

П. Е. ТВЕРДОХЛЕБ

(Новосибирск)

О НАБОРЕ ЭЛЕМЕНТОВ ИДЕАЛИЗИРОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ ЦИФРАТОРОВ*

Проведен анализ автоматического измерения, реализуемого в цифраторах одновременного сравнения. В результате выделен набор элементов, пригодный для построения идеализированных моделей этих устройств.

В настоящее время делаются попытки количественной оценки сложности структур цифраторов. При этом оцениваются, как правило, не реальные устройства, а их идеализированные модели. Последнее вызвано необходимостью рассмотрения с единой точки зрения более или менее широкого класса цифраторов.

Модели реальных цифраторов строятся на базе некоторого исходного набора элементов (компонентов, «кирпичей»). Так в [1] элементами структур являются меры, используемые при измерении, в [2] — простейшие технические устройства (триггеры, усилители, ключи и т. д.).

Однако, раскрывая структуру цифраторов на уровне мер, автор статьи [1] не учитывает другие элементы, которые принципиально необходимы при выполнении автоматического измерения. В результате структура цифраторов, как устройств, реализующих автоматическое измерение, не раскрывается полностью, а следовательно, получаемые оценки сложности оказываются весьма приближенными.

Именно этого недостатка лишена работа [2]. Сложность цифратора с учетом его технической реализации может быть оценена достаточно полно, но при этом существенным образом сужается класс рассматриваемых устройств. Дело в том, что цифраторы, подлежащие оценке, как говорится в [2], должны быть выполнены «... из деталей и элементов одного класса точности и надежности и на одинаковом уровне разработки». Однако изготовить подобным образом, скажем, цифратор электрических напряжений и цифратор линейных перемещений весьма трудно в силу существенного различия в их технических конструкциях.

Настоящая работа посвящена нахождению набора элементов, с помощью которого можно строить модели широкого класса цифраторов и который, по-видимому, лишен недостатков наборов, принятых в [1, 2]. С этой целью проводится обобщенный анализ автоматического измерения, основанного на способе одновременного сравнения. Предполагается, что в процессе измерения осуществляется квантование и числовое кодирование измеряемой величины [3].

* Эти устройства называют также аналого-цифровыми преобразователями или преобразователями аналог-код.

Применимость набора элементов, выделенного в результате анализа автоматического измерения, иллюстрируется построением модели универсального цифратора, который может быть определен следующим образом. Если цифратор рассматривать как устройство, функционирование которого описывается

$$\tilde{y} = \varphi(y_x),$$

где y_x — значение измеряемой величины;

y — ее численное значение;

φ — символ способа измерения величины y_x ,

то под универсальным цифратором будем понимать устройство, способное воспроизвести любой из известных равносильных (с точки зрения получения численного значения величины y_x) способов измерений $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$, в процессе которых известная величина (мера) всегда присутствует и непрерывно принимает участие в работе. Например, в качестве φ_1 и φ_2 могут рассматриваться способы, основанные на поразрядном и развертывающем уравнивании, в качестве φ_3 — способ, основанный на методе совпадения и т. д.

ОПЕРАЦИИ И ЭЛЕМЕНТЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО ИЗМЕРЕНИЯ

Неизвестная величина b_x в общем случае может быть измерена двумя способами:

1) отыскивается, сколько дольных или кратных единиц известной величины e_0 соответствует неизвестной величине b_x ;

2) отыскивается, сколько дольных или кратных единиц неизвестной величины b_x соответствует известной величине e_0 .

В первом случае уравнение измерения может быть выражено

$$b_x = h e_0, \quad (1)$$

во втором —

$$e_0 = h b_x. \quad (2)$$

Предполагается, что в зависимости от соотношения между b_x и e_0 коэффициент h в (1) и (2) может быть как меньше, так и больше единицы.

Практически измерение осуществляется следующим образом. Вначале либо составляется конечный набор $\{e_{0i}\}$, $i=0,1,\dots,k-1$, дольных или кратных значений известной величины e_0 (1-й способ измерения), либо предусматривается возможность получения конечного набора $\{b_{xi}\}$, $i=0,1,\dots,k-1$, дольных или кратных значений неизвестной величины b_x .

