

Гервазиев Михаил Дмитриевич

**Исследование нелинейной
пространственно-временной эволюции
излучения в многомодовых волокнах с
градиентным профилем показателя
преломления методом модовой
декомпозиции**

1.3.6 – Оптика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в *Федеральном государственном бюджетном учреждении Институт автоматике и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук.*

Научный руководитель: Харенко Денис Сергеевич
к.ф.-м.н., ФГБУН Институт автоматике и электрометрии СО РАН

Официальные оппоненты: Мельников Леонид Аркадьевич
д.ф.-м.н., проф., Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина
Гладышев Алексей Вячеславович
к.ф.-м.н., ФГБУН ФИЦ "Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН
ФГБУН ФИЦ Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, г. Нижний Новгород

Ведущая организация:

Защита состоится «_____» _____ 2023 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета 24.1.028.01(Д 003.005.02) при *Институте автоматике и электрометрии СО РАН*, расположенном по адресу: *630090, г.Новосибирск, пр. Ак. Коптюга, д.1*

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке *Института автоматике и электрометрии СО РАН.*

Автореферат разослан «_____» _____ 2023 г.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
Д.ф.-м.н., проф.

Ильичев Л. В.

Общая характеристика работы

Работа посвящена анализу модового состава излучения, распространяющегося в многомодовом (ММ) оптическом волокне с градиентным профилем показателя преломления (graded-index, GRIN) при различных параметрах на входе (пиковая мощность, длительность импульсов, условия заведения в волокно и пр.). Также проведены работы по анализу излучения лазера на основе вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР), сконструированного из GRIN ММ волокна.

Актуальность работы. ММ оптические волокна сейчас буквально переживают второе рождение. Повышенный интерес обусловлен с одной стороны развитием источников и средств анализа лазерного излучения, а с другой стороны — существенным увеличением уровня мощности передаваемого сигнала, при котором стандартные одномодовые волокна уже становятся неприменимыми [1]. Наличие дополнительной, пространственной степени свободы не только открывает новые возможности для управления групповыми скоростями, получения синхронизма при параметрических преобразованиях и достижению состояния синхронизации мод (как продольных, так и поперечных), но и приводит к множеству новых фундаментальных эффектов, например керровской самоочистке пучка (Kerr beam self cleaning, KBSC) [2], ВКР-чистке пучка [3] и эффекту модового солитонного самопреобразования [4]. Вкупе с современными трендами в телекоммуникациях на использование ММ волокон исследования в этой области являются крайне актуальными и востребованными.

Степень разработанности темы исследования. ММ волокна активно исследуются в последние годы, открываются новые нелинейные эффекты, разрабатываются всё новые методы анализа излучения. И несмотря на то, что на момент начала работы публикаций о средствах анализа ММ излучения было сравнительно немного, за последние 5 лет были достигнуты определенные успехи в этом направлении. А именно, разработаны методы модовой декомпозиции (МД) на основе генетического алгоритма в комбинации с методом градиентного спуска [5], сверточной нейронной сети [6], анализе волнового фронта [7]. В качестве альтернативы полной МД были разработаны и применены средства анализа на основе построения пространственно-временного распределения выходных пучков [8] в дополнение к методу на основе пространственно-спектрального распределения [9].

Цели и задачи. Целью данной работы является исследование пространственно-временной эволюции излучения при распространении в

GRIN MM волокне в нелинейном режиме. Для достижения поставленной цели было необходимо решить следующий ряд задач:

- Изучить теоретические основы и математический аппарат метода модовой декомпозиции (МД), а также усовершенствовать данный метод, сделав его применимым для излучения с большим количеством мод.
- Разработать экспериментальную установку для проведения процедуры МД излучения на выходе из MM волокна.
- Экспериментально пронаблюдать эффекты KBSC и ВКР-чистки излучения, распространяющегося в GRIN MM волокне.
- Провести эксперименты по МД излучения, сформированного под действием нелинейных эффектов (KBSC, ВКР-чистка пучка и пр.).

