

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ЭЛЕКТРОМЕТРИИ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Гервазиев Михаил Дмитриевич

**Исследование нелинейной пространственно-временной эволюции
излучения в многомодовых волокнах с градиентным профилем
показателя преломления методом модовой декомпозиции**

Специальность 1.3.6

«Оптика»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук
Харенко Денис Сергеевич

Новосибирск, 2023

Оглавление

Список сокращений и условных обозначений	4
Введение	6
Глава 1. Основные понятия и обзор литературы	11
1.1. Нелинейные эффекты в многомодовых волокнах	11
1.2. Эффект вынужденного комбинационного рассеяния в волоконных лазерах	12
1.3. Эффект керровской самоочистки	15
1.4. Статистическая теория сильнонелинейных многомодовых систем	18
1.5. Обзор методов анализа ММ излучения	20
Глава 2. Метод модовой декомпозиции на основе корреляционного фильтра	27
2.1. Математическая постановка задачи	27
2.2. Формирование фазового корреляционного фильтра	29
2.3. Проверка корректности (рекомпозиция)	32
2.4. Сравнение исходного и восстановленного пучков	33
2.5. Переход от базиса LG к ОАМ	34
2.6. Пространственный модулятор света и его калибровка	36
Глава 3. Эксперимент	41
3.1. Адаптация метода корреляционного фильтра под условия эксперимента	41
3.2. Исследование эффекта керровской самоочистки	49
3.3. Анализ пучков, обладающих ненулевым орбитальным угловым моментом	59
3.4. Фиксация фаз при эффекте KBSC	69

3.5. Исследование модового состава излучения многомодового ВКР-лазера	76
Заключение	86
Список литературы	89

Список сокращений и условных обозначений

- MM — многомодовый (световод)
- GRIN — graded-index, градиентный профиль показателя преломления
- ВКР — вынужденное комбинационное рассеяние
- МД — модовая декомпозиция
- SLM — spatial light modulator, пространственный модулятор света
- LD — laser diode, лазерный диод
- CW — continuous wave, непрерывное излучение
- BE — brightness enhancement, увеличение яркости
- FBG — fiber Bragg grating, волоконная брэгговская решетка
- KBSC — Kerr beam self-cleaning, керровская самоочистка пучка
- FWM — four-wave mixing, четырехволновое смешение
- НОМ — higher-order modes, моды высшего порядка
- СС — coupling conditions, условия заведения
- RJ — Rayleigh-Jeans (distribution), Рэля-Джинса (распределение)
- ОАМ — orbital angular momentum, орбитальный угловой момент
- M^2 — параметра качества пучка "м-квадрат"
- GA — genetic algorithm, генетический алгоритм
- SPGD — stochastic parallel gradient descent, (алгоритм) стохастического параллельного градиентного спуска

- PDL — physics-driven deep learning, машинное обучение на основе физической модели
- CNN — convolutional neural network, сверточная нейронная сеть
- BPM — beam propagation mechanics, механика распространения пучка (в волокне)
- LSI — lateral shearing interferometer, интерферометр бокового сдвига
- SHS — Shack-Hartmann sensor, датчик Шака-Гартмана
- TERMITES — total E-field reconstruction using a Michelson interferometer temporal scan, полная реконструкция поля с помощью временного сканирования интерферометром Майкельсона
- LMA — large mode area (fiber), волокно с увеличенным диаметром моды
- CFM — correlation filter method, метод корреляционного фильтра
- LG — Laguerre-Gaussian (modes), Гаусс-Лаггеровские (моды)
- PQN — principal quantum number, главное квантовое число
- LCOS — liquid crystal on silicon, жидкие кристаллы на кремнии
- PBS — polarization beam splitter, поляризационный делитель пучка
- BPF — bandpass filter, полосовой фильтр
- RMSE — root-mean-square error, среднеквадратичная ошибка

Введение

Общая характеристика работы. Работа посвящена анализу модового состава излучения, распространяющегося в многомодовом (ММ) оптическом волокне с градиентным профилем показателя преломления (graded-index, GRIN) при различных параметрах на входе (пиковая мощность, длительность импульсов, условия заведения в волокно и пр.). Также проведены работы по анализу излучения лазера на основе вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) сконструированного из GRIN ММ волокна.

Актуальность работы. ММ оптические волокна сейчас буквально переживают второе рождение. Повышенный интерес обусловлен с одной стороны, развитием источников и средств анализа лазерного излучения, а с другой стороны — существенным увеличением уровня мощности передаваемого сигнала, при котором стандартные одномодовые волокна уже становятся неприменимыми. Наличие дополнительной, пространственной степени свободы не только открывает новые возможности для управления групповыми скоростями, получения синхронизма при параметрических преобразованиях и достижению состояния синхронизации мод (как продольных, так и поперечных), но и приводит к множеству новых фундаментальных эффектов, например керровской самоочистке пучка, ВКР-очистке пучка и эффекту модового солитонного самопреобразования. Вкупе с современными трендами в телекоммуникациях на использование ММ волокон исследования в этой области являются крайне актуальными и востребованными.

Цели и Задачи. Целью данной работы является исследование пространственно-временной эволюции излучения при распространении в GRIN ММ волокне в нелинейном режиме. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующий ряд задач:

- Изучить теоретические основы и математический аппарат метода модовой декомпозиции (МД), а также усовершенствовать данный метод, сделав его применимым для излучения с большим количеством мод.
- Разработать экспериментальную установку для проведения процедуры МД излучения на выходе из ММ волокна.
- Экспериментально пронаблюдать эффекты керровской и ВКР-чистки излучения, распространяющегося в GRIN ММ волокне.
- Провести эксперименты по МД излучения, сформированного под действием нелинейных эффектов (керровская самоочистка пучка, ВКР-чистка пучка и пр.).

Новизна данной работы состоит в проведении количественного анализа модового состава пучка, подверженного воздействию нелинейных эффектов, приводящих к его чистке, методом модовой декомпозиции (МД). В частности выявлены изменения в модовом составе пучков, претерпевших керровскую и ВКР чистки. Подобное стало возможным благодаря проведенному усовершенствованию метода МД. В ходе исследования удалось получить информацию о рекордном числе мод (до 700), при том что в существующих работах на эту тему сообщается лишь об анализе маломодового излучения (~ 10 мод). Результаты исследования косвенно подтверждают достоверность новой термодинамической теории для многомодовых нелинейных оптических систем и позволяют говорить о её применимости на практике.

Теоретическая и практическая значимость. В результате данной работы верифицированы теоретические модели таких нелинейных эффектов, как керровская самоочистка и ВКР-чистка пучка, а также выработано единообразное физическое описание распространения излучения в ММ волокнах, что открывает путь к созданию различных устройств на их основе. Также особый

интерес представляет и сам метод, позволяющий проанализировать излучение, состоящее из большого количества мод, который до сих пор применялся лишь к маломодовым волокнам со ступенчатым профилем показателя преломления.

Личный вклад автора. В ходе работы автором лично была проведена сборка экспериментальной установки и исследование метода МД. Он принимал непосредственное участие в постановке задачи, анализе экспериментальных данных. Также автором проведено численное моделирование метода, выявлены факторы влияющие на корректность его работы. Все экспериментальные результаты по МД излучения, распространяющегося в GRIN MM волокне, получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием современного специализированного оборудования. Проведены исследования математического аппарата метода МД, разработаны специальные калибровочные процедуры и численная модель, позволившая проверить влияние различных факторов на точность работы метода. Восстановленные с помощью метода МД спекл-пучки и пучки, претерпевшие действие нелинейных эффектов, имеют высокую степень схожести с измеренными в эксперименте, что говорит о достоверности полученных распределений. Также результаты неоднократно докладывались на всероссийских и международных конференциях и публиковались в ведущих рецензируемых научных изданиях.

Апробация работы. Результаты работы легли в основу 6-ти публикаций в рецензируемых отечественных и международных изданиях, а также представлены на 6-ти конференциях:

- 10-й Международный семинар по волоконным лазерам 2022, 2022, Академгородок, Новосибирск, Россия

- 30th Annual International Laser Physics Workshop 2022 (LPHYS'22), 2022, онлайн
- 20th International Conference Laser Optics 2022 (ICLO 2022), 2022, Санкт-Петербург, Россия
- Всероссийская конференция по волоконной оптике (ВКВО-2021), 2021, Пермь, Россия
- 2021 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC), 2021, онлайн
- 9-й Международный семинар по волоконным лазерам 2020, 2020, Академгородок, Новосибирск, Россия, онлайн

Основные положения, выносимые на защиту:

- Метод модовой декомпозиции на основе корреляционного фильтра впервые успешно применен для анализа многомодового излучения, содержащего от 70 до 700 мод и распространяющегося в оптическом волокне с градиентным профилем показателя преломления в линейном и нелинейном режимах.
- Эффект керровской самоочистки, наблюдаемый при распространении в градиентном световоде импульсов длительностью от 100 фс до 0,5 нс, сопровождается сохранением полного продольного импульса излучения, нулевого полного орбитального момента и установлением равновесного распределения модового состава излучения.
- При распространении пучка с ненулевым орбитальным моментом экспериментально продемонстрировано, что при повышении мощности происходит установление равновесного распределения мод, соответствующего

обобщенной формуле Рэлея-Джинса и выполняется закон сохранения орбитального момента.

- Генерация стоксова пучка в многомодовом ВКР-лазере на основе градиентного световода сопровождается установлением особого распределения мод, хорошо описываемого экспоненциальной функцией, что обусловлено доминированием случайной межмодовой связи над нелинейностью.

Объем и структура работы. Работа состоит из введения, обзора литературы, описания методов, основной части, где представлена вся экспериментальная работа, и заключения. Объем диссертации составляет 101 страницу, включая 41 рисунок. Во введении представлена актуальность и новизна работы, сформулированы цели и задачи. В первой главе дан обзор текущего состояния исследований в области нелинейных эффектов в ММ волокне. Глава 2 посвящена описанию экспериментальных методов и техник, используемых в работе. Экспериментальная глава состоит из пяти разделов. В этой главе описаны результаты работы, полученные соискателем за период с 2018 по 2023 год в лаборатории нелинейной оптики волноводных систем Новосибирского государственного университета и в лаборатории волоконной оптики Института Автоматики и Электрометрии СО РАН. Рассмотрен метод МД на основе фазовой модуляции с помощью пространственного модулятора света (spatial light modulator, SLM). Далее метод применяется для анализа пучков, распространяющихся в GRIN ММ волокне в нелинейном режиме, в т.ч. имеющих ненулевой угловой момент. Также исследуется излучение волоконного ВКР-лазера на основе GRIN ММ волокна. В заключении сформулированы результаты работы, а также даны потенциальные пути дальнейшего развития исследования. Библиографический перечень включает в себя 123 наименования.

Глава 1

Основные понятия и обзор литературы

В данной главе дан обзор последних достижений в области исследования нелинейных эффектов в ММ волокнах, а также обзор разрабатываемых или уже разработанных подходов к анализу излучения в ММ волокнах.

1.1. Нелинейные эффекты в многомодовых волокнах

За последние 30 лет технологии и средства связи на основе оптического волокна пережили колоссальный рост, вызванный неуклонным увеличением потребности в пропускной способности. По этой причине с начала 90-х годов прошлого века огромные усилия были направлены на повышение пропускной способности волоконно-оптических линий связи. Каналы с высокой скоростью передачи данных постепенно упаковывались в одиночные передающие волокна, используя системы и компоненты, основанные на различных схемах мультиплексирования. Тем не менее, фундаментальный предел спектральной эффективности одномодовых линий передачи устанавливается известным соотношением Шеннона [1, 2], которое приводит к верхнему предельному значению около 10 бит/с/Гц, что было подтверждено экспериментальной демонстрацией с использованием одномодового волокна [3]. Однако цифровая революция, свидетелями которой мы являемся, требует нового поворотного момента в технологии связи. Этот факт побудил исследователей отказаться от парадигмы одномодовой передачи и преодолеть предел Шеннона, рассматривая "пространство" как дополнительное измерение для увеличения пропускной способности волокна. Использование многомодового (ММ) волокна для распараллеливания оптической передачи представляет собой уникальную возможность преодолеть так называемый "кризис емкости". Однако это сопряжено с беспрецедентными техническими проблемами, связанными с необходимостью точной обработки и

манипулирования различными поперечными модами и линейными и нелинейными взаимодействиями между ними, а также преодолением главного недостатка ММ волокон - низкое качество излучения на выходе, происходящего из-за большого числа задействованных мод и их неконтролируемого взаимодействия [4].

Кроме того, распространение множества мод в одном и том же волокне вызывает множество новых эффектов, возможные применения которых выйдут за рамки обработки сигналов и связи [5]. Действительно, различные моды в волокне несут определенную энергию с собственным пространственным распределением и демонстрируют константы распространения с особой зависимостью хроматической дисперсии, которая может быть точно настроена путем правильного проектирования сечения волокна. С одной стороны, возможность управления многомодовым распространением может быть использована на коротких расстояниях для передачи изображений высокого разрешения [6, 7] или открыть путь к новым возможностям оптического манипулирования множеством частиц с помощью пространственно управляемых и реконфигурируемых форм пучка [8, 9]. С другой стороны, взаимодействие между различными модами добавляет несколько степеней свободы при проектировании нелинейных элементов, что позволит реализовать эффективные процессы лазерной генерации, поддерживающие гораздо большие мощности, по сравнению с одномодовым волокном. Данный факт представляет собой мощное решение для реализации, например, оптических источников в среднем ИК диапазоне на основе параметрических взаимодействий, сверхширокополосного суперконтинуума или эффекта ВКР.

1.2. Эффект вынужденного комбинационного рассеяния в волоконных лазерах

Эффект ВКР традиционно используется в одномодовых лазерных системах с целью значительного расширения спектрального диапазона генерации излучения [10–15]. ВКР-лазеры позволяют получить эффективную генерацию

с широким диапазоном длин волн, включая области видимого и ближнего ИК спектра, где не существует коммерчески доступных активных волокон. Одна из первых работ по исследованию эффекта ВКР в одномодовом волокне датирована 1971 годом [16]. На рубеже веков ВКР стал объектом исследований уже в ММ волокне, и практически сразу был обнаружен любопытный эффект пространственной "чистки" пучка, причем как в однопроходной схеме [17, 18], так и в лазерной конфигурации [19]. Уже тогда был предложен подход для описания эффекта, основанный на центральной предельной теореме и теории линейных систем [20]. Интерес возобновился десятилетием позже в связи с обновленной конфигурацией ММ волоконных ВКР-лазеров: в качестве накачки теперь используется мощное излучение ММ лазерного диода (laser diode, LD), к которому приваривается GRIN ММ волокно. В этом волокне, образующем резонатор лазера, в результате генерируется стоксов пучок с лучшими, по сравнению с излучением накачки, пространственными и спектральными характеристиками [21, 22]. Этот метод позволил не только реализовать чрезвычайно простую схему и получить высокую эффективность оптико-оптического преобразования [23], но и значительно улучшить качество и яркость пучка [13, 14, 24]. В частности, было показано, что ВКР-лазеры с LD-накачкой на основе GRIN-волокон позволяют эффективно преобразовывать высококомнодомовые ($M^2 \sim 30$) пучки непрерывного излучения (continuous wave, CW) накачки в высококачественные стоксовы пучки с $M^2 \sim 2$ и мощностью до 50 Вт [25]. В результате было продемонстрировано рекордное увеличение яркости генерируемого излучения по отношению к излучению накачки (brightness enhancement, $BE \sim 73$) на длине волны стоксового сдвига в 976 нм в GRIN ММ волокне, накачиваемом высококомнодомовым излучением LD на длине волны ~ 940 нм [26].