Элементы наборов подбираются так, чтобы

$$e_{0(i+1)} - e_{0i} = \Delta_{0i} \quad (1\text{-й способ измерения}),$$

$$b_{x(i+1)} - b_{xi} = \Delta_{xi} \quad (2\text{-й способ измерения}),$$

$$i=0,1,\dots,k-1,$$

где Δ_{0i} и Δ_{xi} — погрешности дискретности при соответствующих способах измерения.

Затем с помощью операции сопоставления P либо величин b_x и или

$$b_{xi} \leq e_0 < b_{x(i+1)}.$$

Тогда в качестве коэффициентов h уравнений (1), (2) принимаются известные до измерения значения $h_i = \frac{e_{0i}}{e_0}$ (1-й способ измерения) и

$$h_i = \frac{b_{xi}}{b_x} \quad (2\text{-й способ измерения}), \quad i=0, 1, \dots, k-1.$$

Результатом измерения, согласно [4], является число, показывающее, сколько дольных или кратных единиц известной величины содержится в неизвестной величине. Поэтому при 2-м способе измерения результат y_i совпадает со значением h_i , т. е.

$$\tilde{y}_i = h_i. \quad (3)$$

Что касается 2-го способа измерения, то результатом будет

$$\tilde{y}_i = \frac{1}{h_i}. \quad (4)$$

Таким образом, знание численного значения коэффициента h и вида зависимостей (3), (4) эквивалентно знанию результата измерения. Исходя из этого положения будем считать, что измерение при 1 и 2-м способах оканчивается получением значения коэффициента h . Тем самым из дальнейшего рассмотрения исключается операция вычисления результата измерения по (4).

Конкретные способы измерения условимся не различать. Для этого представим, что значение u_x измеряется с помощью конечного набора $\{a_i\}$, $i=0, 1, \dots, k-1$, дольных или кратных значений некоторой величины a . Для элементов набора справедливо условие

$$a_{i+1} - a_i = \Delta_i,$$

где Δ_i — погрешность дискретности, обусловленная конечным количеством элементов набора.

Следует только помнить, что

при 1-м способе измерения u_x совпадает с b_x , а набор $\{a_i\}$ представляет собой набор $\{e_{0i}\}$ дольных или кратных значений известной величины e_0 ;

при 2-м способе измерения в качестве u_x выступает e_0 , а набором $\{a_i\}$ является набор $\{b_{xi}\}$ дольных или кратных значений неизвестной величины b_x .

Введем теперь некоторые определения и обозначения. Назовем набор $\{a_i\}$, принятый для оценки значений неизвестной величины u_x , шкалой цифратора, а отдельные элементы этого набора — делениями шкалы. Если для значения измеряемой величины u_x выполняется условие

$$a_i \leq u_x < a_{i+1}, \quad (5)$$

то будем говорить, что это значение находится в Y_i -м полуинтервале шкалы. Полуинтервалу Y_i , а следовательно, и значению измеряемой величины, удовлетворяющему условию (5), присваивается числовой символ, равный численному значению коэффициента $h_i = \frac{l}{a}$.

Набор $\{a_i\}$ содержит k полуинтервалов шкалы $Y_i, i=0, 1, \dots, k-1$. Поэтому можно считать, что при измерении с помощью операции сопоставления P устанавливается соответствие значения величины y_x одному из полуинтервалов шкалы (процесс квантования), после чего величине y_x присваивается числовой символ найденного полуинтервала (процесс числового кодирования).

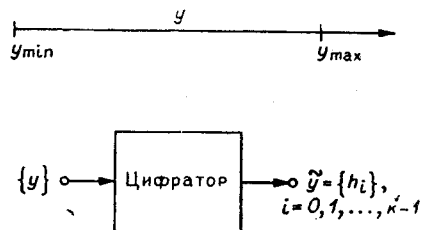


Рис. 1.

Бесконечное множество значений измеряемой величины y , изменяющейся в диапазоне от y_{\min} до y_{\max} (рис. 1), обозначим $\{y\}$.

Набор значений выходной величины y цифратора совпадает с набором числовых символов полуинтервалов шкалы, т. е.

$$\tilde{y} = \{y_i\} = \{h_i\}, i = 0, 1, \dots, k-1.$$

Наконец, операцию сопоставления измеряемой величины y_x с элементами набора $\{a_i\}$ обозначим $P(y_x, a_i), i = 0, 1, \dots, k-1$.