Научная новизна данной работы состоит в проведении количественного анализа модового состава пучка, подверженного воздействию нелинейных эффектов, приводящих к его чистке, методом модовой декомпозиции (МД). В частности, выявлены изменения в модовом составе пучков, претерпевших KBSC и ВКР чистку. Подобное стало возможным благодаря проведенному усовершенствованию метода МД. В ходе исследования удалось получить информацию о рекордном числе мод (до 700) при том, что в существующих работах на эту тему сообщается лишь об анализе маломодового излучения (~ 10 мод). Результаты исследования косвенно подтверждают достоверность новой термодинамической теории для многомодовых нелинейных оптических систем и позволяют говорить о её применимости на практике.

Теоретическая и практическая значимость. В результате данной работы верифицированы теоретические модели таких нелинейных эффектов, как KBSC и ВКР-чистка пучка, а также выработано единое физическое описание распространения излучения в MM волокнах, что открывает путь к созданию различных устройств на их основе. Также особый интерес представляет и сам метод, позволяющий проанализировать излучение, состоящее из большого количества мод, который до сих пор применялся лишь к маломодовым волокнам со ступенчатым профилем показателя преломления.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Метод модовой декомпозиции на основе корреляционного фильтра впервые успешно применен для анализа многомодового излучения, содержащего от 70 до 700 мод и распространяющегося в

оптическом волокне с градиентным профилем показателя преломления в линейном и нелинейном режимах.

2. Эффект керровской самоочистки, наблюдаемый при распространении в градиентном световоде импульсов длительностью от 100 фс до 0,5 нс, сопровождается сохранением полного продольного импульса излучения, нулевого полного орбитального момента и установлением равновесного распределения модового состава излучения.
3. При распространении пучка с ненулевым орбитальным моментом экспериментально продемонстрировано, что при повышении мощности происходит установление равновесного распределения мод, соответствующего обобщенной формуле Рэлея-Джинса и выполняется закон сохранения орбитального момента.
4. Генерация стоксова пучка в многомодовом ВКР-лазере на основе градиентного световода сопровождается установлением особого распределения мод, хорошо описываемого экспоненциальной функцией, что обусловлено доминированием случайной межмодовой связи над нелинейностью.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием современного специализированного оборудования. Проведены исследования математического аппарата метода МД, разработаны специальные калибровочные процедуры и численная модель, позволившая проверить влияние различных факторов на точность работы метода. Восстановленные с помощью метода МД спекл-пучки и пучки, претерпевшие действие нелинейных эффектов, имеют высокую степень схожести с измеренными в эксперименте, что говорит о достоверности полученных распределений. Также результаты неоднократно докладывались на всероссийских и международных конференциях и публиковались в ведущих рецензируемых научных изданиях.

Апробация работы. Результаты работы легли в основу 6-ти публикаций в рецензируемых отечественных и международных изданиях, а также были представлены на 10-м Международном семинаре по волоконным лазерам 2022 (2022, Академгородок, Новосибирск, Россия), международной конференции «30th Annual International Laser Physics Workshop» (2022, онлайн), международной конференции «20th International Conference Laser Optics 2022» (2022, Санкт-Петербург, Россия), Всероссийской конференции по волоконной оптике (2021, Пермь, Россия), международной конференции «Conference on Lasers and Electro-

Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/ European QEC)» (2021, онлайн), 9-м Международном семинаре по волоконным лазерам (2020, Академгородок, Новосибирск, Россия, онлайн). Результаты также докладывались на научных семинарах Института автоматки и электротметрии СО РАН, Новосибирск (1 декабря 2022, 4 июля 2023)

Личный вклад автора. В ходе работы автором лично была проведена сборка экспериментальной установки и исследование метода МД. Он принимал непосредственное участие в постановке задачи, анализе экспериментальных данных. Также автором проведено численное моделирование метода, выявлены факторы влияющие на корректность его работы. Все экспериментальные результаты по МД излучения, распространяющегося в GRIN MM волокне, получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, обзора литературы, описания методологии и основной части, где описана вся экспериментальная работа, а также заключения и библиографии. Общий объем диссертации 101 страница, включая 41 рисунок. Библиографический перечень включает в себя 123 наименования.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения, а также дано описание структуры работы.

