

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 1

1965

УДК 621.391.1 : 621.317.7

С. М. МАНДЕЛЬШТАМ  
(Ленинград)

ОЦЕНКА НЕКОТОРЫХ СПОСОБОВ  
СТАТИСТИЧЕСКОГО СОГЛАСОВАНИЯ  
ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА С ИЗМЕРЯЕМЫМ  
ПАРАМЕТРОМ\*

В статье кратко излагается общая методика вычисления скорости передачи информации по измерительному тракту при зависимых измерениях и постоянном цикле опроса. Вводится понятие «параметр входящего потока», используемое далее для вычисления информационных характеристик прибора. Исследуются некоторые методы статистического согласования измерительного прибора с параметром, подлежащим измерению, с целью обеспечения максимально достижимой при заданном алгоритме скорости передачи информации. Описываются приборы с поразрядным уравновешиванием и кодированием с помощью предварительного преобразования с разверткой во времени. Исследуется измерение приращений.

В ряде статей по информационной теории измерений, например в [1—4] и др., предложено использовать в качестве критерия для оценки измерительного устройства количества информации. Известны также работы по информационному описанию операции квантования по уровню, например [5—7], и некоторые результаты с учетом совместного квантования по уровню и во времени [8]. В настоящей статье развивается информационный подход к описанию измерительного прибора при зависимых (коррелированных с предыдущими) измерениях и показывается, как путем статистического согласования прибора с измеряемым параметром в ряде случаев удается увеличить количество информации, получаемое при измерениях в единицу времени, т. е. скорость прохождения информации по измерительному тракту.

1. Параметр входящего в прибор потока

Как было показано в [8], вычисление количества информации через условные распределения вероятностей при зависимых измерениях приводит к весьма громоздким выкладкам и в большинстве случаев к неудобным для практических расчетов результатам. Поэтому введем понятие о параметре входящего потока информации  $\lambda$ . Если задана шкала квантования по уровню, то под  $\lambda$  подразумевается среднее число пере-

\* Материал доложен на VI Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений в сентябре 1964 г. в Новосибирске.

сечений границ квантованных областей случайным процессом на входе прибора (рис. 1). Нетрудно показать, что если известен энергетический спектр процесса на входе, то параметр  $\lambda$  однозначно определяется шкалой прибора. Например, при статистически стационарном нормальном процессе на входе  $x(t)$  с двумерной плотностью

$$w(x_k; t_k; x_{k+1}; t_{k+1}) = \frac{1}{2\pi\sigma_x^2 \sqrt{1 - \rho_x^2(\tau)}} \times \\ \times \exp \left\{ - \frac{(x - \bar{x})^2 - 2\rho_x(\tau)(x_k - \bar{x})(x_{k+1} - \bar{x}) + (x_{k+1} - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2 [1 - \rho_x^2(\tau)]} \right\},$$

где  $\rho_x(\tau)$  — нормированная автокорреляционная функция процесса  $x(t)$ , математическое ожидание числа пересечений горизонтальной оси  $x_0$ , согласно [9], определяется

$$\lambda(x_0) = \frac{1}{\pi} \sqrt{-\rho_x''(0)} \exp \left[ - \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2} \right].$$

Отсюда для равномерной шкалы прибора с шагом  $\delta = \text{const}$  имеем

$$\frac{\sqrt{-\rho_x''(0)}}{\pi} \left\{ \sum_{i=1}^{N-1} \exp \left[ - \frac{(i\delta - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[ \exp \left( - \frac{\bar{x}^2}{2\sigma_x^2} \right) - \exp \left( - \frac{(L - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2} \right) \right] \right\}.$$

Разбивая функцию на два монотонных участка и оценивая суммы по формуле Каталана через интегралы, с учетом нормирования распределения вероятностей по шкале прибора получим

$$\sqrt{-\rho_x''(0)} \left[ \frac{\sigma_x}{\delta} \sqrt{2\pi} - \frac{1}{2\pi} (e^{-\frac{\bar{x}^2}{2\sigma_x^2}} - e^{-\frac{(L-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}) \right] < \\ < \lambda < \sqrt{-\rho_x''(0)} \left[ \frac{\sigma_x}{\delta} \sqrt{2\pi} + \frac{1}{2\pi} (e^{-\frac{\bar{x}^2}{2\sigma_x^2}} - e^{-\frac{(L-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}) \right].$$

При  $\bar{x} \approx \frac{L}{2}$  можно записать следующее приближенное равенство:

$$\lambda \approx \frac{\sigma_x}{\delta} \sqrt{-2\pi\rho_x''(0)} = \sqrt{2\pi} \frac{\sigma_{x'}}{\delta},$$

где  $\sigma_{x'}$  — корень квадратный из дисперсии первой производной.

