АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ
№ 2 1965

УДК 681.3.088.21

А. Н. КАСПЕРОВИЧ
(Новосибирск)

ОБ УСТРАНЕНИИ ВЛИЯНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОМЕХ НА РЕЗУЛЬТАТЫ МНОГОТОЧЕЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПОСТОЯННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ*

В статье рассматривается способ дискретной обработки результатов измерений постоянных напряжений, производимой непосредственно в процессе этих измерений, с целью устранения ошибок, вызываемых периодическими помехами.

Обычно при проведении многоточечных измерений напряжений, получаемых от датчиков низкого уровня, имеют место различные помехи, и в частности периодические, искажающие правильность результатов измерений.

Если скорость проведения подобных измерений невелика, то исключить эти помехи сравнительно нетрудно. Однако в тех случаях, когда скорость проведения измерений достаточно велика, борьба с вредным влиянием помех становится весьма сложной. Необходимость получения результатов измерений с частотой, по крайней мере, равной частоте помех (чаще всего периодические помехи имеют частоту сети), возникает, например, при измерении малых напряжений бесконтактными цифраторами [1].

В общем случае напряжение помех $U_{\text{п}}$ можно рассматривать как случайную функцию времени

$$U_{\text{п}} = U_{\text{п}}(t).$$

Из всей совокупности помех будем рассматривать гармонические составляющие частоты сети $U_{\text{п. г}}$, устранение которых имеет весьма большое практическое значение:

$$U_{\text{п. г}} = \xi_{1k} \sin(\omega t + \varphi_{1k}) + \xi_{2k} \sin(2\omega t + \varphi_{2k}) + \ldots + \\ + \xi_{jk} \sin(j\omega t + \varphi_{jk}) + \ldots,$$

где j — номер гармоники;
k — номер датчика;
ξ_{jk} и φ_{jk} — случайные величины, изменяющие свои значения от датчика к датчику.

Измеряемое напряжение на входе прибора может быть записано, как

$$U_{xk} = U_x + \xi_{1k} \sin(\omega t + \varphi_{1k}) + \ldots + \xi_{jk} \sin(j\omega t + \varphi_{jk}) + \ldots,$$

где U_x — истинное значение измеряемого напряжения.

* Материал доложен на VI Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений в сентябре 1964 г. в Новосибирске.

Для исключения влияния подобных периодических помех на результаты измерений могут быть использованы различные методы, например, описанные в [2]. Так, для этой цели может быть применена обработка результатов измерений и, в частности, усреднение ряда результатов измерений за период. Иногда прибегают к усреднению лишь двух результатов измерений за период, отстоящих друг от друга на интервал, равный половине периода. Однако в этом случае можно избавиться только от нечетных гармоник помехи.

При использовании первого способа частота выдачи результатов измерений не может быть больше частоты основной гармоники помехи — частоты сети. Во втором случае частота выдачи результатов измерений может быть больше частоты сети, но при этом необходимо использование устройств памяти.

Обработка данных в дискретном виде, в частности, имеет то преимущество, что при ее использовании нет необходимости в учете переходных процессов, имеющих место в обычных фильтрах при переключении датчиков.

Один из способов отделения измеряемого постоянного напряжения от периодической помехи (без постоянной составляющей) заключается в следующем.

Будем считать, что число гармоник равно n. Произведем $2n+1$ измерений для k-го датчика в известные моменты времени $t_1, t_2, \ldots, t_{2n+1}$. Причем допустим, что $t_i - t_{i-1} = \delta$, $i = 1, 2, \ldots, 2n+1$, где i — номер измерения. Кроме того, примем, что $i\omega\delta \neq 2\lambda\pi$, где λ — целое число (условие $\delta = \mathrm{const}$ в принципе не необходимо и принято лишь для упрощения выкладок и технической реализации).