Однако, несмотря на почти гауссову форму генерируемого стоксова пучка, его параметр качества M^2 указывает на наличие заметного вклада мод высокого порядка. Кроме того, анализ профиля остаточного пучка накачки показал существование сложной динамики мод в усиливающем волокне. Первые по-

пытка анализа поперечного профиля остаточной волны накачки показали, что первоначальная параболическая форма пучка начинает искажаться при генерации стоксовой волны: в центральной области образуется провал [26, 27]. Этот эффект получил качественное объяснение в рамках аналитической балансной модели, в которой учитывается локальное взаимодействие стоксовой волны и излучения накачки [26]. Оно состоит в том, что поскольку стоксово излучение имеет поперечный размер пучка, значительно меньший, чем у пучка накачки (из-за малого поперечного размера выходной волоконной брэгговской решетки (fiber Bragg grating, FBG), образующей резонатор), эффективное преобразование ВКР приводит к "прожиганию дыры" в центральной области пучка накачки. Однако балансная модель количественно не объясняет экспериментально наблюдаемое значительное увеличение интенсивности (по сравнению с интенсивностью пучка накачки) стоксова пучка. Более полный анализ, основанный на численной модели связанных мод [27], показал, что пространственная фильтрация FBG, случайная связь мод и керровская нелинейность играют значительную роль в формировании выходного преобразованного пучка, в то время как истощенное излучение накачки лишь слабо чувствительно к этим эффектам. Это приводит к наблюдаемому увеличению яркости при преобразовании излучения накачки в сигнальное в терминах интегральных профилей пучка, однако детальный анализ модового состава остаточного излучения накачки и генерируемых стоксовых пучков не проводился. Такое исследование позволило бы пролить свет на роль эффектов линейного и нелинейного межмодовых взаимодействий на возникновение эффекта.

Лазеры, использующие эффект ВКР-чистки при генерации являются перспективными источниками излучения и могут быть использованы в качестве накачки для твердотельных и волоконных лазеров, а также усилителей на основе волокон, легированных редкоземельными элементами. Выходная мощность, полученная в экспериментальных работах, является достаточной для данных целей, и может быть значительно повышена. Качество же пучка позволяет рас-

считывать на использование данного явления в биомедицинских приложениях, таких как конфокальная микроскопия и проточная цитометрия. Полученные характеристики в купе с возможностями применения порождают повышенный интерес к ММ конфигурациям источников лазерного излучения.

1.3. Эффект керровской самоочистки

Помимо ВКР-чистки стоит обратить внимание на несколько новых нелинейных оптических эффектов [28–31]. Например, примечательным является факт демонстрации того, что эффект Керра может быть использован для обеспечения колоколообразной формы профиля пучка на выходе из GRIN ММ волокон, что позволяет значительно улучшить качество и яркость излучения [32]. Этот эффект был назван керровской самоочисткой пучка (Kerr beam self-cleaning, KBSC) [33], что не имеет ничего общего с самофокусировкой (также называемой самоочисткой в некоторой литературе), которая происходит при мощностях на несколько порядков выше. KBSC была продемонстрирована в нескольких конфигурациях, как при нормальной дисперсии [32–43] так и при аномальной [44–46], с длительностью входного импульса от наносекунд до сотен фемтосекунд. В части работ указывалось на то, что ширина центрального колоколообразного пучка близка к размеру фундаментальной моды GRIN ММ волокна. Поэтому KBSC была интерпретирована как проявление самоорганизованной неустойчивости [37], которая является универсальным явлением, приводящим к спонтанному образованию устойчивых структур в природе [47–49]. Поскольку динамика поперечного пучка развивается в двумерном пространстве, модовая неустойчивость приводит к вызванной нелинейностью реорганизации модового распределения, аналогичной двумерной турбулентности в гидродинамике [42]. В результате происходит необратимый поток энергии в фундаментальную моду GRIN ММ волокна, или конденсация, сопровождаемая перетеканием энергии в моды более высокого порядка [50], так что среднее число мод оста-

ется постоянным. Эффект экспериментально продемонстрирован в [42]. Таким образом, KBSC в ММ волокне физически аналогична конденсации Бозе-Эйнштейна [50, 51]. Следует также отметить, что пороговая мощность для KBSC на порядки ниже, чем необходимая мощность для проявления эффекта самофокусировки или образования пространственных солитонов.

Хотя KBSC является пространственным эффектом формирования пучка, для понимания ее механизма важно рассмотреть сопутствующее преобразование импульса, которое происходит в частотной и временной областях. Очистка пучка, наблюдаемая на выходе GRIN ММ волокна при увеличении входной мощности субнаносекундных импульсов, не сопровождается значительным уширением оптического спектра [52], поскольку эффект фазовой самомодуляции (или фазовой кросс-модуляции, в случае присутствия нескольких пучков) проявляется только для уровней мощности, которые значительно превышают порог очистки пучка. Это наблюдение исключает возможность того, что KBSC пучка (которая усредняется по времени инфракрасной камерой) происходит из-за некогерентной комбинации нескольких спектральных компонент выходного импульса. С другой стороны, при измерении пучков на выходе из волокна можно получить различные формы огибающей при изменении положения точечного детектора в поперечной плоскости выхода [41]. Из этого можно сделать вывод, что центральный колоколообразный пучок генерируется в основном в верхней части импульсов высокой мощности, в то время как крылья импульсов несут ММ фон.

Наблюдение и объяснение KBSC для сверхкоротких импульсов важно в контексте их дальнейшего применения в различных технологиях, таких как нелинейная микроскопия на основе многофотонной визуализации и синхронизация мод в волоконных ММ лазерах. При работе в режиме нормальной дисперсии импульс значительно уширяется (пиковая мощность при этом снижается) из-за модовой и хроматической дисперсии [35]. В режиме аномальной дисперсии можно использовать генерацию ММ солитонов, при этом модовая дисперсия

и модовое запаздывание компенсируются эффектом Керра. Действительно, совсем недавно был представлен эксперимент по самоочистке пучков фемтосекундных ММ солитонов, распространяющихся на километровые расстояния [46]. В этом случае солитоны подвержены частотному само-сдвигу, вызванному эффектом ВКР. Это явление в очередной раз демонстрирует как широко поле для исследований совместного действия эффектов ВКР и Керра при самоорганизации пучка с преобладающим вкладом фундаментальной моды волокна.

KBSC также наблюдается в сочетании с усилением в ММ волокнах, легированных редкоземельными элементами (например, иттербием), которые являются ключевым компонентом как усилительных, так и лазерных систем на основе ММ волокон [38]. Однако линейное усиление приводит к резкому ускорению очистки луча, что не может быть объяснено просто увеличением средней мощности. Поэтому механизм пространственной KBSC в активных волокнах остается малоизученным. Сочетание профиля GRIN с соответствующим образом спроектированным поперечным профилем пучка может привести к разработке волоконных ММ генераторов, формирующих требуемые поперечные мод.

Другой подход к использованию керровской нелинейности при генерации нелинейных структурированных световых пучков на выходе из ММ волокна предполагает использование адаптивного формирования (профилирования) волнового фронта [53]. Хотя эта технология была хорошо разработана для управления распространением пучка в случайных средах, ее применение до сих пор ограничивалось режимом линейного распространения излучения. В сочетании с новым эффектом профилирования пучка, связанным с KBSC, профилирование волнового фронта с помощью электрооптической обратной связи и методов машинного обучения может привести к стабильной (по отношению к внешним факторам) и устойчивой генерации пучков, состоящих исключительно из мод более высокого порядка, которые могут найти применение в волоконных лазерах.

Среди основных фотонных технологий, где KBSC может обеспечить про-

рывной прогресс, можно также назвать когерентное объединение пучков [43], полностью оптическое переключение пучков [54], генерацию сверхкоротких импульсов на основе распределенной синхронизации мод [55] и нелинейную визуализацию высокого разрешения в микроскопии и эндоскопии [6]. Однако, для полного раскрытия потенциала использования нелинейных ММ волокон для управления пространственно-временными свойствами световых пучков необходимо разработать подходящие методы характеристики входного и выходного модового содержимого.

1.4. Статистическая теория сильнонелинейных многомодовых систем

На текущий момент считается, что KBSC основана на нелинейном взаимодействии между несколькими модами GRIN ММ волокна посредством четырехволнового смешения (four-wave mixing, FWM), что приводит к перераспределению энергии между ними в пучке. Более того, устойчивость эффекта KBSC указывает на то, что в результате распространения пучка в ММ волокне устанавливается некое равновесное распределение. Это привело к попытке описания KBSC в рамках термодинамического подхода. Возникающая без дополнительных внешних воздействий колоколообразность пучка предполагает, что достигается преобладающий вклад фундаментальной моды. Однако, экспериментально определенные размеры «очищенных» пучков, как правило, оказывались больше, чем размер фундаментальной моды ММ волокна [30]. Кроме того, вокруг выходного колоколообразного пучка обычно образуется широкий маломощный фон. Это указывает на то, что моды высшего порядка (high-order modes, HOM) также вносят свой вклад в формирование выходного пучка. В этом контексте было отмечено, что KBSC можно рассматривать как явление термализации, где температура (T) фиксируется условиями заведения (coupling conditions, CC) лазерного пучка в волокно [51, 56], и описывать методами статистической физики.

Статистическая физика традиционно и успешно использовалась для описания усредненных свойств большого ансамбля частиц, взаимодействие которых регулируется классической механикой. Этот подход лежит в основе термодинамики, законы которой определяют макроскопические свойства материи, эволюционирующие в низкоразмерном или редуцированном фазовом пространстве. Впоследствии термодинамический подход был расширен для описания статистической эволюции большого числа классических электромагнитных волн, аналогично бозонным системам, таким как сверхпроводники и сверхтекучие жидкости [57–61]. Эффекты термализации были исследованы в различных фотонных платформах, от неупорядоченных решеток до плазмонных систем [62–64].

ММ оптические волокна являются отличным примером для изучения явлений классической волновой конденсации. Действительно, бозе-эйнштейновская конденсация мод волокна была продемонстрирована в GRIN ММ волокнах [65], и она может быть теоретически описана моделью, основанной на подходе слабой волновой турбулентности [50]. Тогда как недавно была представлена общая модель термализации света в многомодовых системах, показывающая, что при достижении системой равновесного состояния среднее число фотонов в каждой моде волокна подчиняется статистике Рэля-Джинса (Rayleigh-Jeans, RJ) [51]. Из-за роли мод высокого порядка в возникновении теплового равновесия в ММ волокнах, термализация многомодового поля является более общей ситуацией, чем конденсация.

В качестве термодинамического явления, KBSC можно рассматривать как тенденцию оптического пучка испытывать необратимую эволюцию к состоянию теплового равновесия, которое устанавливается законами сохранения. В частности, общее число фотонов, общая энергия и общий импульс движения должны сохраняться одновременно [65]. На самом деле при распространении света в волноводных системах сохраняется ещё одна величина: его полный орбитальный угловой момент (orbital angular momentum, OAM). Впервые OAM был введен в работе [66], и после интерес к пучкам, переносящим угловой момент, резко

возрос благодаря их широкому потенциалу для применения в телекоммуникациях [67], квантовой оптике [68], голографии [69], астрономии [70] и оптических пинцетах [71, 72]. На момент начала данной работы KBSC наблюдалась только с пучками, не обладающими ОАМ.

С точки зрения численного моделирования проблем в подтверждении справедливости данной теории нет [51], сложность возникает с экспериментальной верификацией. Технически сложно определить парциальный вклад большого количества мод в излучение, распространяющееся в GRIN MM волокне. Однако, данная работа, помимо всего прочего, экспериментально демонстрирует применимость статистической теории для описания распространения излучения в GRIN MM волокне в нелинейном режиме. Ключевым методом в этом выступает модовая декомпозиция (МД).

1.5. Обзор методов анализа MM излучения

Экспериментальные подтверждения применимости статистической теории, равно как и более детальные исследования эффектов KBSC и ВКР-чистки, требуют разработки соответствующих методов характеристики модового состава излучения. Стандартным способом определения качества пучка является измерение параметра M^2 (м-квадрат). То есть фактически определяется степень отклонения расходимости пучка от гауссового. Однако этот параметр является интегральным и не отражает процессов нелинейного перераспределения энергии при распространении излучения по волокну. Гораздо более перспективным методом представляется МД – разложение излучения на его составляющие части, то есть моды. Результатом МД является набор амплитуд и относительных фаз мод, представленных в соответствующем базисе. Существующие методы МД основаны на генетических алгоритмах и алгоритмах машинного обучения [73, 74], полной характеристики волнового фронта с помощью интерферометра бокового сдвига вместе с проекцией измеренного поля на моды [75, 76], или

фазовой модуляции и оптических корреляционных фильтрах [77].

Проведем более детальный обзор методов. Наиболее простым с экспериментальной точки зрения, является МД посредством алгоритмов обработки профилей ближнего и дальнего поля пучков. Экспериментальная установка в таком случае состоит только из источника анализируемого излучения, линзы для перехода из ближней зоны в дальнюю и камеры (профилометра), регистрирующей изображение профиля пучка. Измерение дальнего поля необходимо, так как МД на основе ближнего поля является неоднозначным: несмотря на полную схожесть исходного и восстановленного пучков, распределение дальнего поля может отличаться, что является сигналом к тому, что либо восстановленное поле является сопряженным по отношению к исходному, либо амплитуды мод неверны. Например в работе [73] для анализа модового состава излучения на выходе из маломодового волокна (6 мод) со ступенчатым профилем показателя преломления используется гибридный алгоритм, объединяющий преимущества классических генетических алгоритмов (genetic algorithms, GA) и алгоритма стохастического параллельного градиентного спуска (stochastic parallel gradient descent, SPGD). Такой подход призван нивелировать проблему стагнации GA в локальном минимуме. Сперва производится грубый подбор амплитуд и межмодовых фаз посредством GA, далее результаты актуализируются с помощью SPGD. Данный метод в симуляции демонстрирует неплохие результаты, обеспечивая низкую величину расхождения значений исходных и восстановленных амплитуд и фаз. Однако моделирование произведено для малого количества мод (6) и низкого разрешения изображения профиля пучка (256x256 точек), в то время как стандартное GRIN MM волокно поддерживает несколько сотен мод, а современные камеры работают с разрешением до 2048x2048 точек. Процесс моделирования занял 150 секунд (2 минуты 30 секунд). При увеличении количества мод и разрешения изображения, процесс скорее всего займет непозволительно большое количество времени, при этом существует вероятность, что из-за роста ошибки восстановления результат окажется неудовлетворительным.

Отдельно стоит упомянуть про метод МД, основанный на глубоком обучении на основе физической модели (physics-driven deep learning, PDL) [78]. В ранних работах по МД инструментами глубокого обучения, сверточные нейронные сети (convolutional neural network, CNN) обучались на большом наборе изображений пучков с известным модовым составом с помощью т.н. механики распространения пучка в волокне (beam propagation mechanics, BPM). Набор такой статистики требовал значительных затрат по времени и вычислительным мощностям [79], однако на обученной модели скорость распознавания достигала десятков секунд на полный анализ. В результате метод даёт высокую степень соответствия восстановленных амплитуд и межмодовых фаз с исходными. Однако, во-первых, в самой работе никак не раскрыто, в чем состоит BPM. Во-вторых, исследования на данный момент проведены только для случая с 3 модами, а попытки воспроизвести результат для случая 6 мод демонстрируют резкое снижение качества анализа и возрастающий риск получения ошибочного модового распределения. Поэтому данный метод неприменим для анализа сильномногомодовых пучков.

Существует также метод, основанный на экспериментальном анализе профиля волнового фронта [80]. Суть метода заключается в использовании интерферометра бокового сдвига (lateral shearing interferometer, LSI) [81]. Процесс измерения состоит из двух этапов. На первом этапе с помощью специального прибора, анализатора волнового фронта, записывается профиль опорного пучка, в идеальном случае представляющего из себя фундаментальную моду для анализируемого волокна. После чего опорный пучок освещается исследуемым пучком и в результате анализа получившейся интерференционной картины получают распределение поля пучка. На втором этапе рассчитываются скалярные произведения поля и предварительно рассчитанных мод, поддерживаемых данным волокном. Результатом данных расчетов являются амплитуды и фазы мод, вносящих вклад в пучок. Однако, в приведенной работе эксперименты проведены для маломодового волокна со ступенчатым профилем показателя преломле-

ния, в котором поддерживается распространение всего лишь 10 мод. И уже для 10 мод наблюдается некоторое несоответствие между измеренным и восстановленным пучком. Величина корреляции между пучками может опускаться до значения 90%. При этом не приведено даже теоретических исследований на тему того, как увеличение количества мод повлияет на точность восстановления пучка. Также использование данного метода сопряжено с трудностями калибровки, а именно подбором опорного пучка. Как уже было сказано, в качестве опорного пучка лучше всего выступает фундаментальная мод, а также допускается наличие некоторого вклада ($\sim 10\%$) мод низших порядков. В таком случае ошибка декомпозиции (в статье определяется, как усредненная попиксельная разность восстановленного и измеренного пучков в ближнем поле) составляет $\sim 10^{-4}\%$. Однако в случае волокон, поддерживающих большое количество мод, возбудить пучок настолько высокого качества представляется трудновыполнимой задачей, и авторы отмечают, что когда несколько мод в большой пропорции по сравнению с фундаментальной составляют опорный пучок, декомпозиция теряет свою достоверность.