Графики зависимости  $\lambda$  от числа областей квантования  $N$  при различных отношениях среднеквадратичного значения первой производной от входящего процесса  $\sigma_{x'}$  к диапазону измерений  $L$  представлены на рис. 2.

Аналогично при измерении только в моменты достижения измеряемым процессом минимума и максимума параметр входящего потока равен

$$\lambda_m = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{-\rho_x^{\text{IV}}(0)}{\rho_x^{\text{II}}(0)}},$$

причем это значение определяется решением задачи о пересечениях производной процесса ее нулевого уровня. Например, при  $\rho_x(\tau) = e^{-\alpha\tau^2}$  получаем простое выражение  $\lambda_m = \frac{1}{\pi} \sqrt{6\alpha}$ . Данные соотношения по-

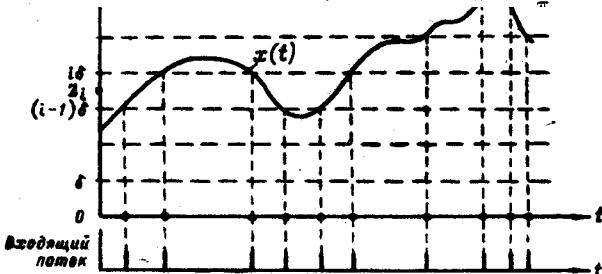


Рис. 1. Квантование в моменты времени, определяемые пересечением процесса с границами квантов по амплитуде.

процесса однозначно определяет для заданного измерительного устройства параметр входящего потока. Параметр  $\lambda$  может быть использован как для вычисления времени ожидания обслуживания и вероятности потери сообщения [10], так и для непосредственного вычисления безусловной энтропии входящего потока.

## 2. Безусловная энтропия при зависимых измерениях

Перейдем далее к вычислению количества информации. Для этого прежде всего вычислим безусловную энтропию одного зависимого измерения. Предположим, что входящий поток удовлетворяет условиям стационарности, отсутствия последействия и ординарности, т. е. является простейшим. Первое из перечисленных трех условий, естественно, несколько ограничивает область применения результатов, однако характерно для весьма широкого класса задач. Второе условие хорошо согласуется с условиями работы разомкнутых систем. Что касается третьего — ординарности, то оно равнозначно в нашем случае требованию об ограниченности спектра измеряемого процесса.

Допустим, что в результате предыдущего измерения в момент времени  $t_k$  было получено значение  $z_{t_k}$ , где  $i$  — номер кванта. Тогда, если за время отсутствия измерений произошел один переход с уровня на уровень, то  $z_{k+1} = z_{k, i \pm 1}$  с вероятностью  $p(1; \pm 1) = 0,5$  при симметрии распределения вероятностей приращений, если — два, то

$$z_{k+2} = \begin{cases} z_i & \text{с вероятностью } p(2; 0) = 0,5; \\ z_{i \pm 2} & \text{с вероятностью } p(2; \pm 2) = 0,25; \\ z_{i \pm 1} & \text{с вероятностью } p(2; \pm 1) = 0. \end{cases}$$

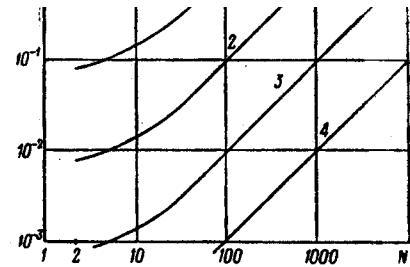


Рис. 2. Зависимость параметра  $\lambda$  от числа областей квантования при нормальном законе изменения измеряемой величины для  $\frac{L}{\sigma_x} = 6$ :

$$1 - \frac{\sigma_x'}{L} = 4 \cdot 10^{-3}; \quad 2 - \frac{\sigma_x'}{L} = 4 \cdot 10^{-4}; \\ 3 - \frac{\sigma_x'}{L} = 4 \cdot 10^{-5}; \quad 4 - \frac{\sigma_x'}{L} = 4 \cdot 10^{-6}.$$