Зная результаты этих последовательно проводившихся измерений U_i, можно записать следующую систему $2n+1$ уравнений:

$$U_i = U_x + \sum_{j=1}^{n} \xi_j \sin\left[(j\omega t_1 + \varphi_j) + j(i-1)\delta\omega\right],\ i = 1,\ 2, \ldots,\ 2n+1$$

(здесь и далее индекс k будем опускать, имея в виду, что производится обработка результатов измерений для k-го датчика).

Преобразуем эту систему уравнений:

$$U_i = U_x + \sum_{j=1}^{n} \xi_j \sin(j\omega t_1 + \varphi_j) \cos j(i-1)\delta\omega +$$

$$+ \sum_{j=1}^{n} \xi_j \cos(j\omega t_1 + \varphi_j) \sin j(i-1)\delta\omega.$$

Производя замену переменных, получаем систему линейных уравнений:

$$U_i = x_0 + \sum_{j=1}^{n} x_j a_{ij} + \sum_{j=1}^{n} y_j b_{ij},\ i = 1,\ 2, \ldots,\ 2n+1, \qquad (1)$$

где

$$x_0 = U_x;\ x_j = \xi_j \sin(j\omega t_1 + \varphi_j);$$

$$a_{ij} = \cos j(i-1)\delta\omega;\ y_j = \xi_j \cos(j\omega t_1 + \varphi_j);$$

$$b_{ij} = \sin j(i-1)\delta\omega.$$

В системе (1) имеем $2n+1$ неизвестных $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n, y_1, y_2, \ldots, y$ Решение системы относительно x_0 запишется следующим образом:

$$x_0 = \frac{d_1}{d},$$

где

$$d = \begin{vmatrix} 1 & a_{11} & \ldots a_{1n} & b_{11} & \ldots & b_{1n} \\ 1 & a_{21} & \ldots a_{2n} & b_{21} & \ldots & b_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & a_{i1} & \ldots a_{in} & b_{i1} & \ldots & b_{in} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & a_{2n+1,1} & \ldots a_{2n+1,n} & b_{2n+1,1} & \ldots & b_{2n+1,n} \end{vmatrix}$$

главный определитель системы (1). Как известно [3], значение этого определителя при принятых условиях не может быть равным нулю.

$$d_1 = \begin{vmatrix} U_1 & a_{11} & \ldots a_{1n} & b_{11} & \ldots b_{1n} \\ U_2 & a_{21} & \ldots a_{2n} & b_{21} & \ldots b_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ U_i & a_{i1} & \ldots a_{in} & b_{i1} & \ldots b_{in} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ U_{2n+1} & a_{2n+1,1} & \ldots a_{2n+1,n} & b_{2n+1,1} & \ldots b_{2n+1,n} \end{vmatrix}$$

Разложив определитель d_1 по элементам первого столбца, можно получить

$$U_x = \frac{A_{11}}{d} U_1 + \frac{A_{21}}{d} U_2 + \ldots + \frac{A_{i1}}{d} U_i + \ldots + \frac{A_{2n+1,1}}{d} U_{2n+1}, \quad (2)$$

где A_{i1} — алгебраические дополнения к элементам первого столбца определителя d_1.

Таким образом, значение U_x является линейной комбинацией результатов измерений мгновенных значений U_i. Следовательно, для полного исключения влияния n гармоник частоты сети на результат измерения постоянной величины необходимо провести $2n+1$ измерений этой величины и просуммировать результаты измерений с определенными весовыми коэффициентами*.

Заметим, что описанная процедура выделения полезного сигнала на фоне периодических помех в известной степени совпадает с процедурой отыскания весовых коэффициентов интерполирующих функций [3].

При практической реализации измерительного устройства с исключением влияния периодических помех учет весовых коэффициентов в принципе очень удобно производить, изменяя цену деления цифратора

---

* В некоторых случаях число отсчетов можно сократить, а весовые коэффициенты сделать равными. Можно показать, что, если выбрать $\delta = \frac{2\pi}{n+1}$, где n — число гармоник помехи, то $U_x = \frac{1}{n+1} \sum_{i+1}^{n+1} U_i$.