В первой главе приведен обзор литературы по исследованиям нелинейных эффектов в MM волокне. Представлены такие нелинейные эффекты, как KBSC, чистка пучка на основе вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР). Описано хронологическое развитие подходов к трактованию явлений, в том числе подход, основанный на статистической физике. Большой раздел первой главы посвящен обзору методов анализа MM излучения. Подробно описаны методы МД на основе генетического алгоритма и нейронных сетей с их преимуществами и недостатками. Также рассмотрены такие подходы, как анализ волнового фронта с помощью датчика Шака-Гартманна, или построение пространственно-спектральных и пространственно-временных распределений. Обосновывается выбор метода МД на основе фазовой модуляции, используемый в данном исследовании в качестве основного.

Во второй главе подробно описывается математический аппарат метода корреляционного фильтра, который используется далее для МД излучения при нелинейном распространении в ММ волокне. Изложен процесс формирования фазовых масок для восстановления значений амплитуд мод, а также их фаз относительно фундаментальной. Значения фаз необходимы для последующей рекомпозиции пучка с целью проверки корректности МД. Также приведено описание метрики, использующейся в дальнейшем для сравнения пучков сгенерированных и восстановленных в результате численного моделирования МД. Следующий раздел посвящен переходу от базиса мод Гаусс-Лаггера в базис ОАМ мод для исследования пучков с ненулевым орбитальным угловым моментом. Помимо этого отдельный раздел посвящен описанию пространственного модулятора света (spatial light modulator, SLM), который является ключевым устройством в экспериментах по МД. Кратко описаны механика работы устройства и детали заводских настроек. Обоснована необходимость в дополнительной калибровке и приведена её реализация.

В третьей главе отражены основные экспериментальные результаты работы. Для начала было проведено численное моделирование процесса МД, в результате чего было определено, что метод МД особенно чувствителен к значениям отстройки от центра корреляционного отклика, значения пространственной частоты и в меньшей степени – разрешения фазовых масок. Была собрана экспериментальная установка для проведения модового анализа (рис. 1).

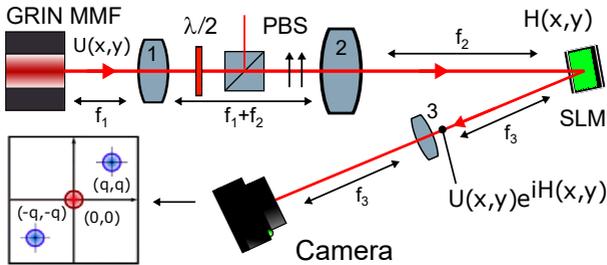


Рис. 1. Экспериментальная установка. От GRIN MM волокна до камеры: GRIN MM волокно с диаметром сердцевины 50 мкм, асферическая линза, полуволновая пластинка, PBS, линза, SLM Holoeye Pluto-2, фурые-линза, CMOS камера Gentec Beamage-4M

Линзы 1 и 2 использовались для увеличения размера выходного пучка на дисплее SLM, чтобы увеличить эффективное разрешение. Поскольку SLM работает только с горизонтальной поляризацией, входя-

щее излучение было настроено так, чтобы поляризация соответствовала требуемой. Взаимная ориентация полуволновой пластины и поляризационного делителя света (polarization beam splitter, PBS) по отношению к волокну была выбрана таким образом, чтобы максимизировать передаваемую энергию.

Далее излагается экспериментальная методика выбора точки корреляционного отклика, дающей информацию об амплитудах и фазах мод. Были получены модовые распределения спекл-пучков (рис. 2), а также пучков при различной мощности (рис. 3). Во вставках слева изображено исходное распределение интенсивности в ближнем поле, справа - восстановленное в результате МД.