Широко распространённым методом измерения волнового фронта является использование датчика Шака-Гартмана (Shack-Hartmann sensor, SHS) [82, 83]. Он состоит из массива линз с одинаковым фокусным расстоянием. Каждая из них фокусируется на фотонный датчик (обычно это ПЗС или КМОП камера). Если датчик расположен в геометрической фокальной плоскости линзы, и равномерно освещен, то интегральный градиент волнового фронта через линзу пропорционален смещению центра. Следовательно, любая фазовая aberrация может быть аппроксимирована набором дискретных наклонов. Путем дискретизации волнового фронта массивом линз можно измерить все эти локальные наклоны и восстановить весь волновой фронт. Поскольку измеряются только наклоны, система SHS не может обнаружить разрывы в волновом фронте. В работе [75] проводится сравнение данного метода с МД на основе цифровой голографии, анализ результатов наталкивает на вывод о ряде преимуществ по-

следнего. Одним из них является пространственное разрешение: в то время как разрешение SHS сильно ограничено количеством микролинз, разрешение волнового фронта, определяемого с помощью цифровой голографии, не имеет теоретического предела. Поскольку непосредственно измеряемые величины (модовые мощности и фазы) являются скалярными числами, разрешение с практической точки зрения определяется количеством пикселей на единицу длины, с помощью которых можно рассчитать поле мод. Вторым преимуществом является расширение области измерения волнового фронта. Что касается SHS, волновой фронт не может быть измерен в точках, где интенсивность мала или отсутствует, как, например, в фазовых сингулярностях, характерных для вихревых пучков. В отличие от этого, фаза пучка, определяемая с помощью МД, определена везде, т.е. также в областях с отсутствием интенсивности. Другая проблема связана с измеряемым наклоном волнового фронта. Предел наклона для датчика Шака-Гартмана дает случай, когда фокус одной микролинзы смещен в область оценки соседней линзы. Что касается реконструкции с помощью МД, то теоретического предела в отношении наклона волнового фронта не существует, например, фазовые скачки легко обнаруживаются.

Среди экспериментальных распространены также методы, базирующиеся на построении распределений различных измеряемых параметров в зависимости от пространственного положения в пучке. Метод, основанный на пространственно-временном распределении выходных пучков в литературе встречается под названием TERMITES, что является аббревиатурой для "total E-field reconstruction using a Michelson interferometer temporal scan" (полная реконструкция поля с помощью временного сканирования интерферометром) [76]. Метод предполагает определение трехмерного распределения поля с помощью самосогласованных измерений, когда опорная фундаментальная мода, выделенная диафрагмой, сбивается с основным пучком. Метод требует итерационного алгоритма, включая задачу обратного разложения. С его помощью может быть измерен вклад ~ 100 мод [84], однако метод требует трудоемкой пост-обработки

экспериментальных данных и высоких вычислительных мощностей.

Также существуют методы, использующие пространственно-спектральных (так называемых S^2) [85] распределения выходных пучков. Каждый из этих методов достаточно сложен и имеет свой диапазон применимости. В частности, использование метода S^2 было предложено как эффективный способ характеризовать пучки, переносимые волокнами с увеличенным диаметром моды (large mode area, LMA). Метод заключается в заведении в исследуемое волокно излучения широкополосного источника. Затем в различных точках выходного пучка измеряется оптический спектр для наблюдения пространственной зависимости межмодовой интерференции. Этот метод позволяет измерять мощность, содержащуюся в каждой моде, с очень большим динамическим диапазоном. Недавнее усовершенствование этого метода показало, что можно также получить относительную фазу между модами и пространственные фазовые профили каждой моды [86]. Однако он требует использования широкополосного источника и не может быть использован для характеристики модового состава пучка во время режима работы на конкретной длине волны. Также метод используется в предположении, что одна из мод является доминирующей по уровню мощности.

Особый интерес представляет МД с использованием SLM. Этот прибор открывает широчайшие возможности по управлению и структурированию излучения, например, в обзорной статье [87] авторы перечислили возможности применения SLM для создания фазовых масок для получения различных режимов генерации лазеров или полей с predetermined конфигурациями и даже для измерения параметра качества пучка M^2 в схеме без механической линии задержки [88]. МД же с помощью SLM реализуется следующим образом: используя свойство ортонормированности волоконных мод, разложение Якоби-Ангера и теоремы о преобразовании Фурье, можно сформировать такие фазовые маски, чтобы распределение интенсивности в дальней зоне после SLM содержало информацию об амплитуде мод исходного пучка или их относительных фазах (относительно некоторой моды, обычно фундаментальной)

[89]. На момент начала данного исследования существовавшие публикации по МД включали в себя анализ пучка на выходе лишь из маломодовых волокон, а границы его применимости не были изучены должным образом. Таким образом, модовый анализ сильномногомодового излучения на выходе из GRIN MM волокна является актуальной задачей в связи с обнаружением ряда нетривиальных нелинейных эффектов, решение которой не было продемонстрировано на момент начала работы.

Метод модовой декомпозиции на основе корреляционного фильтра

В данной главе подробно описан используемый далее метод корреляционного фильтра (correlation filter method, CFM), а именно: вывод математической формы фазовых масок, используемых в дальнейших экспериментах, процедура перевода экспериментальных данных из базиса мод Гаусс-Лагерра (Laguerre-Gaussian, LG) в ОАМ базис и пошаговый процесс калибровки SLM.

2.1. Математическая постановка задачи

Метод корреляционного фильтра был выбран в качестве основного средства для количественного анализа состава многомодового излучения на выходе GRIN MM волокна. В данном подразделе приведены основные уравнения и пошаговый вывод принципа МД.

В [77] авторы продемонстрировали метод МД, основанный на использовании фазового жидкокристаллического SLM. Этот метод основан на цифровой компьютерной голографии, как описано в [90]. Излучение на выходе GRIN MM волокна может быть представлено, как суперпозиция LG мод [91–93], являющихся собственными модами данного волокна. Формально это может быть представлено в виде:

$$U(\vec{\rho}) = \sum_{\text{even, odd } m, p=0}^{\infty} B_{mp} \cdot \psi_{mp}(\vec{\rho}), \quad (2.1)$$

где B_{mp} – это комплексная амплитуда мод с главным квантовым числом (principal quantum number, PQN) $n = 2p + |m|$, m и p – орбитальное и радиальное квантовые числа $U(\vec{\rho})$ соответственно. Для простоты четность не будет указываться

явно, в дальнейших теоретических рассуждениях и экспериментах нечетные моды обозначаются с помощью «-m». Базис в виде LG мод определяется следующим образом [91]:

$$\psi_{mp}(\vec{\rho}) = N_{mp} \rho^{|m|} L_p^{|m|}(\rho^2) e^{-\rho^2/2} \begin{cases} \cos(m\phi), & \text{для четных мод} \\ \sin(m\phi), & \text{для нечетных мод} \end{cases} \quad (2.2)$$

где $L_p^{|m|}$ это обобщенные полиномы Лагерра, $N_{mp} = (\int_{\mathbf{R}} |\psi_{mp}|^2)^{-1/2}$ — нормировочный коэффициент, $\vec{\rho} = \sqrt{2} \vec{r} / w_0$ — радиус-вектор, нормированный на размер фундаментальной моды. Коэффициенты B_{mp} нормируются следующим образом: $\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} |B_{mp}|^2 = 1$. Таким образом, каждый $|B_{mp}|^2$ представляет собой интенсивность соответствующей моды, а полная энергия поля U равна 1.

Основная задача МД — поиск комплексных амплитуд мод. Математически это можно выразить как простое скалярное произведение: $B_{mp} = \langle \psi_{mp} | U \rangle$. В физическом эксперименте такую операцию можно реализовать с помощью пространственного фильтра с функцией пропускания $T_{mp}(x, y)$ равной $\psi_{mp}^*(x, y)$, и фурье-линзы, выступающей в качестве интегратора [94]. В фурье-плоскости измеряется распределение интенсивности I_{mp} (дальнее поле), которое может быть выражено в виде:

$$\begin{aligned} I_{mp}(x', y') &= |B'_{mp}(x', y')|^2 = \\ &= \left| \iint_{-\infty}^{\infty} T_{mp}(x, y) U(\vec{\rho}(x, y)) e^{i(xx' + yy')} dx dy \right|^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Следовательно $B'_{mp}(x', y')|_{(0,0)} = B_{mp}$. То есть амплитуда поля в центре плоскости Фурье дает точное искомое значение амплитуды моды. Такая техника возможна при использовании пространственного фильтра, который позволяет одновременно кодировать информацию об амплитуде и фазе функции пропускания $T_{mp}(x, y)$, как подробно описано в [95]. В приведенной работе МД вы-

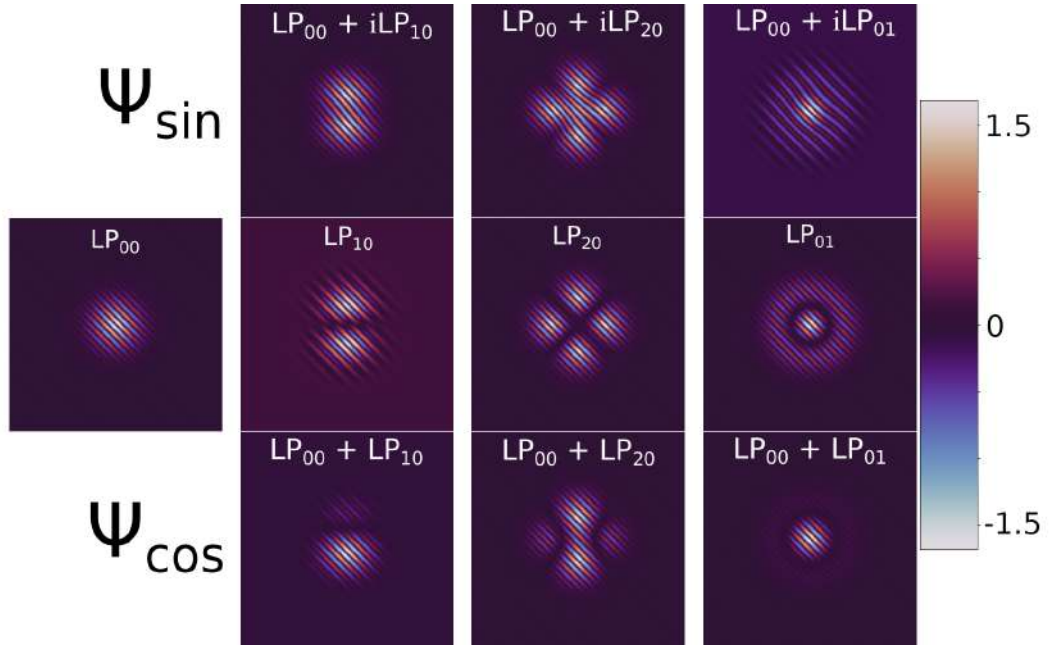


Рис. 2.1. LG моды на центральных рисунках; суперпозиция LG_{00} моды с другими модами на верхних рисунках; суперпозиция LG_{00} моды с другими модами с фазовым сдвигом $\pi/2$ на нижних рисунках.

полнялась полностью оптически с использованием дифракционного элемента анализа мод. Функция пропускания такого элемента пропорциональна комплексно-сопряженной функции моды ψ_{mp}^* , и может включать множество структур, каждая со своим частотным сдвигом для того чтобы собрать в единое изображение информацию о наборе мод.

2.2. Формирование фазового корреляционного фильтра

Жидкокристаллические SLM являются удобным инструментом для управления волновым фронтом и структурирования лазерного излучения. Несмотря на то, что SLM становятся широко доступными для исследовательских и промышленных целей, они могут эффективно управлять только фазой пучка. В частности, SLM позволяет накладывать фазовую маску $H(x, y)$ на падающий пучок:

$$U_{\text{refl}} = U_{\text{inc}} e^{iH(x,y)}. \quad (2.4)$$

где U_{inc} и U_{refl} - падающее и отраженное поля соответственно, а $H(x, y)$ — фазовая маска, закодированная на дисплее SLM. В [90] было показано что проблему кодирования амплитуд можно решить, используя следующее свойство комплексной экспоненты (разложение Якоби – Ангера):

$$e^{iz \sin(\phi)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(z) e^{ik\phi} \quad (2.5)$$

Так как информация, предоставляемая ϕ содержится в функциях Бесселя высокого порядка, максимум которых убывает с их порядком, можно сохранить только вклад функции Бесселя первого порядка J_1 .

Предположим, что искомая функция пропускания имеет вид:

$$T_{mp} = \psi_{mp}^*/A_{mp} = a(x, y) e^{i\Phi(x, y)}, \quad (2.6)$$

где коэффициент A_{mp} выбирается исходя из максимума для J_1 следующим образом: $\max\{|T_{mp}|\} = \max\{|\psi_{mp}|\}/A_{mp} = \max\{J_1\} \simeq 0.58$ [89], таким образом каждая мода нормирована на величину первого максимума J_1 , а величины из (2.6) имеют следующие значения:

$$A_{mp} = \max\{|\psi_{mp}|\}/0.58, a \in [0, 0.58], \Phi \in [-\pi, \pi]. \quad (2.7)$$

В этом случае, чтобы применить функцию пропускания из уравнения(2.6) с помощью SLM, необходимо задать фазовую маску $H(x, y)$ из (2.4) в виде:

$$H(x, y) = z \sin(\phi) = f(a(x, y)) \sin(\Phi'(x, y)), \quad (2.8)$$

при наличии условия

$$f(a) = J_1^{-1}(a), \text{ и } \Phi' = \Phi + 2\pi q \cdot (x - y) \quad (2.9)$$

где пространственная частота q введена для наложения сдвига различных порядков дифракции в пространственно-частотной плоскости. Отметим, что фак-

тически фазовая маска $H(x, y)$ из (2.8) представляет из себя синусоидальную дифракционную решетку. Подводя итог, путем подстановки уравнений (2.8) и (2.9) в (2.4), и учитывая (2.5), получаем:

$$U_{\text{ref}}(x, y) = U_{\text{inc}}(x, y) \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k[J_1^{-1}[a(x, y)]] e^{ik\Phi(x, y)} \quad (2.10)$$

При переходе в плоскость пространственных частот, что математически соответствует двумерному преобразованию фурье, а в эксперименте – рассмотрению поля в фокальной плоскости фурье-линзы (дальняя зона), поле раскладывается на набор эквидистантных максимумов (функции Бесселя соответствующего порядка). Поле в дальней зоне выражается следующим образом:

$$U_{\text{ff}}(x', y') = \iint_{-\infty}^{\infty} a(x, y) U_{\text{inc}}(x, y) e^{i\Phi(x, y)} e^{i2\pi q \cdot (x-y)} e^{ixx' + iyy'} dx dy + \\ + \iint_{-\infty}^{\infty} \sum_{k \neq 1} J_k[J_1^{-1}[a(x, y)]] e^{i\Phi(x, y)} e^{ik2\pi q \cdot (x-y)} U_{\text{inc}}(x, y) e^{ixx' + iyy'} dx dy \quad (2.11)$$

Из последнего выражения становится очевидным, что выбор фазовой маски (2.8) с условием (2.9) позволяет отбросить все слагаемые ряда, кроме первого, так как именно в первом слагаемом содержится требуемая информация. Введем обозначение $q_0 = 2\pi q$ и применим к первому слагаемому выражения (2.11) теорему о свертке:

$$U_{\text{ff}}(x', y') = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}[a(u, v) e^{i\Phi(u, v)}] \mathcal{F}[U_{\text{inc}}((x' + q_0) - u, (-y' + q_0) - v)] dudv \quad (2.12)$$