Деления шкалы в известных цифраторах формируются с помощью некоторого вспомогательного набора $\{a_{\eta L}\}, \eta = 1, 2, \dots, s, s \leq k-1$, элементов (тоже кратные или дольные значения величины a) и операции $\Phi^{(a)}$, называемой операцией формирования вещественных значений делений шкалы.

Формирование осуществляется в соответствии с формулой

$$a_i = h_{1i}a_{1L} + h_{2i}a_{2L} + \dots + h_{si}a_{sL} \quad (6)$$

и матрицей коэффициентов

$$\|h_{\eta i}\|_{s \times k} \quad (7)$$

$$\eta = 1, 2, \dots, s, i = 0, 1, \dots, k-1,$$

где $h_{\eta i} = \begin{cases} 1, & \text{если элемент } a_{\eta L} \text{ входит в представление } a_i; \\ 0, & \text{если элемент } a_{\eta L} \text{ не входит в представление } a_i. \end{cases}$

Из (6) следует, что при известном $\eta_{\eta i} = \{h_{1i}, h_{2i}, \dots, h_{si}\}$ формирование деления a_i сводится к сложению тех элементов набора $\{a_{\eta L}\}$, коэффициенты которых равны 1. При этом $h_{\eta i}$ есть не что иное, как i -я строка (длины s) матрицы (7). Табл. 1, 2 иллюстрируют примеры матриц (7). Строки матрицы (7), представляющие собой последовательности из 0 и 1, могут рассматриваться двояко. С одной стороны, они определяют и задают связи между элементами набора $\{a_{\eta L}\}$. Так, в (6) замена строки $h_{\eta i}$ на $h_{\eta j}$ приведет к тому, что вместо деления a_i будет сформировано деление a_j . С другой стороны, при известных значениях $a_{\eta L}, \eta = 1, 2, \dots, s$ они являются кодовыми значениями соответ-

вующих делений шкалы, а следовательно, и выходной величины \tilde{y} цифратора. Если, например, \tilde{h}_i — одно из значений величины \tilde{y} , то ему соответствует i -я строка матрицы (7), т. е. $h_{\eta i}$.

Формирование делений шкалы при измерении осуществляется в дискретные моменты (такты) времени $t=1, 2, \dots, b$ в соответствии с принятым способом измерения. Необходимые при этом строки $h_{\eta i}$ формиру-

Таблица 1

	$a_{sL} \dots$	a_{4L}	a_{3L}	a_{2L}	a_{1L}		$a_{sL} \dots$	a_{4L}	a_{3L}	a_{2L}	a_{1L}
a_0	0...	0	0	0	0	a_5	0...	0	1	0	1
a_1	0...	0	0	0	1	a_6	0...	0	1	1	0
a_2	0...	0	0	1	0	a_7	0...	0	1	1	1
a_3	0...	0	0	1	1	a_8	0...	1	0	0	0
a_4	0...	0	1	0	0	a_9	0...	1	0	0	1

ются с помощью операции $\Phi^{(h)}$. Эту операцию назовем операцией формирования кодовых значений делений шкалы.

В общем случае формирование кодовых значений может быть описано выражением

$$h_{\eta i}(t) = \hat{h}_{\eta i}(1) + \sum_{t=2}^b \hat{h}(t, P(t-1)), \quad (8)$$

где $h_{\eta i}(t)$ — строка, сформированная в момент времени t ;

$\hat{h}_{\eta i}(1)$ — строка, определяющая деление шкалы в момент начала измерения ($t=1$);

$h(t, P(t-1))$ — двоичная последовательность длины s , зависящая как от текущего такта измерения t , так и от исхода операции сопоставления $P(y_x, a_i)$ на предыдущем такте.

Знак «+» в (8) обозначает алгебраическое сложение.

Таблица 2

	$a_{sL} \dots$	a_{9L}	a_{8L}	a_{7L}	a_{6L}	a_{5L}	a_{4L}	a_{3L}	a_{2L}	a_{1L}
a_0	0 ...	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_1	0 ...	0	0	0	0	0	0	0	0	1
a_2	0 ...	0	0	0	0	0	0	0	1	0
a_3	0 ...	0	0	0	0	0	0	1	0	0
a_4	0 ...	0	0	0	0	0	1	0	0	0
a_5	0 ...	0	0	0	0	1	0	0	0	0
a_6	0 ...	0	0	0	1	0	0	0	0	0
a_7	0 ...	0	0	1	0	0	0	0	0	0
a_8	0 ...	0	1	0	0	0	0	0	0	0
a_9	0 ...	1	0	0	0	0	0	0	0	0
.
a_{k+1}	1 ...	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Количество различных h , используемых для формирования строк матрицы (7), во многих практических случаях удается сделать намного меньше количества строк этой же матрицы. Этим (8) напоминает фор-

му оператор переадресации, реализуемого в цифровых вычислительных машинах с целью экономичного использования ячеек памяти [5].