При  $n$  шагах (рис. 3) вероятность значения  $z_{i \pm m}$  равна  $p(n, m) = \frac{p(m)}{2^n}$ , где  $p(m)$  — числа, составляющие треугольник Паскаля. Если  $n$  достаточно мало по сравнению с  $i$  и  $N - i$ , чтобы не вызвать эффект отражения от краев шкалы, то

$$p(n, m) = \begin{cases} \frac{\frac{n-m}{C_n^2}}{2^n} & \text{при } n+m - \text{четном;} \\ 0 & \text{при } n+m - \text{нечетном.} \end{cases}$$

Исходя из предположения о простейшем характере потока, примем пуассоновское распределение вероятностей числа шагов за время между измерениями  $T_n$ ; тогда вероятность  $n$  шагов за время  $T_n$  запись как

$$p_n(T_{\text{u}}) = e^{-\lambda T_{\text{u}}} \frac{(\lambda T_{\text{u}})^n}{n!},$$

где  $\lambda$  — величина, определенная в первом разделе данной статьи. В дальнейшем предполагается, что  $T_u = \text{const}$ . Безусловная энтропия

$$H(\mathbf{z}) = -p_0(T_u) \log p_0(T_u) - \sum_{n=1}^{\infty} p_n(T_u) \times \\ \times \left[ 2 \sum_{m=1}^n p(n, m) \log p(n, m) + p(n, 0) \log p(n, 0) \right].$$

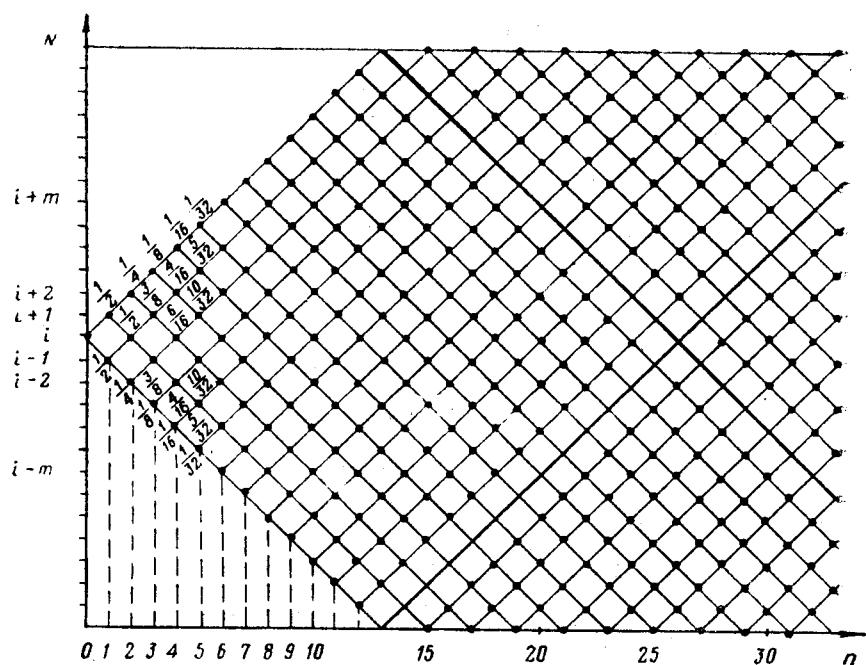


Рис. 3. Вероятности перехода на соседние уровни при различном числе шагов  $n$ .