Рассмотрим значение поля в точке $(-q_0, q_0)$, соответствующей центру первого дифракционного максимума:

$$U_{\text{ff}}(-q_0, q_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}[a(u, v) e^{i\Phi(u, v)}] \mathcal{F}[U_{\text{inc}}(-u, -v)] dudv, \quad (2.13)$$

где \mathcal{F} — преобразование Фурье. По теореме Парсеваля выражение (2.13) соответствует следующему:

$$U_{\text{ff}}(-q_0, q_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} a(x, y) e^{i\Phi(x, y)} U_{\text{inc}}(x, y) dx dy \quad (2.14)$$

Интенсивность, измеряемая камерой в центре первого дифракционного максимума, который также называется корреляционным откликом, равна:

$$I_{\text{mp}}(-q_0, q_0) = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} a(x, y) e^{i\Phi(x, y)} U_{\text{inc}}(x, y) dx dy \right|^2 \propto |B_{mp}|^2 \quad (2.15)$$

Таким образом интенсивность в центре корреляционного отклика пропорциональна требуемому скалярному произведению. Примеры фазовых масок приведены на рис. 2.1. В результирующем Фурье образе (2.4) с фазовой маской (2.8), получаем амплитуду каждой моды в центре корреляционного отклика:

$$I_{mp} \cdot A_{mp}^2 = |\langle \psi_{mp} | U \rangle|^2 = |B_{mp}|^2 \quad (2.16)$$

2.3. Проверка корректности (рекомпозиция)

Для подтверждения корректности результатов необходимо произвести рекомпозицию (восстановление) пучка и сравнить с исходным. Невозможно достичь данной цели, имея информацию только об амплитудах мод. Поэтому дополнительно необходимо определить разности фаз мод. Используя, по аналогии с (2.6), следующие фазовые маски:

$$T_{mp}^{\text{sin}} = (\psi_{00}^* - i\psi_{mp}^*) / A_{mp}^{\text{sin}} = a^s(x, y) e^{i\Phi^s(x, y)}, \quad (2.17)$$

$$T_{mp}^{\text{cos}} = (\psi_{00}^* + \psi_{mp}^*) / A_{mp}^{\text{cos}} = a^c(x, y) e^{i\Phi^c(x, y)}, \quad (2.18)$$

можно посчитать межмодовую интерференцию каждой моды с фундаментальной, как описано в [95]:

$$I_{mp}^{\sin} \cdot A_{mp}^{\sin 2} = |\langle \psi_{00} - i\psi_{mp} | U \rangle|^2 = |B_{00}|^2 + |B_{mp}|^2 + 2|B_{00}||B_{mp}| \sin(\Delta\phi), \quad (2.19)$$

$$I_{mp}^{\cos} \cdot A_{mp}^{\cos 2} = |\langle \psi_{00} + \psi_{mp} | U \rangle|^2 = |B_{00}|^2 + |B_{mp}|^2 + 2|B_{00}||B_{mp}| \cos(\Delta\phi), \quad (2.20)$$

где $\Delta\phi = \phi_{mp} - \phi_{00}$, $\phi_{mp} = \arg(B_{mp})$. Здесь A_{mp}^{\sin} и A_{mp}^{\cos} определены таким же образом, как и A_{mp} в выражении (2.7), только теперь с использованием суммы мод вместо одной конкретной моды. Для определенности, положим фазу фундаментальной моды $\phi_{00} = 0$, и в таком случае $\Delta\phi = \phi_{mp}$. Из выражений (2.19) и (2.20) ϕ_{mp} вычисляется следующим образом:

$$\phi_{mp} = \arctan \left(\frac{I_{mp}^{\sin} \cdot A_{mp}^{\sin 2} - |B_{00}|^2 - |B_{mp}|^2}{I_{mp}^{\cos} \cdot A_{mp}^{\cos 2} - |B_{00}|^2 - |B_{mp}|^2} \right), \quad (2.21)$$

Зная относительные амплитуды и фазы всех мод, можно подставить их в уравнение (2.1) и получить распределение интенсивности восстановленного пучка.

2.4. Сравнение исходного и восстановленного пучков

Показателем успешности МД является степень схожести восстановленного и экспериментально измеренного пучков в ближнем поле. Несмотря на то, что зачастую определить схожесть можно качественно ("на глаз"), необходим количественный критерий схожести. Так как данная проблема касается исключительно пост-обработки и выполняется программно, в данном разделе распределение интенсивностей будет называться изображением. Наиболее простым вариантом в таком случае является расчет невязки на основе поточечной раз-

ности между двумя изображениями:

$$\left| \frac{\sum_{\text{pixels}} |I_{\text{rec}} - I_{\text{init}}|}{\sum_{\text{pixels}} I_{\text{init}}} \right|. \quad (2.22)$$

где, I_{init} - интенсивность исходного пучка, I_{rec} - интенсивность восстановленного пучка. Данный метод является самым простым, он крайне чувствителен к положению центров изображений и их масштабу, в связи с чем достаточную точность может обеспечить только для численно смоделированных данных. В эксперименте с определением невязки возникают трудности, так как не всегда можно определить центр спекл-пучков, содержащих большое количество мод. Кроме того для тех же спекл-пучков необходимо очень точно соотнести масштаб экспериментального и восстановленного пучков, что так же повышает сложность в использовании.

2.5. Переход от базиса LG к OAM

Поскольку МД была выведена и реализована в базисе LG мод (2.2), а естественным базисом для пучков, обладающих ненулевым угловым моментом, является набор OAM мод, экспериментально полученные данные МД для таких пучков должны быть выражены через соответствующий базис. Суммарное поле пучка в теории МД метода может быть переписано следующим образом:

$$U = \sum_{l,m} N_m \psi_{l,|m|} (A_{l,m} \cos m\phi + A_{l,-m} \sin m\phi) \quad (2.23)$$

где $\psi_{l,|m|}$ представляет собой LG моды с индексами (l, m) , $A_{l,m}$ и $A_{l,-m}$ измеренные значения амплитуд. N_m — нормировочные коэффициенты равные 1 при $m = 0$ и $\sqrt{2}$ при $m \neq 0$, так как нормировка для $\sin(x)$ и $\cos(x)$ отличается от таковой для $\exp(ix)$. Чтобы упростить дальнейшие выводы, рассматривается

U_l компонента поля и l опускается в выражении для амплитуды моды:

$$U_m \propto N_m(A_m \cos(m\phi) + A_{-m} \sin(m\phi)). \quad (2.24)$$

Выразим функцию синуса и косинуса через комплексную экспоненту, используя формулу Эйлера $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ для случаев m и $-m$:

$$\begin{cases} \cos(m\phi) = (e^{im\phi} + e^{-im\phi})/2 \\ \sin(m\phi) = (e^{im\phi} - e^{-im\phi})/2. \end{cases} \quad (2.25)$$

Подставим уравнение (2.25) в (2.24) и сгруппируем коэффициенты, стоящие перед экспонентами:

$$\begin{aligned} U_m &\propto \frac{N_m}{2}(A_m - iA_{-m})e^{im\phi} + \frac{N_m}{2}(A_m + iA_{-m})e^{-im\phi} = \\ &= B_m e^{im\phi} + B_{-m} e^{-im\phi} \end{aligned} \quad (2.26)$$

где B_m и B_{-m} обозначаются следующим образом:

$$\begin{cases} B_{l,0} = A_l \\ B_{l,m} = (A_m - iA_{-m})/\sqrt{2} \\ B_{l,-m} = (A_m + iA_{-m})/\sqrt{2}. \end{cases} \quad (2.27)$$

В матричной форме это будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{pmatrix} B_{l,m} \\ B_{l,-m} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_{l,m} \\ A_{l,-m} \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Чтобы определить коэффициенты для ОАМ, выразим $|B_{l,m}|^2$ через $A_{l,m}$ и $A_{l,-m}$ и примем во внимание, что $z = a + ib$ и $z - z^* = 2ib$:

$$\begin{aligned} 2|B_{l,m}|^2 &= |A_{l,m}|^2 + |A_{l,-m}|^2 + 2\Im(A_{l,m}^* A_{l,-m}) \\ 2|B_{l,-m}|^2 &= |A_{l,m}|^2 + |A_{l,-m}|^2 - 2\Im(A_{l,m}^* A_{l,-m}). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Таким образом, выражение (2.29) позволяет пересчитать амплитуды мод из измерительного базиса LG в базис ОАМ, где величина полного углового момента вычисляется по простой формуле:

$$\langle m \rangle = \sum_{\ell,m} m B_{\ell,m}. \quad (2.30)$$

2.6. Пространственный модулятор света и его калибровка

Перед проведением экспериментов по МД необходимо правильно откалибровать SLM, чтобы добиться требуемого фазового сдвига пикселей в зависимости от загружаемого цифрового кода. Использовался фазовый отражательный SLM модели HOLOEYE Pluto-2 с дисплеем из жидких кристаллов на кремнии (liquid crystal on silicon, LCOS) оптимизированным для диапазона длин волн 1000-1100 нм. Разрешение дисплея составляло 1920x1080, размер пикселя – 8 мкм, число фазовых уровней – 256 (8 бит). Производителем предусмотрено несколько так называемых гамма-кривых, которые можно загружать на SLM. Гамма-кривая используется для компенсации нелинейного отклика жидких кристаллов на приложенное напряжение. Во всех экспериментах использовалась стандартная заводская гамма-кривая, полученная для длины волны 1064 нм, подразумевающая линейный фазовый сдвиг в зависимости от значения на конкретном пикселе (одном из 256 уровней серого). Однако, фактическая зависимость набега фазы от уровня серого может отличаться от линейной в связи с чем возникает необходимость в дополнительной проверке калибровки. Калиб-

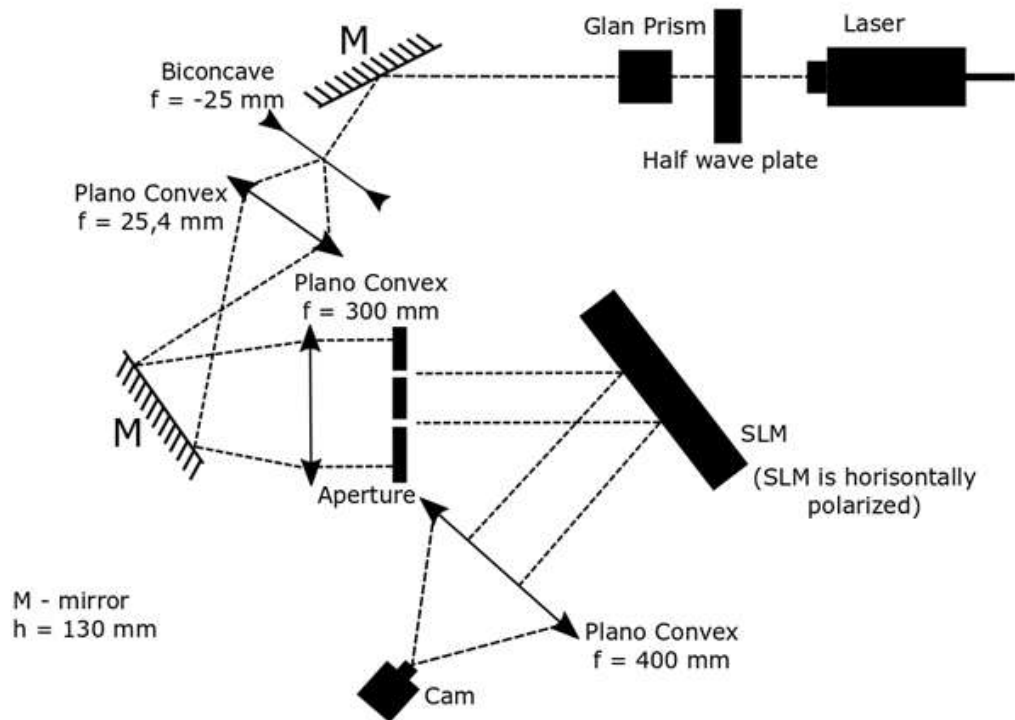


Рис. 2.2. Схема установки, используемой при калибровке на длине волны 1064 нм

ровочные эксперименты направлены на определение кривой фазового отклика и оптимальных значений так называемых темного и яркого напряжений (V_D и V_B , соответственно) для генерации линейного фазового сдвига в зависимости от подходящего диапазона управляющих напряжений. Входной сигнал в SLM представляет собой цифровой сигнал, содержащий 8-битный сигнал для каждого пикселя, который преобразуется в напряжение между V_D и V_B . Для определения фазы необходимо было провести интерферометрический эксперимент, позволяющий измерить относительный сдвиг фазы между различными частями экрана.

Для этой цели была выбрана стандартная дифракционная экспериментальная схема с двумя апертурами, приведенная на рис. 2.2, сам эксперимент подробно описан в [96]. Основная идея этого эксперимента заключается в интерференции двух частей исходного пучка с различными фазовыми сдвигами: эти части создаются двумя секциями SLM-дисплея (см. рис. 2.2). Для пространственного разделения двух падающих лучей использовалась апертура, образованная

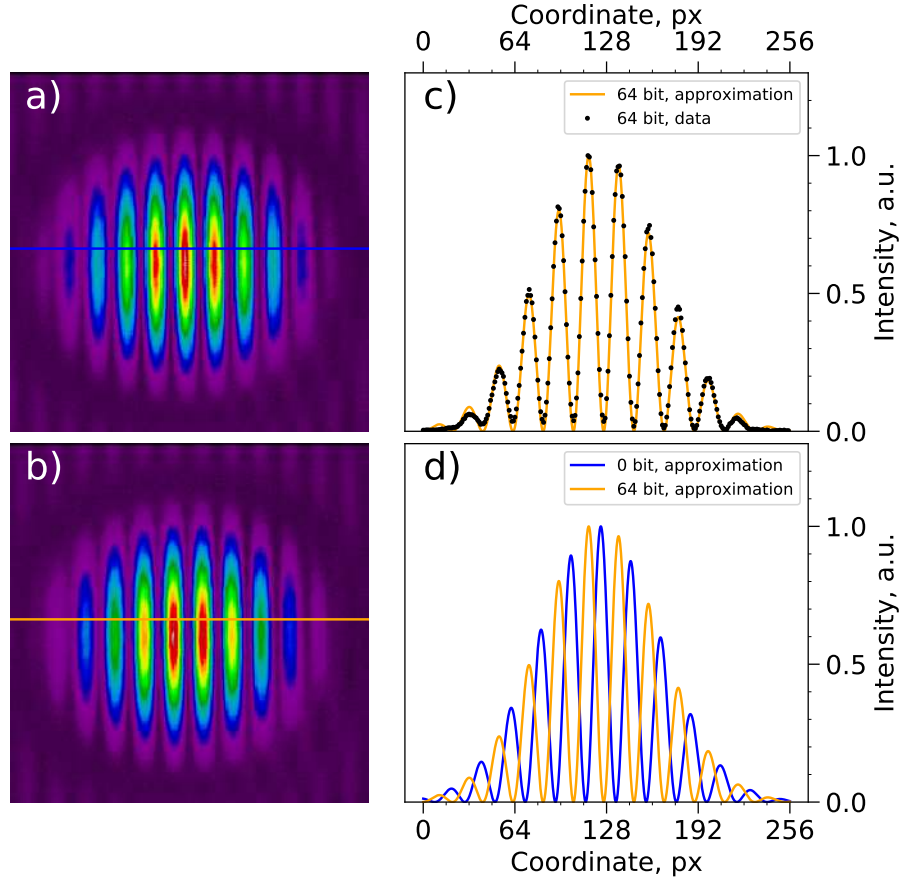


Рис. 2.3. Примеры наблюдаемых интерференционных картин (а, б) для различных значений фазового сдвига (0 и 64 уровни серого), показывающие аппроксимацию экспериментального участка изображения (с), и сравнение аппроксимированных участков (д).