Объединим исходные данные $h_{\eta i}(1), \hat{h}(t, P(t-1)), t=1, 2, \dots, b$, необходимые для осуществления операции $\Phi^{(b)}$, в набор $\{\hat{h}_\xi\}$, $\xi = 1, 2, \dots, q$.

Итак, основными операциями автоматического измерения являются $P(y_x, a^t)$, $\Phi^{(a)}$ и $\Phi^{(h)}$. Они заданы на множестве элементов наборов: $\{y\}$, $\{a_{\eta L}\}$, $\{\hat{h}_\xi\}$. Здесь $\{y\}$ охватывает значения измеряемой величины y , изменяющейся в диапазоне от y_{\min} до y_{\max} ; $\{a_{\eta L}\}$ — набор значений величины a той же физической природы, что и измеряемая, а $\{\hat{h}\}$ — набор двоичных последовательностей длины s (в определенной системе кодирования могут рассматриваться как числа).

Все остальные операции, как например, операции возврата цифратора в исходное состояние (после предыдущего измерения), считывания численного значения измеряемой величины и т. п., при измерении играют вспомогательную роль, поэтому они не рассматриваются. Это отвечает целям настоящей работы, поскольку выявление основных операций и элементов автоматического измерения есть выяснение наиболее общих и существенных закономерностей строения и функционирования цифраторов. Именно поэтому нами не принимаются во внимание и погрешности формирования делений шкалы, погрешности выполнения операции сопоставления, погрешности, вызванные сторонними возмущениями, и т. д. Предполагается, что в процессе дальнейшего изучения конкретных типов цифраторов опущенные особенности могут быть проанализированы и учтены в моделях этих устройств.

Покажем теперь, что элементы указанных наборов могут быть использованы для построения модели универсального цифратора, от которой (в случае необходимости) можно перейти к моделям конкретных типов цифраторов.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ УНИВЕРСАЛЬНОГО ЦИФРАТОРА

Обобщим основные операции автоматического измерения на случай, когда одновременному сопоставлению с измеряемой величиной может подвергаться μ делений шкалы.

Пусть $H = \{a_r, a_c, a_l, \dots, a_p\}$ — набор из μ ($\mu \leq k - 1$) произвольно выбранных делений шкалы, для которых выполнено условие

$$a_r < a_c < a_l < \dots < a_p. \quad (9)$$

Тогда набор $\{a_i\}$ окажется разбитым на $\mu + 1$ подмножеств:

$$A_{0, r-1}, A_{r, c-1}, A_{c, l-1}, \dots, A_{p, k-1}$$

с числом элементов, равным соответственно $r-1, c-r-1, l-c-1, \dots, k-p-1$.

Если теперь $y_x \in (y_{\min} \div y_{\max})$, а Y_i — искомый полуинтервал, то операция сопоставления может быть определена следующим образом:

Таблица 3

Операция	Исходы операции	Условия существования исходов	Количество исходов
$P(y_x, H) =$	P_0	Если Y_i находится в подмножестве $A_{0,r-1}$, т. е. $a_0 < y_x < a_r$	$\mu + 1$ ($\sigma=0, 1, \dots, \mu$) (10)
	P_1	Если Y_i находится в подмножестве $A_{r,c-1}$, т. е. $a_r < y_x < a_c$	
	
	P_μ	Если Y_i находится в подмножестве $A_{p,k-1}$, т. е. $a_p \leq y_x < a_k$	

В случае $\mu = k - 1$ в состав H войдут все элементы (за исключением $a_0 = 0$) набора $\{a_i\}$. Поэтому полуинтервал Y_i отыскивается в течение одного такта работы цифратора ($t = b = 1$). Если же $\mu < k - 1$, то Y_i отыскивается в течение $b > 1$ тактов ($t = 1, 2, \dots, b$).