таким образом, чтобы при каждом измерении она была обратно пропорциональна соответствующему весовому коэффициенту. В этом случае обработка результатов измерений сведется к простому суммированию, выполняемому непосредственно в процессе измерений.

Получение результатов измерений неизбежно сопровождается случайными ошибками. Если считать ошибки отдельных измерений независимыми, то для дисперсии U_x можно записать

$$D[U_x] = D[U_i] \sum_{i=1}^{2n+1} \left(\frac{A_{i1}}{d}\right)^2, \qquad (3)$$

где $D[U_i]$ — дисперция результата отдельного измерения.

Очевидно, что, чем меньше весовые коэффициенты, тем меньше дисперсия U_x. При заданных значениях весовых коэффициентов для уменьшения $D[U_x]$ следует уменьшить случайные ошибки отдельных измерений, в частности, ошибки, вызываемые квантованием по уровню.

Рассмотрим погрешность, которая возникает за счет $n+1$ неучтенной гармоники. Очевидно, что эта гармоника искажает результаты измерений мгновенных значений, вследствие чего значение U_x, определенное по выражению (2), получается с погрешностью.

Ошибка в определении U_x:

$$\Delta U_x = \sum_{i=1}^{2n+1} \frac{A_{i1}}{d} \varepsilon_{n+1} \sin\{(n+1)\,\omega\,[t + (i-1)\,\delta] + \varphi_{n+1}\}. \qquad (4)$$

Это выражение удобно привести к следующему виду:

$$\Delta U_x = \xi_{n+1} \sqrt{\left\{\sum_{i=1}^{2n+1} \frac{A_{i1}}{d} \sin[(n+1)\,\omega\,(i-1)\,\delta]\right\}^2 + \left\{\sum_{i=1}^{2n+1} \frac{A_{i1}}{d} \cos[(n+1)\,\omega\,(i-1)\,\delta]\right\}^2} \times$$
$$\times \sin[(n+1)\,\omega t + \varphi'_{n+1}]. \qquad (5)$$

Таким образом, ошибка, вызываемая $n+1$ гармоникой, в значительной степени зависит от выбора момента начального отсчета. При удачном выборе значение sin будет близким к нулю и ошибка — незначительной; при неудачном выборе, что более вероятно, значение sin может быть близким к единице и погрешность определится значением множителя, стоящего перед sin (5).

Кроме того, из выражения (5) следует, что для уменьшения ошибки ΔU_x желательно иметь коэффициенты $\frac{A_{i1}}{d}$ малыми.

Дополнительная погрешность в определении U_x будет возникать при изменениях частоты сети и неточном воспроизведении интервалов времени δ в приборе. Однако эту погрешность легко устранить, выбрав интервалы времени δ кратными периоду сети и формируя их за счет умножения частоты сети.

Практически вычисление весовых коэффициентов производится следующим образом. Предварительными экспериментами определяется число нежелательных гармоник сети, накладывающихся на полезный сигнал. После этого задается интервал δ и вычисляется главный определитель системы d. Далее вычисляются значения алгебраических дополнений A_{i1}, а затем и значения весовых коэффициентов.

Как следует из выражений (4) и (5), значения интервалов времени δ желательно выбирать такими, чтобы значения весовых коэффициентов были малыми (порядка 1). Операция вычисления весовых коэффициентов при $n \geqslant 2$ становится громоздкой, поэтому в таких случаях целесообразно использование электронной вычислительной машины.