двумя круглыми отверстиями в непрозрачном экране. Полосы, возникающие в результате интерференции этих двух источников света, можно наблюдать на камере (рис. 2.3). Положение максимумов интерференционной картины зависит от разности фаз между двумя секциями SLM-дисплея (рис. 2.3 (а), (б)). Таким образом, задавая некоторое постоянное значение для одной секции, в то же время, изменяя напряжение в диапазоне от V_D до V_B на другой, можно с высокой точностью измерить кривую фазового отклика. Для каждого шага изображения анализировались для извлечения периода структуры v и относительной фазы ϕ , путем подгонки сечения изображения вблизи его центра функцией вида:

$$f_{\text{fit}}(x) = I_0 e^{-\frac{(x-x_0)^2}{w^2}} \sin^2(vx - \phi) \quad (2.31)$$

где ϕ и v - параметры подгонки, которые необходимо извлечь (рис. 2.3 (с)). На рис. 2.3 (d) можно легко оценить сдвиг интерференционных полос для различных наборов значений параметров: этот сдвиг соответствует сдвигу фазы в радианах, создаваемому дисплеем. Важно отметить, что напряжения (V_D и V_B) являются дискретными и взаимозависимыми параметрами, которые можно изменять только в ограниченном наборе значений (для данного SLM). Были найдены две калибровочные кривые с диапазоном фазового сдвига от 0 до 2π (с отклонением максимум $\sim 0.5\%$) или от 0 до $\simeq 1.16\pi$ (см. желтую и черную кривые на рис. 2.4, соответственно). Таким образом, изменение яркого и темного напряжений определяет диапазон фазового сдвига. Кривая, соответствующая сдвигу фазы на 2π , хорошо аппроксимируется прямой линией: расхождение между экспериментальными данными и линейной аппроксимацией может быть выражено следующим образом:

$$S = \sum_i (y_i - f(x_i))^2 \quad (2.32)$$

где $f(x_i)$ это функция подгонки.

Линейная аппроксимация дает $S_{\text{lin}} = 0.033$ для сдвига 2π . Как показано ниже, для последующих экспериментов достаточно фазовых сдвигов от 0 до 1.16π . Поэтому SLM был перекалиброван, используя $V_D = 1.35 V$ и $V_B = 3.4 V$ (см. черную кривую на рис. 2.4). Расхождение по отношению к прямой линии составило $S_{\text{lin}} = 0.036$. Эти параметры использовались во всех последующих экспериментах. SLM фирмы Holoeye может быть использован с широким диапазоном длин волн, при этом наличие калибровки дает возможность эффективно управлять фазой волнового фронта, используя все 256 уровней серого. В то же время в некоторых экспериментах использовался SLM Hamamatsu LCOS-X15213 для ближнего ИК-диапазона, в котором возможность дополнительной калибровки отсутствовала. Однако для каждой длины волны производителем было установлено значение уровня серого соответствующего фазовому сдвигу 2π . И если

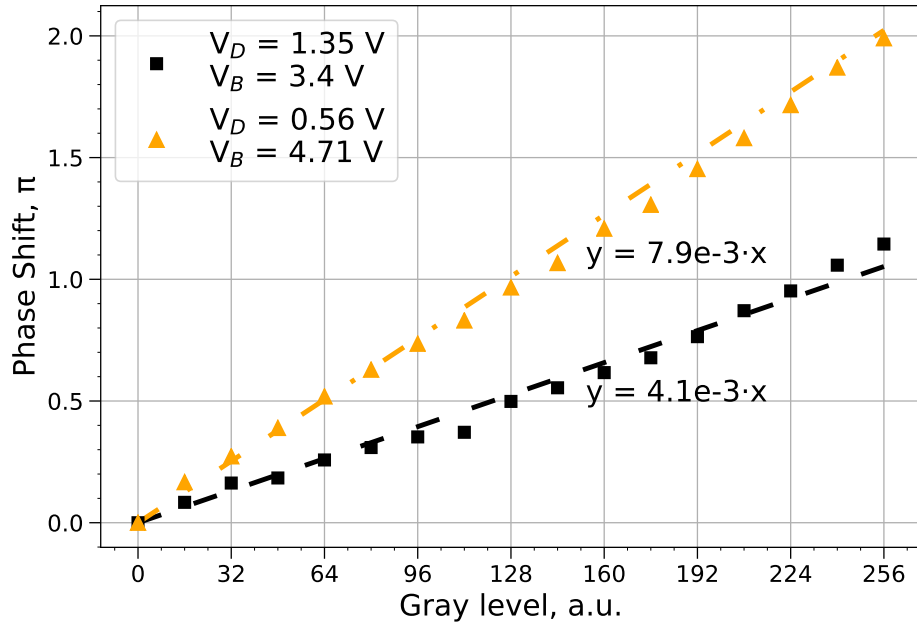


Рис. 2.4. Фазовый сдвиг SLM для конфигурации 2π ($V_D = 0.56 \text{ V}$ и $V_B = 4.71 \text{ V}$) и $\simeq 1.16\pi$ ($V_D = 1.35 \text{ V}$ и $V_B = 3.40 \text{ V}$), аппроксимированный линейными функциями

для 1550 нм оно равнялось 224, то для рабочей длины волны 1050 нм 151, тем самым значительно уменьшалось разрешение фазовых масок, что, однако, в дальнейшем не оказало существенного влияния на результаты МД.

Глава 3

Эксперимент

Экспериментальная работа проводилась в нескольких направлениях: оценка влияния различных факторов на качество декомпозиции и апробация метода на спекл-пучках; экспериментальное наблюдение эффекта KBSC и МД очищенного пучка; анализ пучков с ненулевым орбитальным угловым моментом, а именно МД таких пучков в базисе ОАМ мод; применение метода для излучения прошедшей накачки и сигнальной волны ВКР-лазера;

3.1. Адаптация метода корреляционного фильтра под условия эксперимента

В данном разделе приведены результаты численного моделирования процесса МД с целью выяснения факторов, влияющих на его точность, а также экспериментальное применение метода на примере анализа модового состава спекл-пучков.

3.1.1. Численное моделирование

Чтобы подтвердить корректность математического вывода, было проведено численное моделирование МД с использованием фазового SLM. Симуляция также позволила исследовать влияние на точность метода МД различных факторов, а именно: пространственного разрешения, измеряемого в количестве пикселей фазовой маски на размер фундаментальной моды; значения пространственной частоты q , задаваемой выражением (2.9); отстройки от центра корреляционного отклика, измеренного камерой.

Исходный пучок состоял из 6 мод со случайными амплитудами и межмодовыми фазами. Этого количества мод достаточно для демонстрации работо-

способности метода и определения наиболее критически влияющих на точность МД параметров. Радиус фундаментальной моды составлял 120 пикселей. Фаза накладывалась на пучок согласно выражению (2.8) с учетом условий (2.9) и (2.7), после чего к нему применялось двумерное быстрое преобразование Фурье. Значение интенсивности фиксировалось в точке $(-q, q)$, соответствующей сдвигу по пространственной частоте. На основе выкладок из раздела 2.2 получены амплитуды и фазы мод, после чего восстановлен пучок I_{rec} и вычислена невязка по отношению к исходному пучку I_{init} с помощью выражения (2.22).

Сначала исследовалось влияние величины фазового сдвига. Важным параметром здесь является частота дискретизации SLM. Если пространственная частота q не кратна частоте дискретизации дисплея SLM, необходимая точка интенсивности может располагаться между узлами фурье-сетки (так называемый *эффект частотола*) [97], что приводит к тому что для последующего восстановления пучка используются неверные значения интенсивности. При моделировании МД в качестве частоты дискретизации как SLM, так и камеры было выбрано значение $f_s = 1/2048$, чтобы сравнить точность двух МД, выполненных с пространственными частотами q , равными $1/64$ и $1/57$. Результаты расчетов показывают, что относительная невязка амплитуд и фаз резко возрастает в случаях, когда величина фазового сдвига не кратна частоте дискретизации камеры (рис. 3.1 (a,b)), что приводит к изменению формы восстановленного пучка (рис. 3.1 (c)). Подбор оптимального значения q , однако, не ограничивается только лишь кратностью. Если пространственная частота q намного больше, чем частота дискретизации SLM, то на один период фазовой маски приходится небольшое количество пикселей, в результате чего не соблюдается синусоидальная форма. При этом значение q ограничено снизу, так как на фундаментальную моду пучка должно прийти достаточное количество периодов, чтобы эффективность дифракции была достаточно высокой. В эксперименте же слишком высокое значение q влечет за собой сильный сдвиг корреляционного отклика от нулевого порядка дифракции, в результате чего он может не попасть в матрицу

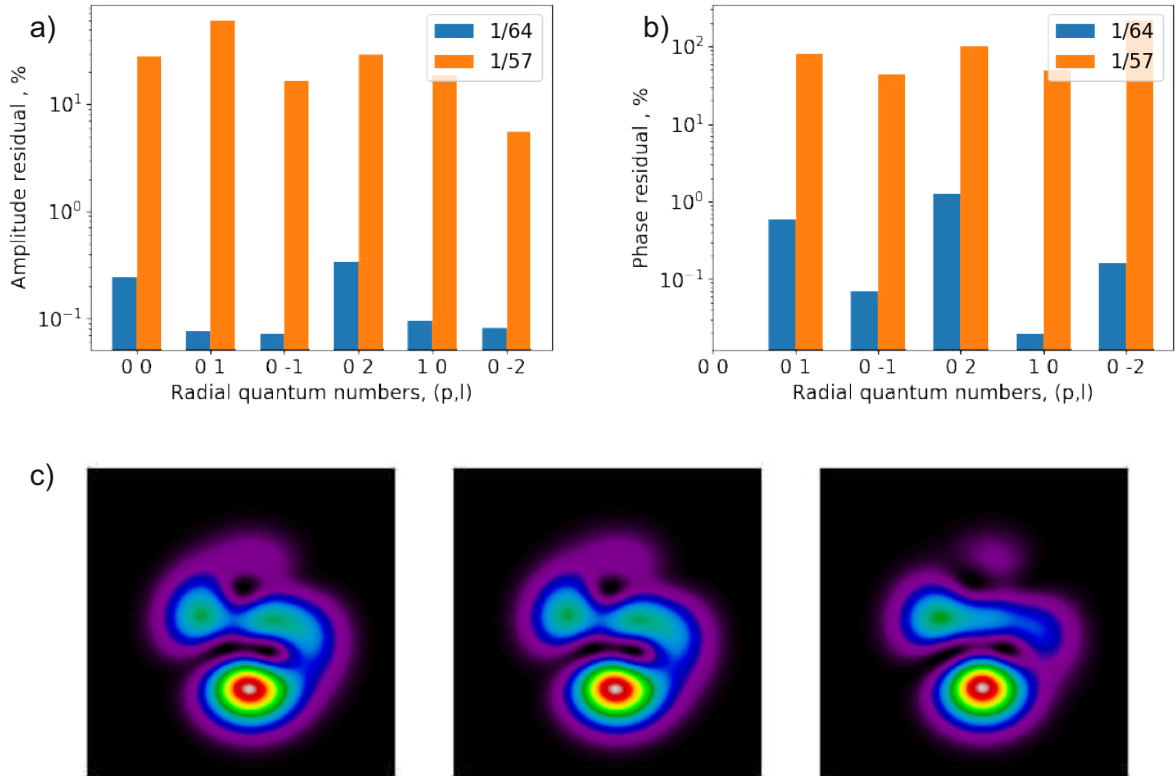


Рис. 3.1. Относительная невязка амплитуды (а) и фазы (б) в логарифмическом масштабе, рассчитанная в процессе моделирования МД; в) Слева направо - исходный пучок; пучок, восстановленный в результате декомпозиции с размером фундаментальной моды: 120 пикселей; 90 пикселей; 60 пикселей; 30 пикселей.

камеры, а слишком низкое значение q может вызвать перекрытие корреляционного отклика с нулевым порядком дифракции, что в результате отрицательно скажется на корректности проведенной МД.

Далее было произведено сравнение фазовых масок с радиусом фундаментальной моды 120, 90, 60 и 30 пикселей соответственно. Обнаружено, что невязка амплитуд и фаз увеличивается пропорционально уменьшению пространственного разрешения, рис. 3.2 (а,б). При этом распределения интенсивности восстановленного пучка качественно остаются прежними, рис. 3.2 (с). Однако, в случае размера пучка в 30 пикселей обе невязки резко возрастают, что также сопровождается едва заметным изменением распределения интенсивности восстановленного пучка.

В качестве последнего шага было проверено влияние отстройки от центра корреляционного отклика. Сравнивались значения амплитуд и фаз, получен-

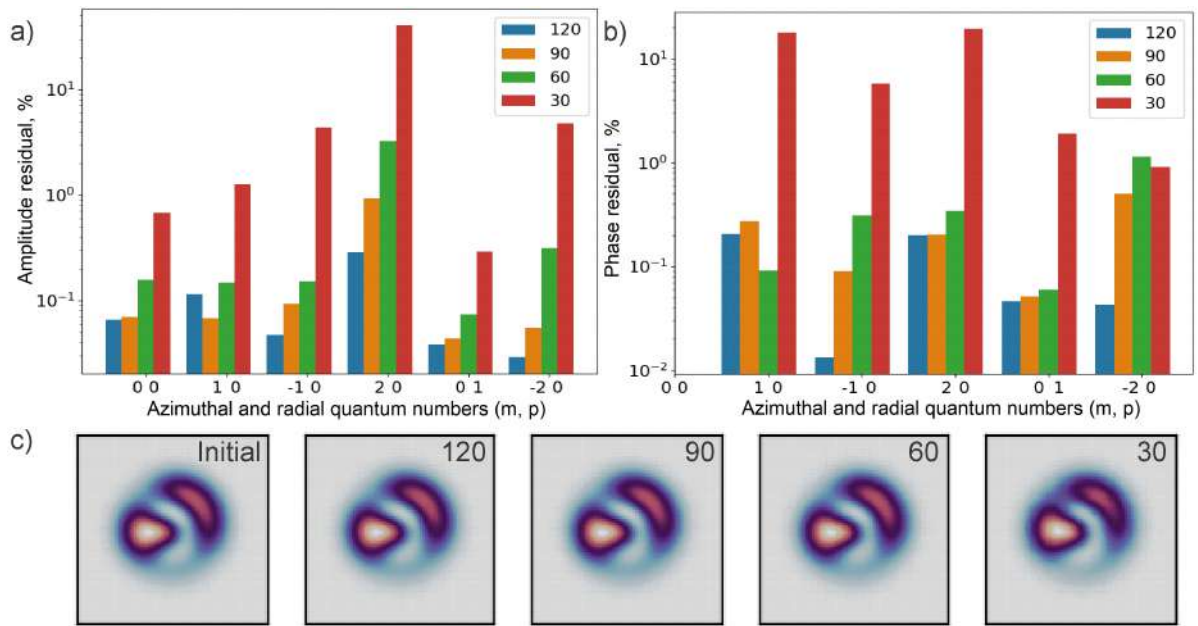


Рис. 3.2. Относительная невязка амплитуды (а) и фазы (б) в логарифмическом масштабе, рассчитанная в процессе моделирования МД; в) Слева направо - исходный пучок; пучок, восстановленный в результате декомпозиции с размером фундаментальной моды: 120 пикселей; 90 пикселей; 60 пикселей; 30 пикселей.

ные при выборе разных точек корреляционного отклика в фурье плоскости (фокальной плоскости линзы). Выявлен резкий рост невязки при отклонении от центра корреляционного отклика, соответствующего частотному сдвигу, заданному фазовой маской SLM. Такое увеличение ошибки также приводит к заметным различиям в распределении интенсивности (см. рис. 3.3).

Таким образом было установлено, что метод МД особенно чувствителен к значениям отстройки от центра корреляционного отклика, значения пространственной частоты q и в меньшей степени разрешения фазовых масок. Для корректного выяснения распределения интенсивностей эксперименты нужно проводить с высокой точностью задания данных параметров.