Формирование μ делений шкалы, входящих в набор H , осуществляется с помощью операций $\Phi_H^{(a)}$ и $\Phi_H^{(h)}$. Предположим, что для этой цели используется μ независимых наборов $\{a_{\eta L_1}\}, \{a_{\eta L_2}\}, \dots, \{a_{\eta L_\mu}\}$ и μ соответствующих им наборов $\{\hat{h}_{\epsilon_1}\}, \{\hat{h}_{\epsilon_2}\}, \dots, \{\hat{h}_{\epsilon_\mu}\}$. Тогда каждое деление набора H можно формировать независимо от других. Кодовые и вещественные значения делений шкалы формируются в соответствии с (8) и (6). Это дает основание операции $\Phi_H^{(h)}$ и $\Phi_H^{(a)}$ представить в следующем виде:

$$\Phi_H^{(h)} \left\{ \begin{array}{l} h_{\eta r}(t) = \hat{h}_{\eta r}(1) + \sum_{t=2}^b \hat{h}_r(t, P_\sigma(t-1)) \\ h_{\eta c}(t) = \hat{h}_{\eta c}(1) + \sum_{t=2}^b \hat{h}_c(t, P_\sigma(t-1)) \\ \dots \\ h_{\eta p}(t) = \hat{h}_{\eta p}(1) + \sum_{t=2}^b \hat{h}_p(t, P_\sigma(t-1)) \end{array} \right. \quad (11)$$

$$\Phi_H^{(a)} \left\{ \begin{array}{l} a_r(t) = h_{1r} a_{1L_1} + h_{2r} a_{2L_1} + \dots + h_{s_r r} a_{s_r L_1}, \\ a_c(t) = h_{1c} a_{1L_2} + h_{2c} a_{2L_2} + \dots + h_{s_c c} a_{s_c L_2}, \\ \dots \\ a_p(t) = h_{1p} a_{1L_\mu} + h_{2p} a_{2L_\mu} + \dots + h_{s_p p} a_{s_p L_\mu}, \end{array} \right. \quad (12)$$

где $\{a_{\eta L_1}\} = \{a_{1L_1}, a_{2L_1}, \dots, a_{s_r L_1}\}, \{\hat{h}_{\epsilon_1}\} = \{\hat{h}_{1\epsilon_1}, \hat{h}_{2\epsilon_1}, \dots, \hat{h}_{q_1 \epsilon_1}\};$
 $\{a_{\eta L_2}\} = \{a_{1L_2}, a_{2L_2}, \dots, a_{s_c L_2}\}, \{\hat{h}_{\epsilon_2}\} = \{\hat{h}_{1\epsilon_2}, \hat{h}_{2\epsilon_2}, \dots, \hat{h}_{q_2 \epsilon_2}\};$
 \dots
 $\{a_{\eta L_\mu}\} = \{a_{1L_\mu}, a_{2L_\mu}, \dots, a_{s_p L_\mu}\}, \{\hat{h}_{\epsilon_\mu}\} = \{\hat{h}_{1\epsilon_\mu}, \hat{h}_{2\epsilon_\mu}, \dots, \hat{h}_{q_\mu \epsilon_\mu}\};$

Выходящие из квадратов стрелки обозначают переменные, которые являются результатом выполнения той или иной операции. Привлекает внимание замкнутость связей между (10), (11), (12). Это свидетельст-

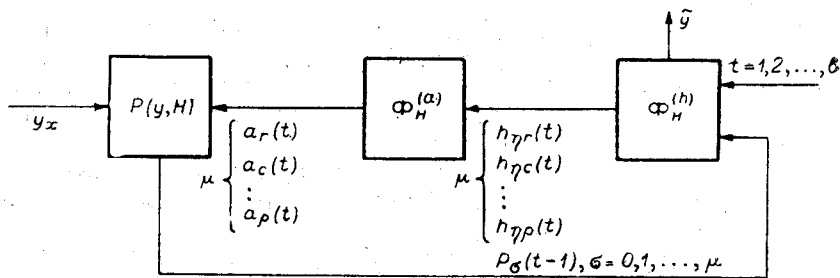


Рис 3.

ует о том, что настоящая модель является динамическим объектом с обратной связью. Указанная связь на рис. 3 выделена жирной линией.