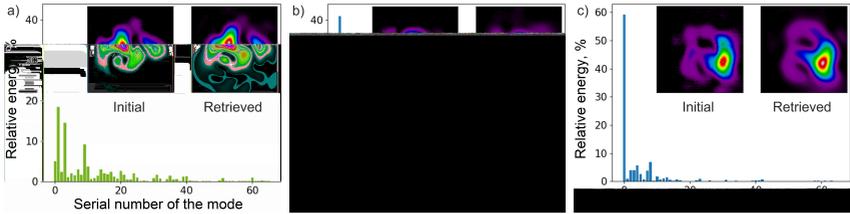


Рис. 2. МД трех разных спекл-пучков низкой мощности

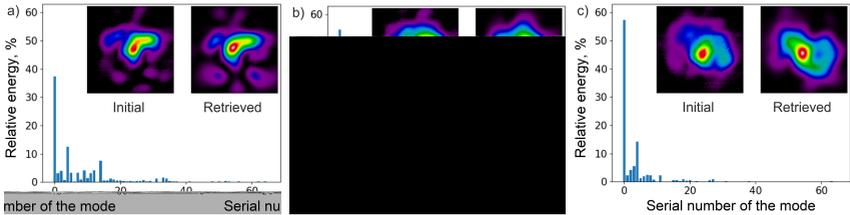


Рис. 3. МД пучка с тремя различными уровнями входной мощности: 0,92 кВт (а), 2,3 кВт (b) и 6 кВт (с)

Оригинальные и восстановленные пучки имеют высокую степень схожести, что подтверждает корректность МД. Анализ модового распределения позволяет сделать вывод, что вклад фундаментальной моды возрастает примерно с 38% до более чем 55% при повышении мощности, что приводит к колоколообразному распределению интенсивности на выходе GRIN-волокна и указывает на появление эффекта KBSC.

В разделе 3.2 приведены результаты исследования эффекта KBSC при различных длительностях импульса: 174 фс, 1 пс, 7.6 пс (рис. 4), 0,435 нс.

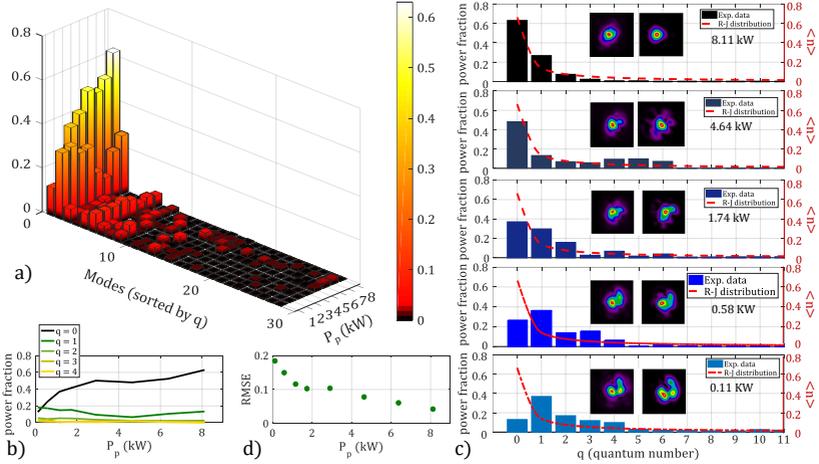


Рис. 4. МД анализ импульсов с длительностью 7,6 пс на входе. а) Распределение мод при различных значениях мощности на входе. б) Экспериментальное значение доли мощности мод, сгруппированных по главному квантовому числу (*principal quantum number*, *PQN*), в зависимости от входной мощности P_p . в) Модовое распределение, полученное в результате МД. Изображения во вставке каждого графика представляют собой оригинальный (слева) и реконструированный (справа) профиль выходного пучка. Красная линия — распределение R-J, соответствующее экспериментальным значениям при максимальном значении входной пиковой мощности (8,11 кВт). д) Среднеквадратичная ошибка (RMSE) аппроксимирующей кривой в с) при изменении P_p .