3.1.2. Экспериментальная проверка метода МД на спекл-пучках

Первым шагом в экспериментальной верификации метода являлась МД спекл-пучков. Это обусловлено сложной формой пучков (при рекомпозиции легче сравнить степень схожести исходного и восстановленного пучков), а также

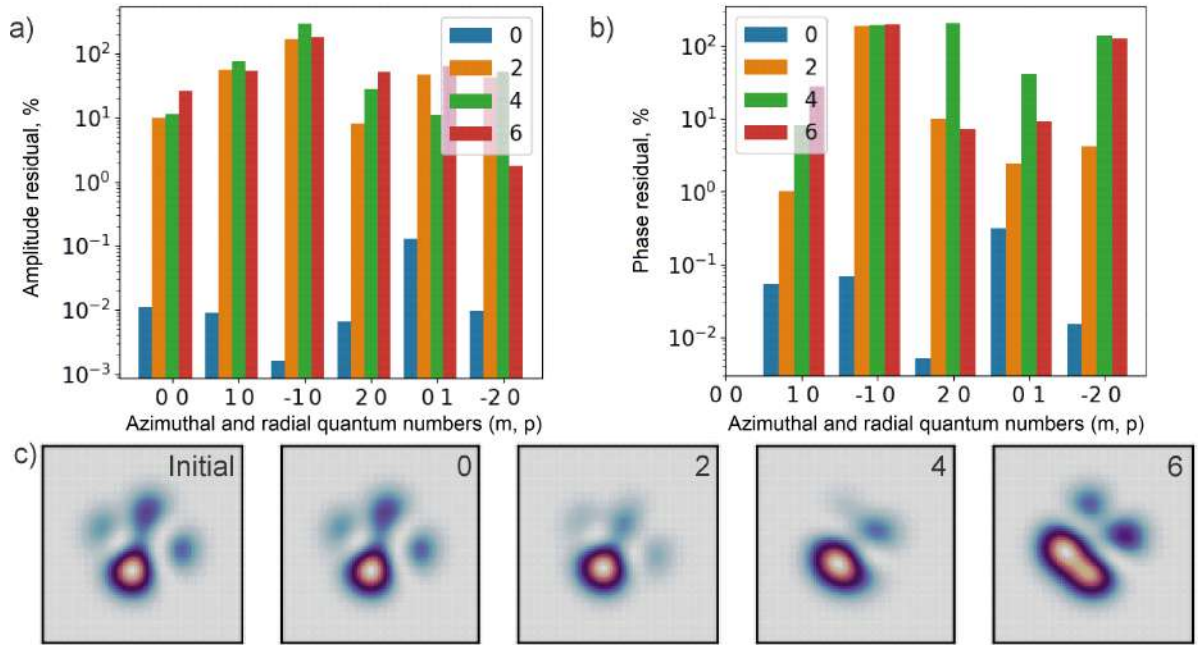


Рис. 3.3. Относительная невязка амплитуды (а) и фазы (б) в логарифмическом масштабе, рассчитанная в процессе моделирования МД; в) Слева направо - исходный пучок; пучок, восстановленный в результате МД с использованием точки на камере смещенной от центра первого дифракционного максимума на 2, 4 и 6 пикселей соответственно.

отсутствием нелинейного взаимодействия между модами, вносящих вклад в излучение (спекл-структура характерна для излучения с высоким количеством мод и низкой мощностью, много ниже, чем пороговое значения, при котором возникают нелинейные эффекты в волокне).

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 3.4. Был выбран отрезок GRIN MMF длиной 3 м с диаметром сердцевины 50 мкм, что позволило надлежащим образом контролировать число возбуждаемых мод. Для этого волокна радиус фундаментальной моды w_0 равен 6,33 мкм. Измеренный радиус пучка на входе в волокно составил 15 мкм (на уровне интенсивности $1/e^2$).

Линзы 1 и 2 использовались для увеличения размера выходного пучка на дисплее SLM, чтобы увеличить эффективное разрешение. Поскольку SLM работает только с горизонтальной поляризацией, входящее излучение было настроено так, чтобы поляризация соответствовала требуемой. Взаимная ориентация полуволновой пластины и поляризационного делителя света (polarization beam splitter, PBS) по отношению к волокну была выбрана таким образом, что-

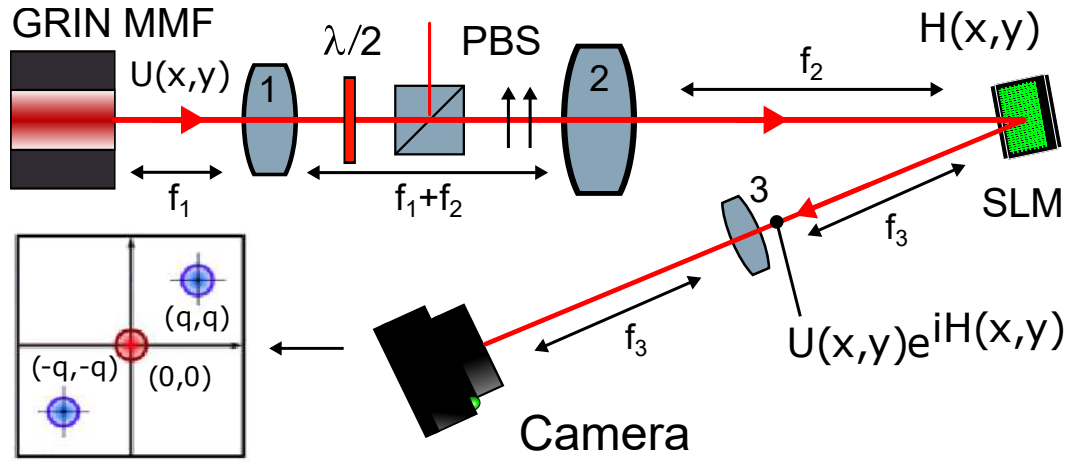


Рис. 3.4. Экспериментальная установка. От GRIN MM волокна до камеры: GRIN MM волокно с диаметром сердцевины 50 мкм, асферическая линза, полуволновая пластинка, PBS, линза, SLM Holoeye Pluto-2, фурье-линза, CMOS камера Gentec Beamage-4M

бы максимизировать передаваемую энергию. Пространственная частота q была выбрана равной $1/32$, что позволяет сохранить синусоидальную форму маски и эффективно разделить функции Бесселя высокого порядка в частотной области. Важно отметить, что при данном значении частоты на фундаментальную моду (диаметр) приходится 8 периодов синусоидальной решетки.

В эксперименте сохранялись и обрабатывались изображения в фурье-области. Для каждой моды получали три распределения интенсивности, включающие I_{mp} , I_{mp}^{\sin} и I_{mp}^{\cos} из выражений (2.16), (2.19) и (2.20), путем последовательного переключения фазовой маски на SLM. Наконец, проводилась реконструкция пучка, путем подстановки рассчитанного значения B_{mp} в уравнение (2.1).

Важной задачей являлось корректное определение центра корреляционного отклика. Положение пучка на SLM и камере не менялось на протяжении всего эксперимента, поэтому координаты искомой точки определялись в ходе первой рекомпозиции и не менялись для остальных. Примеры снятых изображений корреляционного отклика показаны на рис. 3.5 a,b,c, положение центра не очевидно. Поэтому было сделано предположение, что моды высокого порядка содержат лишь относительно небольшую часть энергии пучка, так что интересующая нас точка имеет минимальную интенсивность для всех из них. На рис. 3.5 d представлено изображение, являющееся результатом поточечного

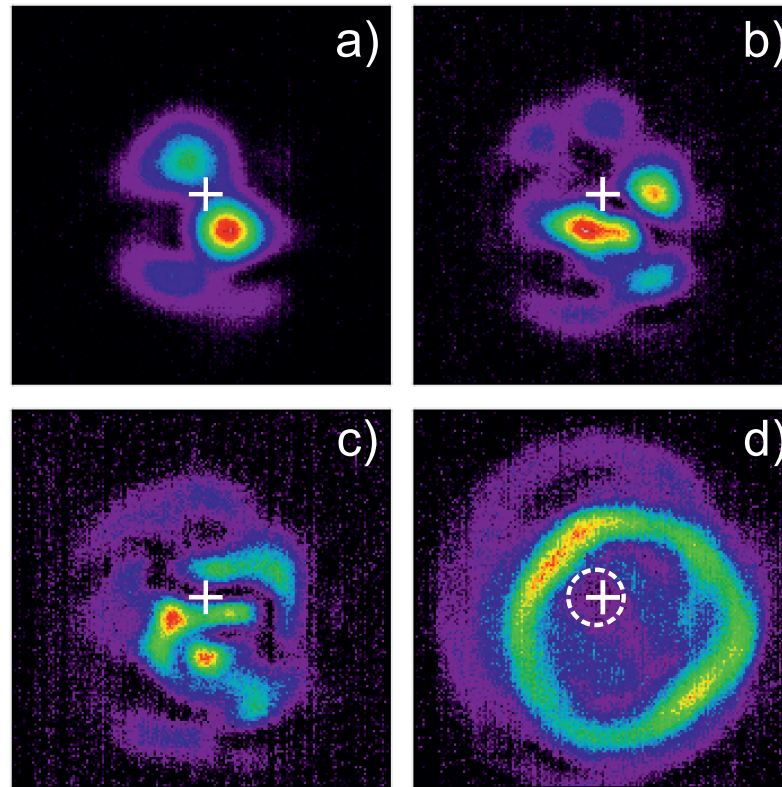


Рис. 3.5. Корреляционные отклики в первом дифракционном максимуме: а) корреляционный отклик для LG_{00} моды; б) для LG_{01} моды; в) для LG_{02} моды; д) интегрированное изображение (попиксельно просуммированное) первого дифракционного максимума для мод высшего порядка.

суммирования корреляционных откликов для нескольких мод с самым высоким значением PQN в эксперименте. Поскольку распределение интенсивности первого дифракционного максимума в данной модели носит случайный характер, а вклад мод высших порядков в пучок, согласно предположению, значительно меньше, чем низших, искомая точка имеет на этих изображениях наименьший уровень интенсивности. Перебирая точки из заштрихованной области, удалось получить наиболее подходящую.

В качестве основного результата проведенных экспериментов было получено распределение энергии ~ 80 мод, дающих вклад в пучок со спекл-структурой (спекл-пучок). Несмотря на то, что используемое GRIN MM волокно поддерживает более 600 мод на данной длине волны, было обнаружено, что оставшиеся моды содержат лишь незначительную долю мощности, так что ограниченно-го набора мод достаточно для полной характеристики выходного пучка. Что-

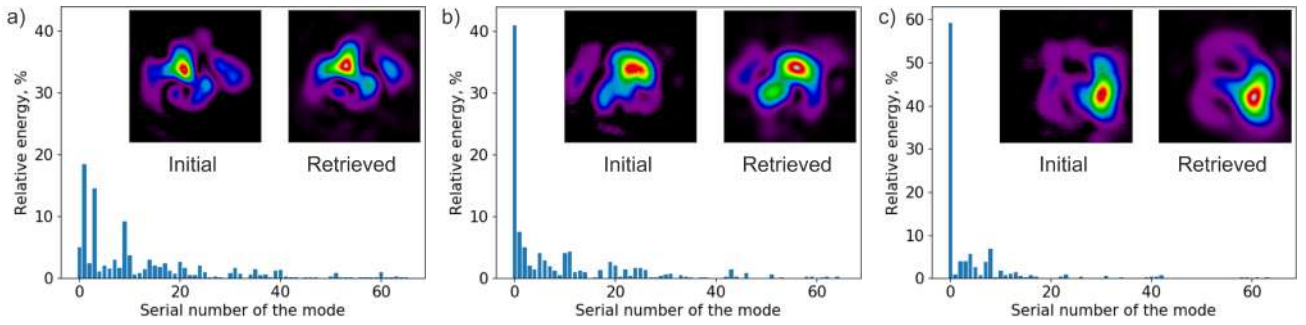


Рис. 3.6. Модовое разложение трех разных спекл-пучков низкой мощности

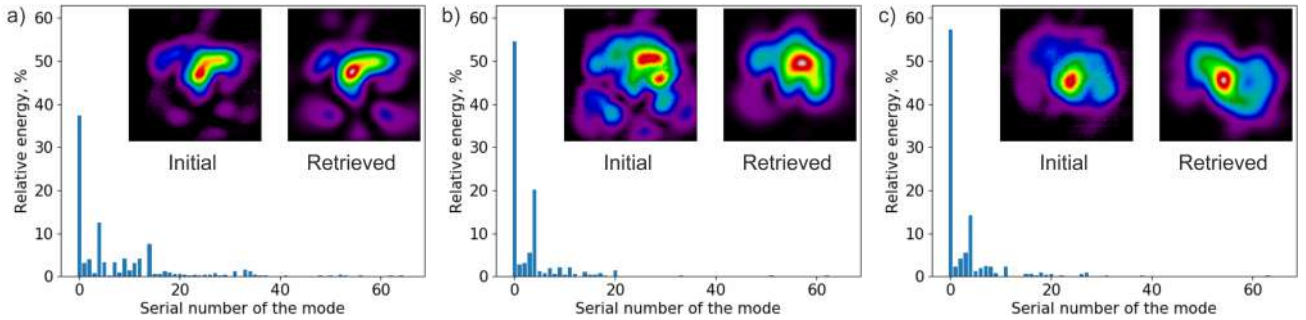


Рис. 3.7. Модовая декомпозиция пучка с тремя различными уровнями входной мощности: 0,92 кВт (а), 2,3 кВт (б) и 6 кВт (с)

бы проверить правильность МД, была проведена рекомпозиция пучка на основе восстановленных комплексных амплитуд V_{mp} . Результаты приведены на рис.3.6: основные графики представляют собой модовые распределения трех пучков, сами пучки приведены во вставках слева, а справа пучок восстановленный после проведения МД. Оригинальный и восстановленный пучки имеют высокую степень схожести, что подтверждает корректность поиска амплитуд и фаз мод [98].

Основываясь на методе МД, также была выявлена зависимость распределения энергии мод пучка на выходе от пиковой мощности входного пучка. Соответствующие гистограммы вместе с распределением интенсивности в ближней зоне представлены на рис. 3.7. Пиковая мощность падающего пучка изменялась с 920 Вт до 6 кВт. Как видно из сравнения рис.3.7а с рис.3.7с, вклад фундаментальной моды возрастает примерно с 38% до более чем 55% при больших мощностях, что приводит к колоколообразному распределению интенсивности на выходе GRIN-волокна и указывает на появление эффекта KBSC [33].

3.2. Исследование эффекта керровской самоочистки

После того, как состоятельность метода МД была успешно продемонстрирована на примере разложения спекл-пучков, следующим шагом стало исследование эффекта KBSC. В данном разделе приведены экспериментальные результаты МД, в том числе полученные распределения мод при различных сортировках, а также на основе полученных данных подтверждены некоторые законы сохранения.

3.2.1. Экспериментальная установка и результаты

Экспериментальная установка, которая была использована для исследования KBSC в GRIN MM волокне, показана на рис. 3.8. Она состоит из лазерной системы, генерирующей ультракороткие импульсы (Lightconversion PHAROS-SP-HP), где в роли накачки выступает фемтосекундный Yb-лазер. Частота следования импульсов составляет 100 кГц, длина волны 1030 нм, форма пучка - гауссова ($M^2=1,3$). Длительность импульса изменялась с помощью дисперсионного растяжителя и измерялась автокоррелятором (APE PulseCheck type 2). В результате были получены значения длительности от 174 фс до 10 пс. Как показано на рис. 3.8, пучок вводился собирающей линзой (L_0) в сердцевину GRIN волокна. Диаметр пучка на уровне интенсивности $1/e^2$ составил 30 мкм.

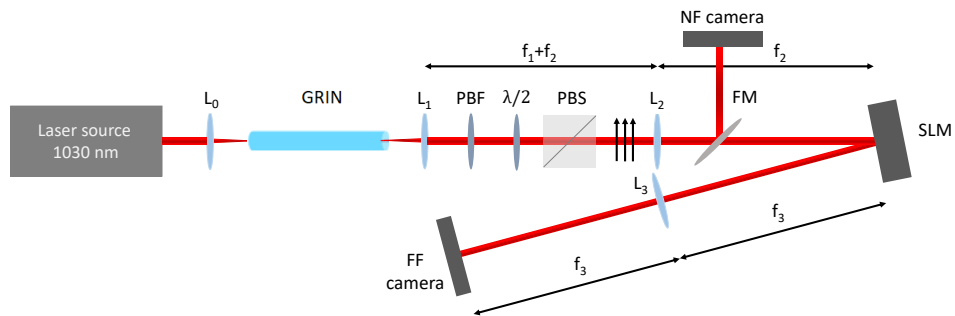


Рис. 3.8. Экспериментальная установка. Фокусные расстояния линз $f_1 = 2.75$ мм и $f_2 = f_3 = 400$ мм. Стрелки указывают направление поляризации пучка (горизонтальная).