Если V_y — модель универсального цифратора, то объединенное множество элементов

$$R = \{ \{a_{\eta L_1}\}, \{a_{\eta L_2}\}, \dots, \{a_{\eta L_\mu}\}; \{\hat{h}_{\xi_1}\}, \{\hat{h}_{\xi_2}\}, \dots, \{\hat{h}_{\xi_\mu}\} \}$$

по отношению к рассматриваемому классу устройств является искомым набором элементов.

Исходя из способов и характера связей между элементами набора R , отметим основные признаки рассматриваемого нами класса устройств. Выражение (11) описывает способ взаимодействия элементов наборов $\{\hat{h}_{\xi_1}\}, \{\hat{h}_{\xi_2}\}, \dots, \{\hat{h}_{\xi_\mu}\}$ (алгебраическое сложение элементов наборов). Выражение (12) описывает, с одной стороны, способ взаимодействия элементов наборов $\{a_{\eta L_1}\}, \{a_{\eta L_2}\}, \dots, \{a_{\eta L_\mu}\}$ (сложение элементов наборов), с другой — способ взаимодействия элементов наборов $\{\{a_{\eta L_1}\}, \{\hat{h}_{\xi_1}\}\}, \{\{a_{\eta L_2}\}, \{\hat{h}_{\xi_2}\}\}, \dots, \{\{a_{\eta L_\mu}\}, \{\hat{h}_{\xi_\mu}\}\}$. (Если $h_{\eta r}, h_{\eta c}, \dots, h_{\eta \rho}$ и $a_{\eta L_1}, a_{\eta L_2}, \dots, a_{\eta L_\mu}$ представить в качестве векторов в s -мерном пространстве, то правые части (12) — скалярные произведения векторов $(h_{\eta r}, a_{\eta L_1}), (h_{\eta c}, a_{\eta L_2}), \dots, (h_{\eta \rho}, a_{\eta L_\mu})$).

Далее, из (11), (12) следует детерминированный характер изменения связей. Таким образом, указанные способы связей элементов, а также детерминированный характер работы — важнейшие признаки рассматриваемых нами цифраторов.

Укажем параметры, характеризующие с количественной стороны структуру модели универсального цифратора:

1. Параметр q . Характеризует общее количество элементов, составляющих наборы $\{\hat{h}_{\xi_1}\}, \{\hat{h}_{\xi_2}\}, \dots, \{\hat{h}_{\xi_\mu}\}$. Определяется по (14).

2. Параметр s . Характеризует общее количество элементов, составляющих наборы $\{a_{\eta L_1}\}, \{a_{\eta L_2}\}, \dots, \{a_{\eta L_\mu}\}$. Определяется по (15).

3. Параметр λ . Характеризует общее количество элементов модели. Определяется по (13).

4. Параметр k . Характеризует одновременно число делений шкалы, число строк матрицы (7), а следовательно, и число возможных состояний модели.

ВЫВОДЫ

Набор элементов, полученный в результате обобщенного анализа автоматического измерения, удовлетворяет требованию общности применения и может быть использован для построения моделей, воспроизводящих наиболее существенные закономерности строения и функционирования широкого класса цифраторов.

Полученные представления о структуре модели универсального цифратора использованы автором при количественной оценке сложности цифраторов различных типов.

В заключение автор выражает благодарность д-ру техн. наук М. П. Цапенко, канд. техн. наук А. Н. Касперовичу и канд. техн. наук Б. В. Карпюку за ценные замечания, высказанные в процессе выполнения данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Karl Euler. Neue Prinzipien zur Analog-Digital-Umwandlung und deren optimale Auslegung. Frequenz, 1963, 17, № 10.
2. Э. И. Гитис, Е. Г. Пронин. Обобщенные характеристики многоканального полупроводникового преобразователя напряжения в код с поразрядным кодированием. ИВУЗ, Приборостроение, 1964, № 2.
3. М. П. Цапенко. О классификации цифровых измерительных приборов. Измерительная техника, 1962, № 5.
4. М. Ф. Маликов. Основы метрологии, ч. 1. М., Изд-во Комитета по делам мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР, 1949.
5. Н. А. Крилицкий, Г. А. Миронов, Г. Д. Фролов. Программирование. Справочная математическая библиотека. М., Физматгиз, 1963.

*Поступила в редакцию
23 сентября 1964 г.*