Для контроля правильности вычисления коэффициентов удобно использовать соотношение

$$\sum_{l=1}^{2n+1} \frac{A_{l1}}{d} = 1. \tag{6}$$

Рассмотрим для иллюстрации несколько частных случаев. При $n=1$ достаточно произвести три отсчета. U_x можно определять по формуле

$$U_x = \frac{1}{2(1-\cos\delta\omega)}(U_1 + U_3) - \frac{\cos\delta\omega}{1-\cos\delta\omega} U_2.$$

При частоте сети 50 *гц* это выражение принимает следующий вид:

$$\begin{array}{ll}
\delta=1 \text{ } \textit{мсек} & U_x = 10{,}4U_1 - 19{,}8U_2 + 10{,}4U_3; \\
\delta=2{,}5 \text{ } \textit{мсек} & U_x = 1{,}725U_1 - 2{,}45U_2 + 1{,}725U_3; \\
\delta=5 \text{ } \textit{мсек} & U_x = 0{,}5U_1 + 0 \cdot U_2 + 0{,}5U_3; \\
\delta=6{,}66 \text{ } \textit{мсек} & U_x = 0{,}333U_1 + 0{,}334U_2 + 0{,}333U_2; \\
\delta=7{,}5 \text{ } \textit{мсек} & U_x = 0{,}294U_1 + 0{,}412U_2 + 0{,}294U_3.
\end{array}$$

Погрешность, вызываемая 2-й гармоникой для $\delta=2{,}5$ *мсек*, определяется выражением $\Delta U_x = 2{,}45\xi_2 \sin(200\pi t + \varphi_2')$.

При $n=2$ необходимо производить пять отсчетов. Выражения для U_x имеют следующий вид:

$$\begin{array}{ll}
\delta=1{,}25 \text{ } \textit{мсек} & U_x = 11{,}21(U_1 + U_5) - 36{,}58(U_2 + U_4) + 51{,}73U_3; \\
\delta=2{,}5 \text{ } \textit{мсек} & U_x = 0{,}854(U_1 + U_5) - 1{,}207(U_2 + U_4) + 1{,}707U_3; \\
\delta=3{,}33 \text{ } \textit{мсек} & U_x = 0{,}333U_1 + 0{,}334U_3 + 0{,}333U_5; \\
\delta=3{,}75 \text{ } \textit{мсек} & U_x = 0{,}237(U_1 + U_5) + 0{,}154(U_2 + U_4) + 0{,}218U_3.
\end{array}$$

Погрешность, вызываемая 3-й неучтенной гармоникой, может быть определена по выражениям:

$$\begin{array}{ll}
\delta=2{,}5 \text{ } \textit{мсек} & \Delta U_x = 3{,}4\xi_3 \sin(300\pi t + \varphi_3'); \\
\delta=3{,}33 \text{ } \textit{мсек} & \Delta U_x = \xi_3 \sin(300\pi t + \varphi_3').
\end{array}$$

В заключение можно сформулировать следующие задачи в области разработки цифраторов, решение которых необходимо для более успешного использования описанного метода:

1. Разработка цифраторов с уменьшенными случайными и систематическими погрешностями (в первую очередь, погрешность дискретности), а также с автоматическим выбором полярности.
2. Разработка цифраторов с изменяющейся ценой деления.

Следует заметить, что этот метод можно применять не только для выделения постоянной составляющей сигнала, но и для определения амплитуд гармонических составляющих x_i, y_i.

В выполнении работы принимал участие Н. В. Литвинов, за что автор выражает ему благодарность.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. П. Цапенко, А. Н. Касперович, Б. В. Карпюк, А. А. Арефьев, П. Е. Твердохлеб. Цифровая аппаратура для многоточечных измерений малых напряжений.— Труды конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений (Новосибирск, 1960 г.). Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
2. A. S. Buchman. Noise Control in Low Level Data Systems. Electromechanical Design. 1962, v. 6, № 9.
3. И. С. Березин, Н. П. Жидков. Методы вычислений, т. I. М., Физматгиз, 1959.

Поступила в редакцию
28 сентября 1964 г.