Использовалось стандартное GRIN волокно длиной 3 м (GIF50E от Thorlabs), у которого радиус сердцевины $r_c = 25$ мкм, показатель преломления сердцеви-

ны вдоль оси $n_0 = 1,472$, относительная разность показателей сердцевины и оболочки $\Delta = 0,0103$, числовая апертура $NA = 0,2$ и радиус фундаментальной моды $r_{0,0} = 6,33$ мкм при длине волны 1030 нм. Профиль ближнего поля на выходе волокна переносится на SLM (Hamamatsu LCOS-X15213) с помощью двух конфокальных линз (L_1 с $f_1 = 2,75$ мм и L_2 с $f_2 = 400$ мм). Между ними были помещены полосовой фильтр (bandpass filter, BPF) на длину волны 1030 нм и с шириной полосы пропускания 5 нм, полуволновая пластинка ($\lambda/2$) и PBS. Измерительная система позволяет избежать паразитного влияния нелинейных преобразований оптической частоты таких как, например, комбинационное рассеяние или геометрическая параметрическая нестабильность [32], отрицательно влияющих на качество МД. Дело в том, что на данный момент не существует экспериментальных исследований насчет степени когерентности спектральных компонент, порождаемых такими эффектами, а также не известно в каких именно модах они выражаются. Также была возможность регулировать интенсивность пучка, достигающего SLM, с помощью волновой пластинки $\lambda/2$ и PBS. Откидное зеркало (FM) использовалось для переноса профиля ближнего поля (near field, NF) с выхода из волокна на ИК-камеру (Gentec Beamage-4M-IR). Полученные таким образом изображения использовались в качестве ориентира для проверки качества реконструкции, выполненной алгоритмом МД. Наконец, линза ($L_3 = 400$ мм) проецировала дальнее поле (far field, FF), отраженное SLM, на вторую камеру. Линза помещается посередине между SLM и камерой, так что оба этих элемента находятся на фокусном расстоянии линзы. Наконец, средняя мощность пучка как на входе, так и на выходе волокна измерялась фотодиодным измерителем мощности (Thorlabs). Для исследования режима наносекундных импульсов были проведены аналогичные эксперименты по МД с использованием Nd:YAG-лазера, излучающего импульсы длительностью 0,435 нс и длиной волны 1064 нм с частотой повторения 1 кГц. Поскольку значения профилей интенсивности, регистрируемые камерами, даны в условных единицах, установка позволяла оценить только относительные значения интен-

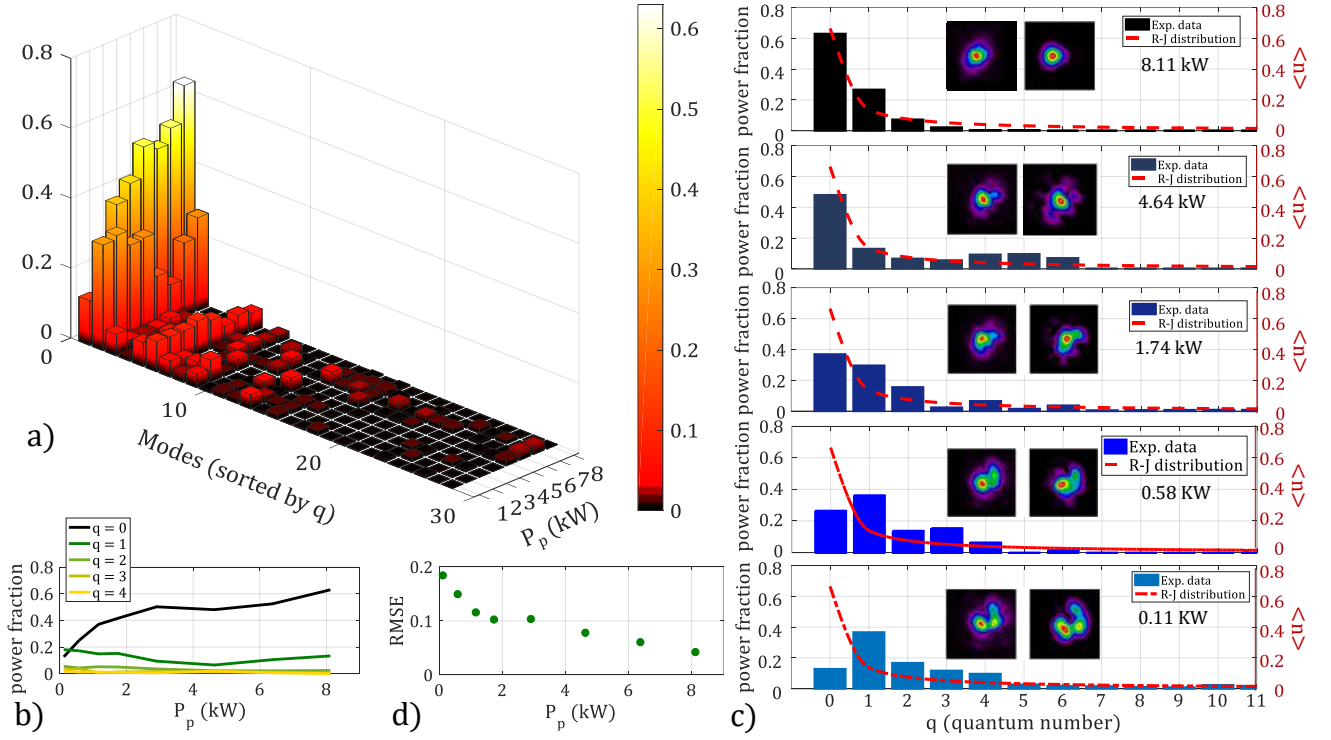


Рис. 3.9. МД анализ импульсов с длительностью 7,6 пс на входе. а) Распределение мод (с сортировкой по PQN) при различных значениях мощности на входе. б) Экспериментальное значение доли мощности мод, сгруппированных по PQN, в зависимости от входной мощности P_p . с) Модовое распределение, полученное в результате МД. Изображения во вставке каждого графика представляют собой оригинальный (слева) и реконструированный (справа) профиль выходного пучка. Сплошная линия — распределение RJ, которое соответствует экспериментальным значениям при максимальном значении входной пиковой мощности (8,11 кВт). Параметры подгонки: $\mu = -63,97 \text{ mm}^{-1}$ и $T = 0,92 \text{ mm}^{-1}$. д) Среднеквадратичная ошибка (RMSE) аппроксимирующей кривой в с) при изменении P_p .

сивности мод, т. е. значение доли мощности, нормированные на общую мощность пучка. Экспериментальный анализ был ограничен первыми 78 модами, рассматривались только моды с $\text{PQN} \leq 11$. Такое количество было выбрано из соображений поиска компромисса между временем работы алгоритма и качеством реконструкции пучка.

На рис.3.9 представлены результаты, полученные при использовании входных лазерных импульсов длительностью 7,6 пс. В частности, на рис. 3.9а, представлена трехмерная гистограмма экспериментально полученных долей мощности мод при различных значениях пиковой мощности входного пучка (P_p). На рис.3.9б проиллюстрированы экспериментально полученные суммы долей

мощности всех мод с одним и тем же PQN в зависимости от входной мощности пучка P_p . По приведенным данным можно сделать вывод, что доля мощности фундаментальной моды (единственной моды с $q = 0$) растет с увеличением P_p , указывая на постепенное возникновение KBSC. В частности, видно, что при наименьшем значении входной мощности 110 Вт условия заведения таковы, что сумма мощностей мод с $q = 1$ больше, чем у фундаментальной моды. Последняя постепенно становится доминирующей при увеличении входной мощности, вплоть до возникновения эффекта KBSC. Данный экспериментальный результат является косвенным подтверждением справедливости термодинамического подхода для ММ нелинейных световодов.

По аналогии с термодинамическими системами в световодах могут устанавливаться равновесные состояния, причем происходит это по мере увеличения мощности входящего излучения, когда нелинейность начинает доминировать над случайной связью мод. Заполняемость частицами (фотонами) определенного уровня энергии в данном случае эквивалентна доле мощности, которую имеет определенная мода в полученном распределении. Процесс установления равновесного состояния (термализации) сопровождается стремлением к распределению Рэля-Джинса (Rayleigh-Jeans distribution, RJ) [99, 100]. При таком распределении среднее количество частиц в моде (ℓ, m) выражается следующим образом:

$$\langle n_{\ell, m} \rangle = \frac{K_B T}{\hbar k_{\ell, m} - \mu N}, \quad (3.1)$$

где K_B - константа Больцмана, $N = \sum_{\ell, m} n_{\ell, m}$ - общее количество частиц, \hbar — постоянная Планка, $k_{\ell, m}$ - волновое число для моды (ℓ, m) , T и μ являются параметрами, которые зависят только от условий заведения в волокно и определяются экспериментами по МД. Поскольку T и μ являются только статистическими величинами, не соответствующими физической температуре или химическому потенциалу, в дальнейшем полагается $K_B = \hbar = 1$. Таким образом, T и μ имеют размерность, обратную длине.

На рис.3.9с сравниваются экспериментальные значения доли мощности (синие столбцы) с теоретическими распределениями RJ (красные пунктирные линии). Как видно, по мере увеличения P_p экспериментальное распределение постепенно приближается к теоретическому распределению RJ. Это можно количественно оценить на рис.3.9d, где построена среднеквадратичная ошибка (root-mean-square error, RMSE) наблюдаемых распределений мод по отношению к распределению RJ как функция в зависимости от P_p . Наконец, вставки на рис.3.9с демонстрируют высокое качество метода МД. Здесь показано, что зарегистрированные камерой профили интенсивности ближнего поля (изображения в левом столбце) впечатляюще похожи на их рекомпозицию после МД (изображения в правом столбце) для всех значений входной мощности.

3.2.2. Стабильность самоочистки в зависимости от длительности импульсов на входе

Эксперименты по МД проводились с импульсами длительностью от сотен фемтосекунд до 0,5 нс. Во всех случаях сохранялась одинаковая длина волокна. На рис.3.10 представлен анализ МД в случае входных импульсов длительностью 174 фс. Фактически наблюдалось, немонотонное поведение доли мощности фундаментальной моды при увеличении P_p , хотя среднеквадратичное отклонение по отношению к распределению RJ продолжало уменьшаться. При $P_p \simeq 26$ кВт доля мощности $\langle n \rangle$ фундаментальной моды (при $q = 0$) имеет локальный минимум (см. рис.3.10 а и б). Важно подчеркнуть, что эксперименты по МД с разной длительностью импульса (рис.3.9 и рис.3.10) проводились при одних и тех же условиях заведения лазерного излучения в волокно. Фактически лазер позволял изменять длительность импульса, в то время как энергия импульса оставалась постоянной. Таким образом, была возможность оставлять экспериментальную установку нетронутой, избегая каких-либо изменений условий заведения.

Было обнаружено, что параметры $\mu \simeq 64 \text{ мт}^{-1}$ и $T \simeq 1 \text{ мт}^{-1}$ имеют практически одинаковые значения в этих двух случаях. Фактически T и μ не

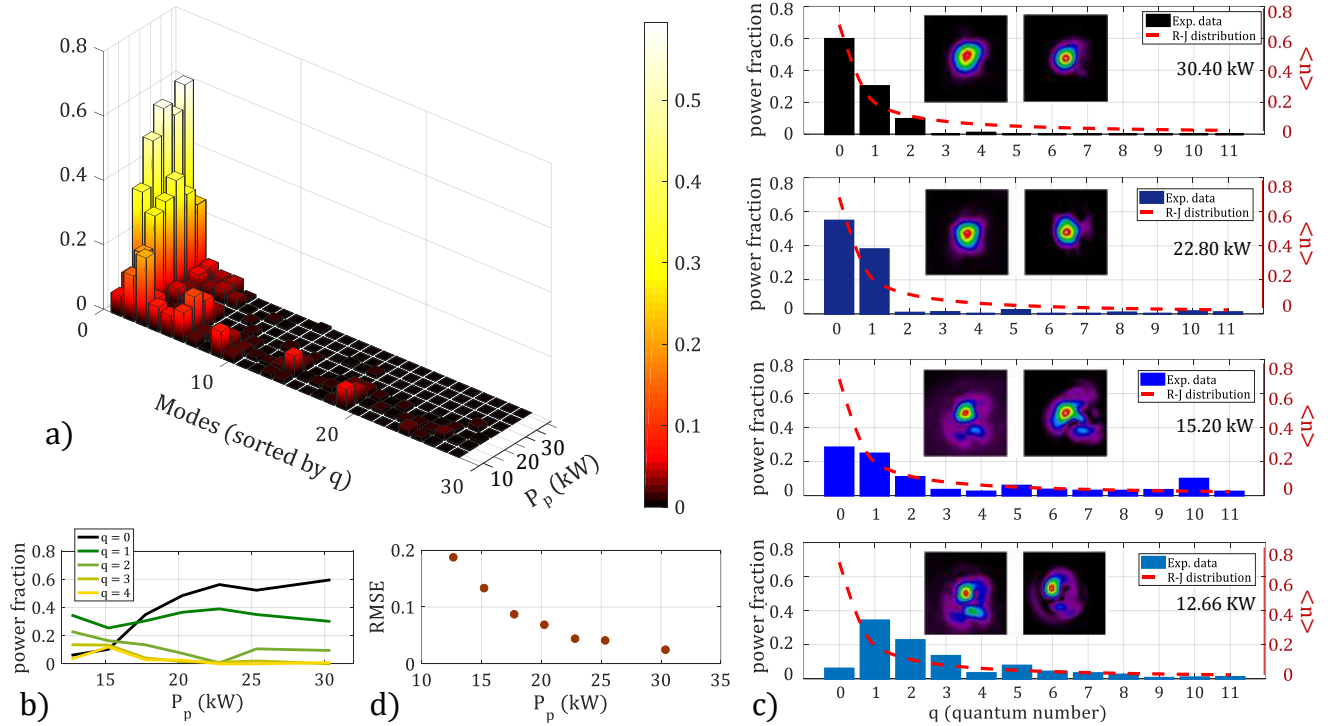


Рис. 3.10. То же, что на рис.3.9 для импульсов длительностью 174 фс. Условия заведения те же, что и на рис.3.9. Параметры подгонки: $\mu = -63,96 \text{ mm}^{-1}$ и $T = 1,01 \text{ mm}^{-1}$.

зависят от длительности импульса и могут варьироваться только за счет изменения условий заведения, что соответствует теоретическим прогнозам [65]. Однако в случае анализа методом МД, представленного на рис.3.11 и 3.12, найденные значения T и μ различаются по сравнению со значениями на рис. 3.9 и 3.10. Это связано с тем, что отличались условия заведения излучения в волокно. Кроме того, результаты, представленные на рис. 3.11 и 3.12, были получены при слегка отличающихся длинах волн (1030 нм и 1064 нм соответственно). Результаты полученные с различной длительностью импульса, таким образом, экспериментально подтверждают, что KBSC может быть достигнут с импульсами в диапазоне от фемтосекундной до субнаносекундной длительности.