После подстановки значений  $p_n$  и  $p(n, m)$

$$H(z) = \lambda T_{\text{u}} \exp(-\lambda T_{\text{u}}) [2,4 + 0,7\lambda T_{\text{u}} + 0,3(\lambda T_{\text{u}})^2 + \\ + 0,1(\lambda T_{\text{u}})^3 + 0,026(\lambda T_{\text{u}})^4 + 0,01(\lambda T_{\text{u}})^5] -$$

$$- \sum_{n=7}^{\infty} \frac{e^{-\lambda T_{\text{u}}} (\lambda T_{\text{u}})^n}{n!} \left\{ 2 \sum_{m=1}^n \frac{\frac{n-m}{C_n^{\frac{n}{2}}}}{2^n} \log \frac{\frac{n-m}{C_n^{\frac{n}{2}}}}{2^n} \Big|_{n+m-\text{четн}} + \right. \\ \left. + \frac{\frac{n}{C_n^{\frac{n}{2}}}}{2^n} \log \frac{\frac{n}{C_n^{\frac{n}{2}}}}{2^n} \Big|_{n-\text{четн}} \right\}.$$

При малой интенсивности потока (т. е. при  $\lambda T_{\text{u}} < 1$ ) последним членом можно пренебречь и пользоваться простым и удобным для вычислений полиномом (первым членом формулы). В общем случае

$$H(z) = 2,4 \sum_{l=0}^{\infty} (\lambda T_{\text{u}})^{l+1} e^{-(\lambda T_{\text{u}} + 1,1 l)}.$$

Что касается условной энтропии, то после двукратного определения ее при  $p_y(T_{\text{u}}) = 0$ , где  $y$  — погрешность измерений, имеем практическое совпадение со значениями для независимых измерений. Ход кривых безусловной энтропии и количества информации на одно зависимое измерение показан на рис. 4. Естественно, что по мере увеличения  $\lambda T_{\text{u}}$  информация растет, но при больших  $n$  необходимо учитывать эффект отражения от краев шкалы, выравнивающий распределение вероятностей. В этом случае значения вероятностей для узлов, расположенных на рис. 3 правее жирных линий, являются результатом наложения на исходную картину отраженного участка.

При  $n \rightarrow \infty$  (т. е. при  $T_{\text{u}} \rightarrow \infty$ ) количество информации стремится к постоянному пределу, определяемому количеством информации при независимых измерениях. Отсюда скорость передачи информации при пренебрежимо малых погрешностях равна

$$C = 2,4 \lambda e^{-\lambda T_{\text{u}}} \sum_{l=0}^{\infty} (\lambda T_{\text{u}})^l e^{-1,1 l}.$$

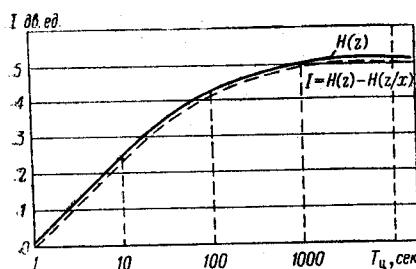


Рис. 4. Зависимость количества информации на одно измерение от интервала опроса ( $\lambda = 0,1$  изм/сек).

Чтобы определить максимальную способность данного измерительного тракта  $C_m$  и покажем, что при определенных соотношениях шагов квантования по уровню и во времени имеет место максимум реальной пропускной способности.

### 3. Оптимизация аналого-дискретных преобразователей с развертывающим преобразованием

Как известно, имеется широкий класс цифровых измерительных приборов с развертывающим преобразованием [11], например, время — импульсные цифровые вольтметры. Для этих приборов минимальное время, необходимое для считывания одного показания,  $T_{\text{п}} = \Delta t \cdot N$ , т. е. пропорционально числу квантов по уровню  $N$ ;  $\Delta t$  — некоторое время, определяемое быстродействием элементов прибора (например, нуль-органа). Нетрудно вывести, что максимум реальной пропускной способности соответствует выполнению условия

$$\sum_{l=0}^{\infty} [k^l T_{\text{п0}}^{2l} e^{-1.1 l} (1 - 2k T_{\text{п0}}^2 + 2l)] = 0,$$

откуда при малых интенсивностях потока (практически достаточно условие  $\lambda T_{\text{п}} < 6,3$ ) имеем

$$T_{\text{п0}} = k \sqrt{\frac{L \Delta t}{\sigma_x^2}},$$

где  $k$  — постоянный коэффициент; остальные обозначения те же, что и в предыдущем разделе статьи.

