных значений измеряемой величины и помехи, а также от выбранного критерия оценки.

Выбор критерия оценки помехоустойчивости двоично-десятичного кода определяется целью измерения.

В случае, если воздействие помехи второго рода на цифровой прибор является доминирующим по сравнению с воздействием помехи первого рода, лучшим по критерию $M[|\Delta|]$ будет код 4221, по критерию $M[\Delta]$ — 5121, по критерию $D[\Delta]$ — 3321.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Ефименко. О выборе двоично-десятичного кода в приборах поразрядного уравновешивания.— Конференция по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Тезисы докладов и сообщений. Новосибирск, ЦБТИ, 1963.
2. Л. И. Волгин. Способы повышения помехоустойчивости цифровых вольтметров с кодо-импульсным преобразованием.— Конференция по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Тезисы докладов и сообщений. Новосибирск, ЦБТИ, 1963.
3. Н. В. Кирианаки. Управляющие и отсчетные устройства электроизмерительных цифровых приборов. Автореф. канд. дисс. Львов, Львовск. политехн. ин-т, 1964.

Поступила в редакцию 5 октября 1964 г.