Анализ модового состава позволяет заключить об установлении равновесного распределения, описываемого формулой Рэля-Джинса (Rayleigh-Jeans, R-J), при возникновении эффекта КВБС (рис. 4с). Об этом также говорит уменьшение среднеквадратичной ошибки при аппроксимации (рис. 4д) и возрастание вклада фундаментальной моды (рис. 4б). Возникновение КВБС наблюдалось при всех длительностях импульса, причем форма R-J распределения определялась исключительно условиями заведения. Сортировка модового состава по радиальному (ℓ) и азимутальному (m) индексам позволила заключить, что R-J является последовательностью подраспределений, в каждом из которых максимальный вклад вносят радиально-симметричные моды. Иными словами, чем меньше значение m , тем выше вклад моды. Экспериментально полученный модовый состав позволяет вычислить значения продольной компоненты импульсы (или гамильтониан H) и четности

мод M и заключить, что они сохраняются при повышении мощности (рис. 5).

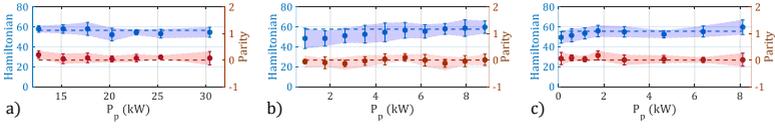


Рис. 5. Сохранение гамильтониана H и четности M при длительности входного импульса 174 фс (a), 1 пс (b) и 7,6 пс (c) соответственно.

Раздел 3.3 посвящен анализу пучков, обладающих ненулевым ОАМ. Приведен теоретический вывод равновесного распределения в случае ненулевого ОАМ. Установлено, что оно соответствует обобщенному распределению RJ. Далее описана методика возбуждения пучков с ненулевым значением ОАМ с помощью заведения излучения с отстройкой под углом, приведена формула для оценки значения ОАМ в зависимости от условий заведения. После этого описаны результаты МД для двух значений ОАМ (рис. 6).

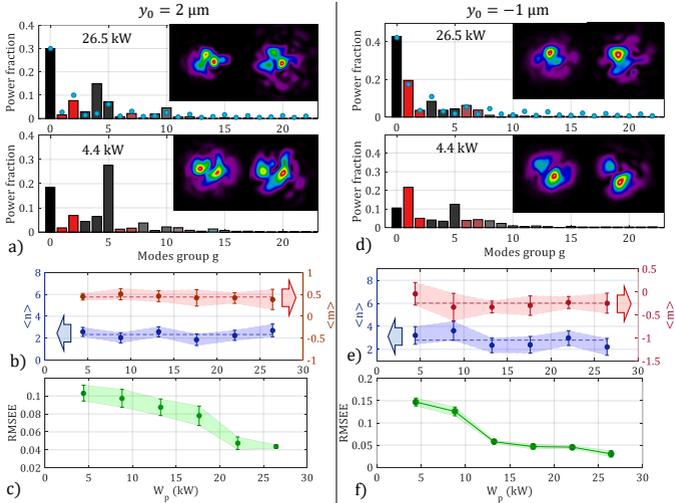


Рис. 6. Экспериментальные результаты. a) МД выходного пучка для двух различных значений W_p при $y_0 = 2$ мкм. Синие точки добавлены путем аппроксимации RJ. b) Сохранение $\langle n \rangle$ и $\langle m \rangle$. c) RMSE экспериментально полученного распределения мод по отношению к обобщенному RJ распределению в зависимости от входной пиковой мощности. d-f) То же, что и a-c), при вводе лазерного пучка со смещением $y_0 = -1$ мкм.