Реальная пропускная способность при этом

$$C_{1m} = 4,48 \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\Delta t L}}, \text{ дж.ед./сек},$$

т. е. тем больше, чем большее быстродействие аппаратуры и дисперсия первой производной входящего потока  $\sigma_x^2$ , и чем меньше диапазон измерений  $L$ , а число уровней по амплитуде равно

$$N = k \sqrt{\frac{L}{\Delta t \sigma_x^2}}.$$

На рис. 5 показана соответствующая рассматриваемой ситуации зависимость реальной пропускной способности от шага квантования во времени  $T_{\text{п}}$  при  $\sigma_x^2 / L \Delta t = 0,004$ .

Значение коэффициента  $k$  определено методом последовательных итераций (первое приближение  $k \approx 0,45$ ; второе —  $k \approx 0,665$ ; третье —  $k \approx 0,61$ ). Принято  $k \approx 0,61$ .

Таким образом, путем выбора определенного соотношения между числом областей квантования по уровню и шагом квантования во времени удается при определенных  $\sigma_x^2$  добиться максимума реальной пропускной способности. По существу эта операция представляет частный случай статистического согласования измерительного прибора с измеряемым параметром.

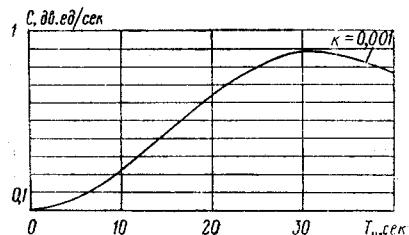


Рис. 5. Пропускная способность измерительного тракта при  $T_{\text{п}} = \Delta t N$ .

#### 4. Оптимизация аналого-дискретных преобразователей с поразрядным уравновешиванием и пространственным кодированием

В данном случае некоторое время  $\Delta t$  означает время считывания одного разряда. Тогда  $T_{\text{п}} = \Delta t \log_m N$ , что соответствует основанию кода  $m$ . Реальная пропускная способность примет вид

$$C_{2m} = \frac{6\sigma_x' N}{L} \exp \left( -\frac{2,5\sigma_x' \Delta t}{L} \cdot \log_m N \right) \times \\ \times \sum_{l=0}^{\infty} \left( 2,5 \frac{\sigma_x'}{L} N \Delta t \log_m N \right)^l e^{-1,1l}.$$

Ход кривой  $C_{2m} = f_1(N)$  показан на рис. 6. Максимальная реальная пропускная способность соответствует

$$\sum_{l=0}^{\infty} (k \Delta t \log_m N)^l e^{-1,1l} \left\{ N^{l-1} \left[ 1 - N k \Delta t \left( \frac{1}{\ln m} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \log_m N \right) + l \right] + \frac{l}{\log_m N \ln m} \right\} = 0.$$

При выполнении условия  $\frac{\sigma_x' \Delta t N}{L} \log_m N < 0,013$  имеем максимум из условия  $N \ln(eN) = \frac{\ln m}{k \Delta t}$ , раскрываемого путем численного решения. Нетрудно видеть, что при очень малых интенсивностях потока реальная пропускная способность измерительного тракта тем больше при прочих

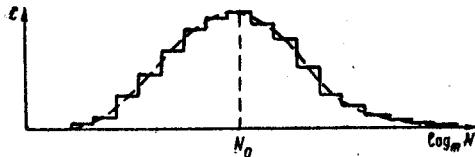


Рис. 6. Пропускная способность при  $T_{\text{п}} = \Delta t \log_m N$ .

равных условиях, чем больше  $m$ . При этом обозначается явный максимум этой функции при определенных значениях  $m$ . При очень больших интенсивностях максимум лежит в области  $m_0 \approx 3$ . При меньших значениях  $\lambda T_{\text{п}}$  имеем  $m_0 > 3$ . Как известно, на практике почти исключительно применяется основание кода  $m=2$ . Тогда условие для максимума принимает вид  $N k \Delta t \ln(eN) = 0,7$ .

#### 5. Измерение приращений

Кроме двух приведенных выше примеров, частным случаем статистического согласования прибора со средой является также метод измерения приращений. Само по себе измерение приращений вместо измерения полных значений приводит к увеличению дисперсии аналоговой погрешности (например, при  $\rho_v(T_{\text{п}}) = 0$  в  $\sqrt{2}$  раз) и ведет к увеличению суммарной погрешности. Кроме того, уменьшается и безусловная энтропия, например, при  $N \rightarrow \infty$  от  $H(x) = \log \left[ \sigma_x \sqrt{1 - \rho_x^2(T_{\text{п}})} \right]$  при измерении полных значений до  $H(x) = \log \left[ \sigma_x \sqrt{1 - \rho_x(T_{\text{п}})} \right]$  при

измерении приращений, т. е. сужение диапазона влияет на значение информации существеннее, чем декорреляция сигнала.

Однако измерение приращений может быть выгодно при измерении медленных по сравнению с  $T_{\text{п}}$  процессов, если сохраняется число областей квантования  $N = \text{const}$ , но относится уже не к прежнему диапазону измерений  $L$ , а к новому —  $8 \sigma_{\text{п}}$ , где  $\sigma_{\text{п}}^2$  — дисперсия приращений измеряемого процесса за время  $T_{\text{п}}$ . В этом случае мы как бы рассматриваем в увеличенном масштабе только ту область шкалы, которая соответствует зоне возможных изменений сигнала. Такой метод, видимо, впервые был предложен В. А. Левидовым [12]. Но при внесении предложения оставался открытым вопрос о размерах достигаемого уменьшения погрешности и предельных режимах применимости этого способа в зависимости от частотного спектра измеряемой величины. Ниже приводятся основные результаты решения этой задачи.

Оценим прежде всего среднеквадратичную погрешность дискретности в  $i$ -м кванте как

$$\sigma_{\text{дискр}_i}^2 = \int_{(i-1)\delta}^{i\delta} \left[ \left( i - \frac{1}{2} \right) \delta - x \right]^2 w(x) dx,$$

где  $w(x)$  — плотность вероятности измеряемой величины  $x$ . Для нормального закона распределения со среднеквадратичным значением  $\sigma_x$  и математическим ожиданием  $\bar{x}$

$$\sigma_{\text{дискр}_i} \approx \frac{\delta^3}{4 \sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp \left\{ - \frac{\left[ \left( i - \frac{1}{2} \right) \delta - \bar{x} \right]^2}{2\sigma_x^2} \right\}$$

или при больших  $N$

$$\sigma_{\text{дискр}} \approx \frac{1,87 \sigma_x}{N}.$$

Среднеквадратичное значение приращений запишем в виде

$$\sigma_{\text{п}} = \sigma_x \sqrt{2 [1 - \rho_x(T_{\text{п}})]}.$$

Нетрудно показать, что при

$$2\rho_x(T_{\text{п}}) = 1 + \frac{N^2}{3,5} \cdot \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2}$$

среднеквадратичная погрешность при измерении приращений и полных значений совпадает. Если  $\rho_x(T_{\text{п}}) = e^{-\alpha T_{\text{п}}}$ , то это условие соответствует значению интервала квантования во времени

$$T_{\text{п0}} = -\frac{1}{\alpha} \left[ \ln \left( 1 + \frac{N^2}{3,5} \cdot \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \right) - 1 \right].$$

При интервалах, меньших этого значения, имеет место выигрыш в значении среднеквадратичной погрешности (рис. 7). При любых  $N$  и  $T_{\text{п}}$

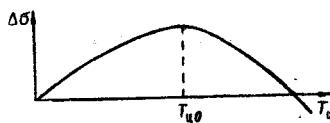


Рис. 7. Уменьшение среднеквадратичной погрешности при измерении приращений.

выигрыш не может превышать  $\sqrt{2\sigma_n}$ . Максимум выигрыша соответствует

$$\rho_x(T_n) = 1 + \frac{3,5 \sigma_x^2}{N^2 \sigma_y^2},$$

т. е. при  $\rho_x(T_n) = e^{-\alpha T_n}$

$$T_{no} = -\frac{1}{\alpha} \ln \left[ -\alpha \left( 1 + \frac{3,5 \sigma_x^2 \alpha}{N^2 \sigma_y^2} \right) \right].$$

При  $T_n \rightarrow 0$  разность среднеквадратичных значений

$$\Delta_\sigma = \sigma_n \left[ \sqrt{2} - \sqrt{\frac{3,5 \sigma_x^2}{N^2 \sigma_y^2} + 1} \right] \approx 0.$$