Показано, что распределение мод хорошо описывается обобщенным распределением RJ, и что при повышении мощности сохраняются значения продольной компоненты импульса и полного ОАМ. При этом экспериментально вычисленное значение ОАМ совпадает с оценочным. Таким образом, сформулирован вывод о сохранении четырех величин при распространении излучения в GRIN MM волокне: общее число фотонов, полная энергия, значение продольной компоненты импульса и ОАМ.

Следующий раздел включает в себя результаты анализа поведения фаз при установлении равновесного состояния вкупе с возникновением эффекта KBSC. Сформулированы теоретические предпосылки, предсказывающие эффект фиксации фаз в данном случае. Экспериментальные данные подтверждают гипотезу, демонстрируя именно такое поведение межмодовых фаз, начиная с некоторого значения мощности, позволяя сделать вывод о том, что происходит явление, аналогичное синхронизации продольных мод в лазерных резонаторах.

Заключительный раздел третьей главы диссертации посвящен анализу модового состава непрерывного волоконного MM ВКР-лазера. Схема лазера показана на рис. 7.

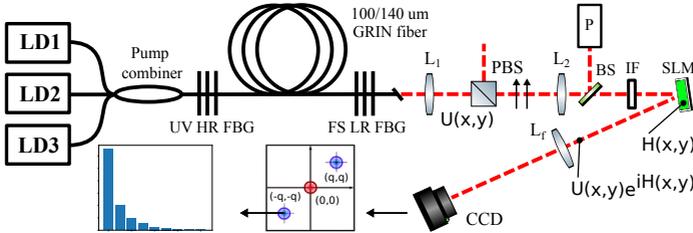


Рис. 7. Схема ВКР-лазера: LDx — MM лазерный диод накачки; UV HR FBG — сильно-отражающая волоконная брэгговская решетка (fiber Bragg grating, FBG), записанная ультрафиолетовым излучением; FS LR FBG — слабо-отражающая FBG, записанная фемтосекундными импульсами; $L_{1,2}$ — коллимирующие линзы; BS — делитель пучка; IF — полосовой фильтр; P — измеритель мощности; $U(x,y)$ — выходное распределение поля; PBS — поляризационный делитель пучка; SLM — пространственный модулятор света с нанесенной на него фазовой маской $H(x,y)$; L_f — Фурье-линза; CCD — регистрирующая камера.

Описан процесс нормировки на мощность лазера, обосновано решение отказаться от измерения фаз в связи с наличием большого количества нескоррелированных продольных мод. МД прошедшей накачки была проведена с использованием ~ 800 мод при уровне мощности

стоксова излучения от 1,5 до 20 Вт. Результаты демонстрируют, что при достижении порога ВКР моды со значением PQN до 5 истощаются на величину порядка 50%. При этом МД стоксова пучка показывает, что генерируются преимущественно моды с $PQN \leq 1$, примерно 60% энергии сосредоточено в этих модах (рис. 8).

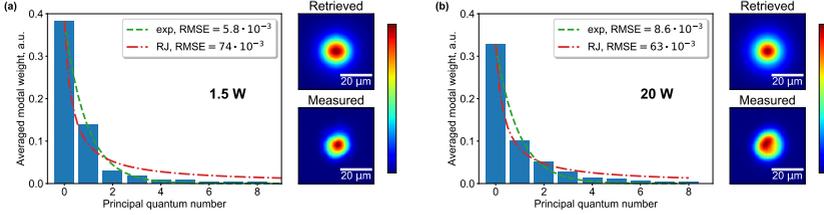


Рис. 8. Распределение мощности по модам, вносящим вклад в стоксов пучок при малой (1,5 Вт, (a)) и высокой (20 Вт, (b)) выходной мощности стоксовой компоненты излучения, отсортированное по PQN и усредненное по степени вырождения мод (слева); реконструированные и измеренные выходные профили стоксового пучка (справа). Штриховые и штрих-пунктирные линии представляют собой аппроксимирующие кривые для экспоненциального распределения и RJ распределения соответственно.

Наличие макроскопического вклада мод с PQN, равным 1, объясняет отклонение значения параметра M^2 от 1. Далее демонстрируется, что фактором, в значительной степени определяющим модовое распределение данной системы, становится случайная линейная связь, и перетекание энергии происходит между соседними модами в связи с наличием изгибов волокна, свернутого в катушку. Таким образом, итоговое распределение лучше всего описывается экспоненциальной формулой, свидетельствуя в том числе, что в диссипативной системе, коей является ВКР-лазер, равновесное состояние не достигается.

Все результаты опубликованы в работах [A1–A8].

В Заключение сформулированы результаты работы:

1. Исследован математический аппарат CFM МД в случае GRIN ММ волокон. Численное моделирование МД позволило уточнить роль наиболее важных параметров МД, влияющих на точность восстановления амплитуд мод и их относительных фаз. Такими параметрами являются: размер фазовой маски, величина пространственного частотного сдвига и смещение от центра корреляционного отклика.
2. Впервые проведены успешные эксперименты по МД спекл-пучков на выходе из GRIN ММ волокна, состоящих из ~ 80 мод. Разни-

ца между исходным и реконструированным пучками всегда оставалась относительно низкой. Полученные распределения энергии мод позволяют заключить, что для пучков малой мощности, распространяющихся в линейном режиме, моды среднего порядка содержат около половины полной энергии пучка.

3. Исследован модовый состав излучения при возникновении эффекта KBSC при различной длительности импульса (от фемтосекунд до наносекунд). Доля фундаментальной моды в итоговом распределении составляет 60-70%, а доля мод высших порядков спадает с увеличением значения PQN. Равновесное распределение хорошо описывается формулой Рэлея-Джинса. Соответствующее ему значение продольного импульса совпадает с экспериментально полученным и определяется исключительно условиями заведения.
4. Показано, что при эффекте KBSC происходит фиксация межмодовых фаз, начиная с некоторого уровня мощности.
5. Исследована динамика распространения пучков, обладающих ненулевым ОАМ. Продемонстрировано, что излучение также достигает термодинамического равновесия. Распределение мод при этом описывается обобщенной формулой Рэлея-Джинса, учитывающей наличие ОАМ. Продемонстрированы законы сохранения продольного импульса и ОАМ.
6. Проведен анализ модового состава стокового излучения ВКР-лазера и излучения прошедшей накачки. Полученные данные показывают, что число мод в генерируемом стоковом пучке на два порядка меньше, чем число мод, возбуждаемых накачкой (около 780). В излучении накачки при превышении порога ВКР первые вырожденные группы поперечных мод с $PQN < 8$ истощаются примерно на 30-50% в зависимости от мощности. При этом около 40% всей энергии стокового пучка сосредоточено в фундаментальной моде. По результатам измерения установлено, что отклонение ранее измеренного параметра M^2 пучка Стокса от 1 обусловлено тем, что значительная доля его мощности (20-30%) приходится на моды $LG_{1,0}$ и $LG_{-1,0}$ ($PQN = 1$).
7. Анализ результатов МД стокового пучка позволил сделать вывод, что в диссипативной системе с модовой связью с преобладанием усиления и фильтрации основной моды термализация не достигается, и распределение мод определяется в основном случайной связью между соседними модами. Данный факт выражается в

том, что характер распределения мод по PQN оказывается близким к экспоненциальному закону и остается довольно далеким от RJ-закона.

Также даны предложения по дальнейшим потенциальным направлениям развития работы.