В спектральном представлении предельный случай выгодности измерения приращений соответствует условию

$$\int_{\omega_0}^{\omega_m} G_x(\omega) \cos \omega T_n d\omega = 2\pi (\sigma_x^2 + 0,286 \sigma_y^2 N^2).$$

При равномерном энергетическом спектре  $G_x(\omega) = \frac{1}{\omega_m - \omega_0}$ , где  $\omega_m$  и  $\omega_0$  — соответственно минимальная и максимальная частоты спектра процесса  $x(t)$ , имеем

$$\frac{\sin(\omega_m T_n)}{\omega_m T_n} - \frac{\sin(\omega_0 T_n)}{\omega_0 T_n} = 2\pi \sigma_x^2 + 1,8 N^2 \sigma_y^2.$$

Уравнение поддается численному решению относительно  $T_n$ . В ряде случаев удобнее решать эквивалентное уравнение

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{T_n^{2(i-1)} [\omega_m^{2(i-1)} - \omega_0^{2(i-1)}]}{(2i-1)!} (-1)^{i-1} = 2\pi \sigma_x^2 + 1,8 N^2 \sigma_y^2.$$

Уравнение существенно упрощается при наличии постоянной составляющей в спектре при  $\omega_0=0$ . Тогда

$$\frac{\sin \omega_m T_n}{\omega_0 T_n} = 2\pi \sigma_x^2 + 1,8 N^2 \sigma_y^2.$$

Таким образом, при измерении медленно изменяющихся процессов измерение приращений сулит определенную выгоду в величине погрешности.

### З а к л ю ч е н и е

Описанные случаи, естественно, не исчерпывают всего множества возможных способов статистического согласования измерительного прибора с измеряемым параметром, а являются лишь частными примерами. Однако полученные формулы представляют, по мнению автора, интерес в равной мере как иллюстрация плодотворности статистического согласования и как доведенные до практически применимых ре-

зультатов решения частных задач, имеющих самую непосредственную связь с текущими проблемами измерительной техники вообще и цифровых приборов и аналого-дискретных преобразователей автоматических систем в частности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Рабинович, М. П. Цапенко. О количестве измерительной информации. Измерительная техника, 1963, № 4.
2. С. М. Мандельштам, О. Н. Ноландт. К вопросу о выборе рациональной структуры кодо-импульсной системы телеметрии.—Электрические методы автоматического контроля (Труды ИАЭ СО АН СССР, вып. 5). Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
3. П. В. Новицкий. Использование кибернетических понятий в электроизмерительных устройствах. Измерительная техника, 1961, № 1.
4. Тарьин, Резо. Измерительная техника и теория информации. Измерительная техника, 1957, № 2.
5. В. И. Рабинович, М. П. Цапенко. Количество информации при равномерном распределении измеряемой величины и погрешности. Измерительная техника, 1963, № 6.
6. В. И. Рабинович, М. П. Цапенко. Количество информации при равномерном распределении измеряемой величины и нормальному распределении погрешности. Измерительная техника, 1963, № 10.
7. М. И. Ланин, С. М. Мандельштам, В. В. Сидельников. Некоторые вопросы математического обоснования выбора числа областей квантования в аналого-дискретных преобразователях. Автоматика и телемеханика, 1963, 24, № 4.
8. С. М. Мандельштам. Сравнение количества информации, получаемого при различных законах распределения измеряемой величины и погрешности. Автоматика и телемеханика, 1963, 25, № 10.
9. S. O. Rice. Mathematical analysis of random noise. BSTJ, 1944, 23, N 3; 1945, 24, N 1.
10. М. И. Ланин, В. В. Сидельников. Применение теории массового обслуживания к анализу систем телеметрии.— В сб. «Применение кибернетики в электроизмерительной технике». М., Изд-во ЦИНТИЭлектропром, 1963.
11. Ф. Е. Темников. Теория развертывающих систем. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963.
12. В. А. Левидов. Принципы построения дифференцирующих автоматических измерительных мостов и компенсаторов.— Тезисы докладов и сообщений V Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Новосибирск, ЦБТИ, 1963.

Поступила в редакцию  
12 сентября 1964 г.