Основные публикации по теме диссертации

- A1. *Gervaziev M., Zhdanov I., Kharenko D.*, [et al.]. Mode decomposition of multimode optical fiber beams by phase-only spatial light modulator // *Laser Physics Letters*. — 2020. — Vol. 18, no. 1. — P. 015101.
- A2. *Kharenko D. S., Gervaziev M. D., Zhdanov I.*, [et al.]. Mode decomposition of Kerr self-cleaned beams by phase only SLM // *Real-time Measurements, Rogue Phenomena, and Single-Shot Applications VI*. Vol. 11671. — SPIE. 2021. — P. 1167105.
- A3. *Харенко Д., Гервазиев М., Волоси В.* [и др.]. Применение метода модовой декомпозиции к излучению вкр-лазера на основе градиентного световода с прямой диодной накачкой // *Фотон-экспресс*. — 2021. — № 6. — С. 157–158.
- A4. *Kharenko D. S., Gervaziev M. D., Kuznetsov A. G.*, [et al.]. Mode-resolved analysis of pump and Stokes beams in LD-pumped GRIN fiber Raman lasers // *Optics Letters*. — 2022. — Vol. 47, no. 5. — P. 1222–1225.
- A5. *Mangini F., Gervaziev M., Ferraro M.*, [et al.]. Statistical mechanics of beam self-cleaning in GRIN multimode optical fibers // *Optics Express*. — 2022. — Vol. 30, no. 7. — P. 10850–10865.
- A6. *Podivilov E., Mangini F., Sidelnikov O.*, [et al.]. Thermalization of orbital angular momentum beams in multimode optical fibers // *Physical Review Letters*. — 2022. — Vol. 128, no. 24. — P. 243901.
- A7. *Gervaziev M., Ferraro M., Podivilov E.*, [et al.]. Mode Decomposition Method for Investigating the Nonlinear Dynamics of a Multimode Beam // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. — 2023. — Vol. 59, no. 1. — P. 51–61.
- A8. *Mangini F., Ferraro M., Sun Y.*, [et al.]. Modal phase-locking in multimode nonlinear optical fibers // *Optics Letters*. — 2023. — Vol. 48, no. 14. — P. 3667–3680.

Цитированная литература

1. *Cristiani I., Lacava C., Rademacher G., [et al.]*. Roadmap on multimode photonics // Journal of Optics. — 2022. — Vol. 24, no. 8. — P. 083001.
2. *Krupa K., Tonello A., Shalaby B. M., [et al.]*. Spatial beam self-cleaning in multimode fibres // Nature Photonics. — 2017. — Vol. 11, no. 4. — P. 237–241.
3. *Zlobina E., Kablukov S., Wolf A., [et al.]*. Nearly single-mode Raman lasing at 954 nm in a graded-index fiber directly pumped by a multimode laser diode // Optics Letters. — 2017. — Vol. 42, no. 1. — P. 9–12.
4. *Rishøj L., Tai B., Kristensen P., [et al.]*. Soliton self-mode conversion: revisiting Raman scattering of ultrashort pulses // Optica. — 2019. — Vol. 6, no. 3. — P. 304–308.
5. *Li L., Leng J., Zhou P., [et al.]*. Multimode fiber modal decomposition based on hybrid genetic global optimization algorithm // Optics Express. — 2017. — Aug. — Vol. 25, issue 17. — P. 19680. — ISSN 1094-4087. — DOI: 10.1364/oe.25.019680.
6. *Tian Z., Pei L., Wang J., [et al.]*. Physics-driven mode decomposition based on a training-free shallow neural network // Optical Fiber Technology. — 2023. — Vol. 76. — P. 103239.
7. *Paurisse M., Lévêque L., Hanna M., [et al.]*. Complete measurement of fiber modal content by wavefront analysis // Optics express. — 2012. — Vol. 20, no. 4. — P. 4074–4084.
8. *Pourbeyram H., Sidorenko P., Wu F. O., [et al.]*. Direct observations of thermalization to a Rayleigh–Jeans distribution in multimode optical fibres // Nature Physics. — 2022. — Vol. 18, no. 6. — P. 685–690.
9. *Nicholson J. W., Yablon A. D., Fini J. M., [et al.]*. Measuring the modal content of large-mode-area fibers // IEEE journal of selected topics in quantum electronics. — 2009. — Vol. 15, no. 1. — P. 61–70.