3.2.3. Распределение радиальных мод

До сих пор при отображении распределений мод сортировка производилась по их PQN. Это наиболее удобный способ, когда анализ ограничивается пучками, не обладающими орбитальным угловым моментом (orbital angular

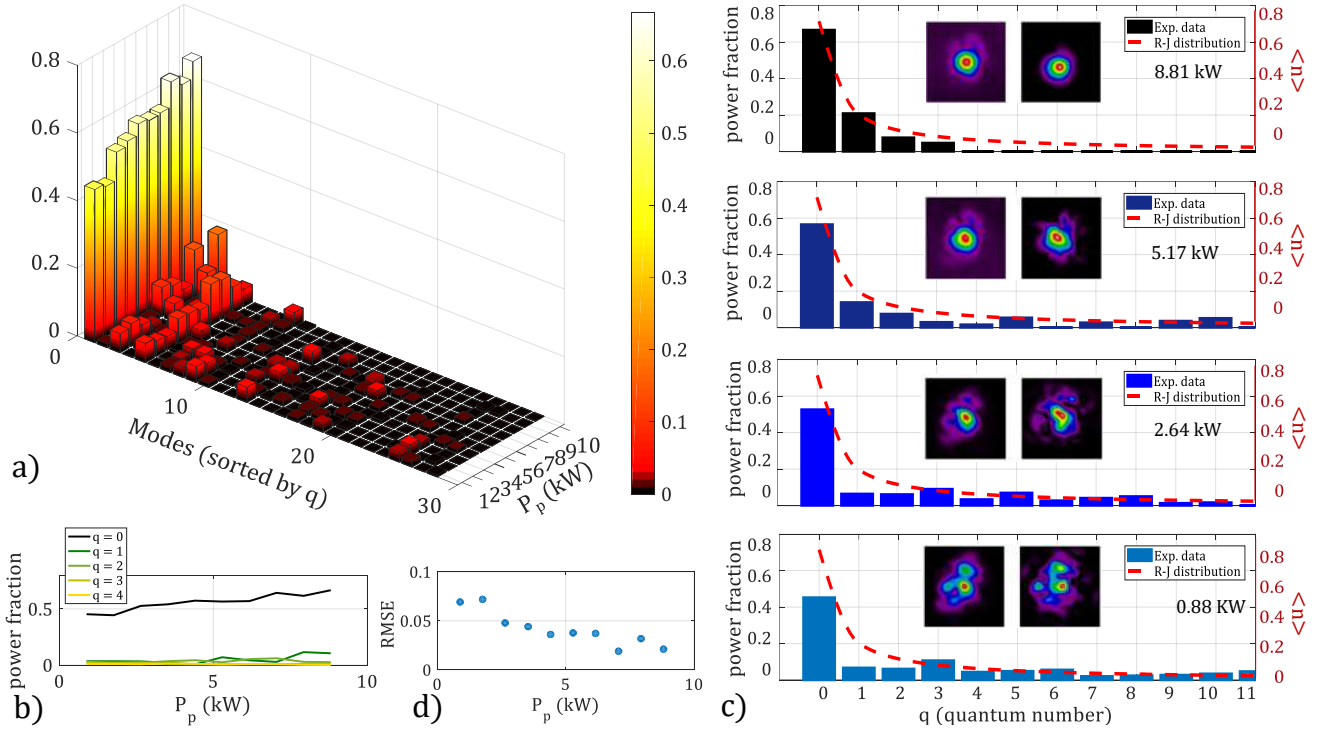


Рис. 3.11. То же, что и на рис.3.9 для импульсов длительностью 1 пс и при отличных условиях заведения. Параметры подгонки: $\mu = -64, 26 \text{ mm}^{-1}$ и $T = 1, 08 \text{ mm}^{-1}$.

momentum, OAM), т.е. при заведении радиально-симметричного лазерного пучка в центр сердцевины волокна, как это происходило в данном случае. Однако, базисные для GRIN MM волокна LG моды зависят от двух индексов (радиального и азимутального). Тогда естественно возникает вопрос, как выглядит равновесное распределение при сортировке мод по ℓ и m ? Такая сортировка выполняется следующим образом: сначала моды делятся на группы по ℓ , а внутри каждой группы моды дополнительно сортируются по абсолютному значению $|m|$. Данное распределение показано на рис.3.13 для всех рассмотренных значений длительности входного импульса.

Рис.3.13 позволяет ясно понять, что распределение RJ действительно представляет собой последовательность подраспределений. На самом деле, при каждом значении радиального индекса ℓ мода, имеющая $m = 0$, является наиболее населенной в распределении. Тогда как заполняемость $\langle n_{\ell, m \neq 0} \rangle$ стремится к нулю с ростом m . Стоит подчеркнуть, что ступеньки красной сплошной кривой (теоретическое распределение RJ) при переходе от ℓ к $\ell + 1$ обусловлены конеч-

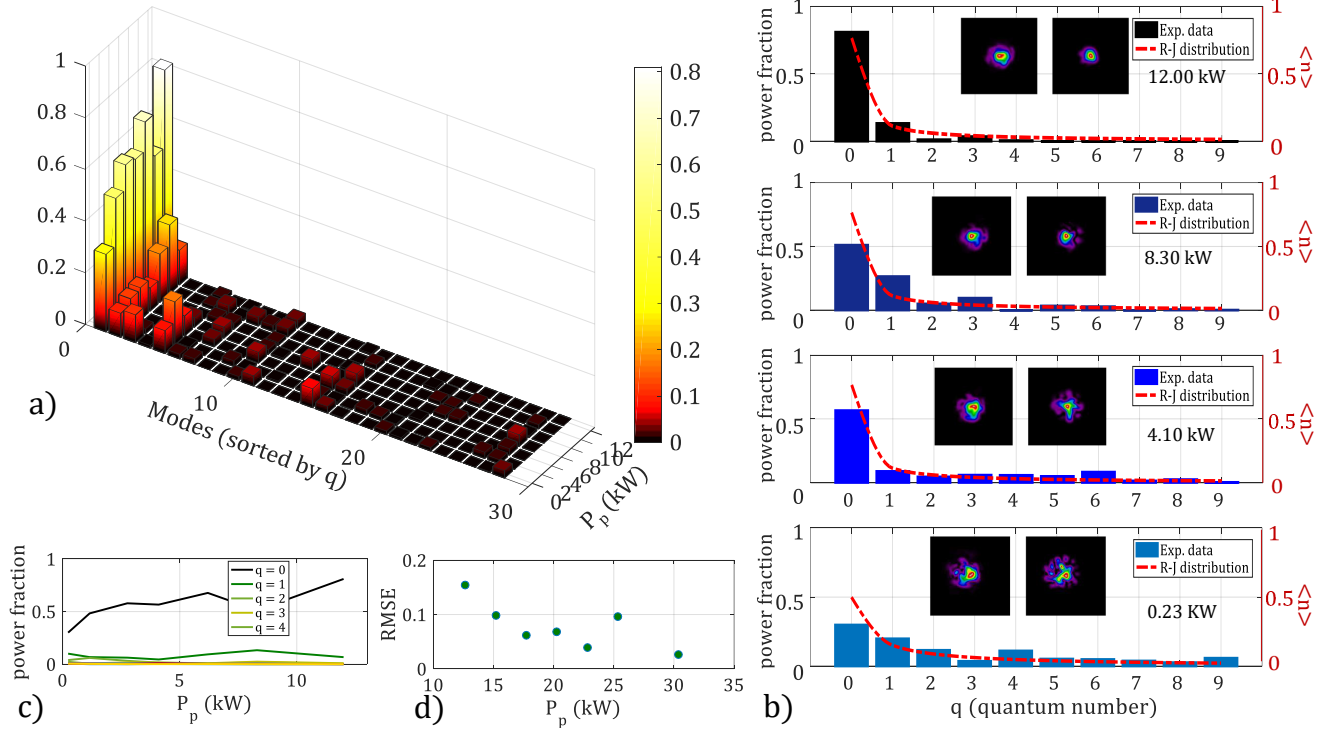


Рис. 3.12. То же, что и на рис.3.9 для импульсов длительностью 435 пс и при отличных условиях заведения. Параметры подгонки: $\mu = -51,86 \text{ mm}^{-1}$ и $T = 0,72 \text{ mm}^{-1}$.

ным числом мод системы. Аналогичные кривые, хотя и гораздо более длинные, были бы получены, если бы учитывалось наличие мод более высоких порядков.

При сортировке мод по радиальному индексу их распределение подчеркивает симметрию равновесного распределения относительно азимутального индекса m . С математической точки зрения это обеспечивается наличием модуля в определении импульса мод GRIN волокна. Таким образом, согласно уравнению (3.1), $\langle n_{\ell,m} \rangle = \langle n_{\ell,-m} \rangle$. Экспериментально это демонстрирует рис.3.13. Как видно, каждая пара столбцов, соответствующих модам с одинаковым значением ℓ и противоположными знаками m , имеет одинаковую высоту, опять же независимо от длительности импульса.

3.2.4. Подтверждение законов сохранения

Дальнейшее исследование симметрии заполнения мод относительно азимутального квантового числа m выявляет важную особенность KBSC: сохранение

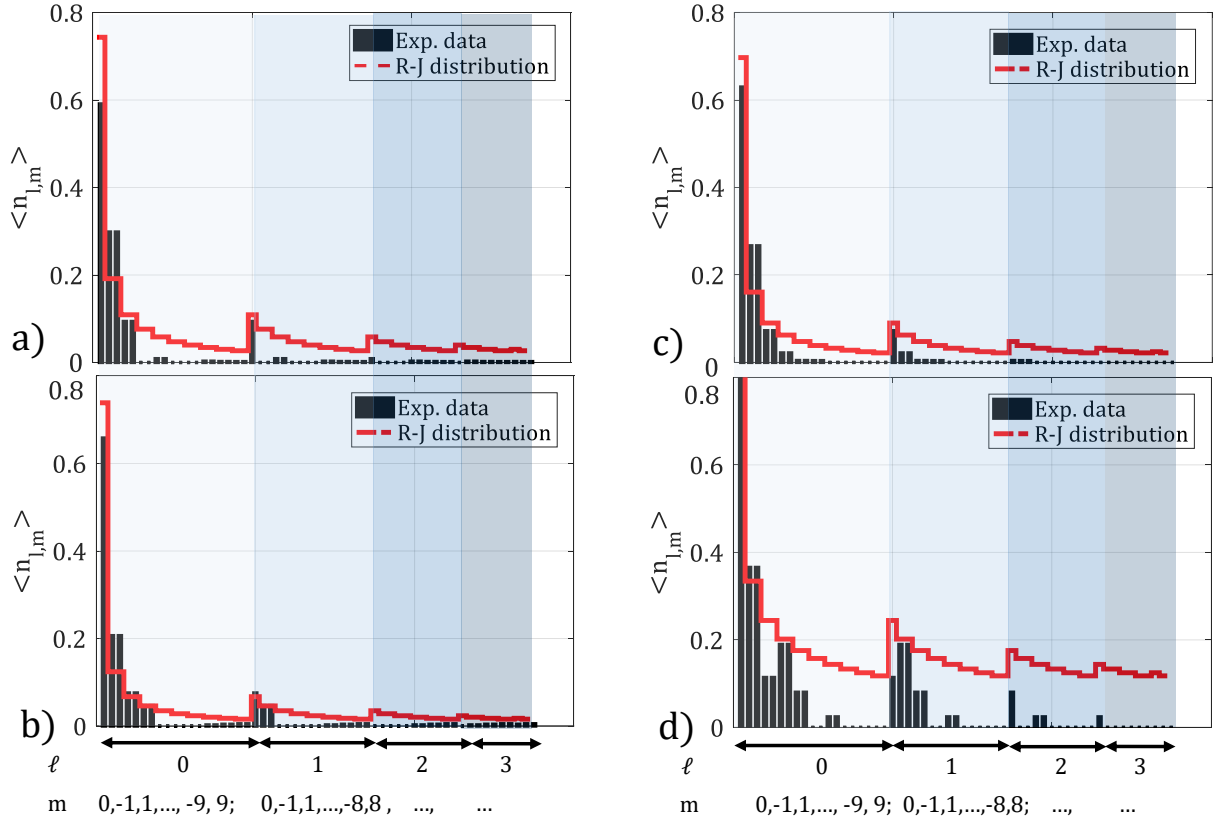


Рис. 3.13. Иллюстрация результатов МД при сортировке мод по их радиальному индексу ℓ при длительности входного импульса 174 фс (a), 1 пс (b), 7,6 пс (c) и 435 пс (d). Черные столбцы представляют собой экспериментально полученные значения доли мощности каждой моды, а красная линия представляет собой теоретическое распределение R-J.

четности мод (M), которая определяется как:

$$M = \hbar \sum_{\ell,m} m \cdot n_{\ell,m}. \quad (3.2)$$

Сохранение M связано с сохранением ОАМ, что обеспечивается цилиндрической формой световода. Однородность волокна по оси z создает условия для сохранения полного продольного импульса, эквивалентного гамильтониану в термодинамическом подходе, который формулируется следующим образом:

$$H = c \sum_{\ell,m} p_{\ell,m} n_{\ell,m} = c \sum_{\ell,m} \hbar k_{\ell,m} n_{\ell,m} = c \hbar \sum_{\ell,m} k_{\ell,m} n_{\ell,m}, \quad (3.3)$$

где $p_{\ell,m}$, $k_{\ell,m}$ и $n_{\ell,m}$ импульс, константа распространения и заполняемость моды

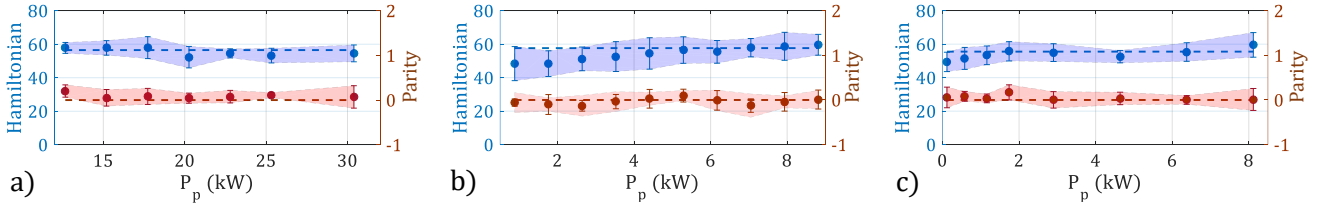


Рис. 3.14. Сохранение гамильтониана H и четности M при длительности входного импульса 174 фс (а), 1 пс (б) и 7,6 пс (в) соответственно. Планки погрешностей оцениваются путем рассмотрения всех реконструкций ближней зоны выходного пучка при каждой входной мощности. Горизонтальные штриховые линии получены из RJ-распределения, которое соответствует экспериментально полученным данным в режиме KBSC.

(ℓ, m) соответственно, а c скорость света в вакууме. В данном выводе, по сути, не учитывался какой-либо вклад в энергию, который может возникнуть от углового момента, переносимого каждой модой, т. е. аналогично вращательной кинетической энергии классической механики. Кроме того, была исследована степенная зависимость гамильтониана и полного числа частиц, законы сохранения которых лежат в основе данной теоретической модели.

На рис.3.14 показано, что и гамильтониан, и четность остаются почти постоянными при изменении входной пиковой мощности для всех длительностей входного импульса. В частности, было обнаружено, что $H_{exp} \simeq 55,3 \text{ mm}^{-1}$ и $M_{exp} \simeq 0,04$, $H_{exp} \simeq 55,4 \text{ mm}^{-1}$ и $M_{exp} \simeq -0,02$, и $H_{exp} \simeq 54,1 \text{ mm}^{-1}$ и $M_{exp} \simeq 0,01 \text{ mm}^{-1}$, при длительности импульса 174 фс, 1 пс и 7,6 пс соответственно. Эти результаты можно сравнить со значениями H и M , рассчитанными путем подстановки RJ-распределения, которое соответствует экспериментально полученным данным, в уравнение (3.3) и уравнение (3.2). Было обнаружено, что $H_{RJ} = 56,7 \text{ mm}^{-1}$, $H_{RJ} \simeq 57,6 \text{ mm}^{-1}$, $H_{RJ} \simeq 56,1 \text{ mm}^{-1}$ при длительности импульса 174 фс, 1 пс и 7,6 пс соответственно. Тогда как $M_{RJ} = 0$, что ожидаемо в силу упомянутой выше симметрии распределения RJ.

Наконец, хорошо известно, что количество частиц сохраняется, поскольку линейное поглощение составляет менее 1 дБ/км на рабочей длине волны [101]. Закон сохранения числа частиц был бы нарушен, если бы работа велась в разных режимах, например, с присутствием непренебрежимого линейного или нелинейного поглощения. Тем не менее, это потребовало бы, с одной стороны,

попадания длины волны в ультрафиолетовый или средний инфракрасный диапазоне (т. е. достижения ширины запрещенной зоны кварца или запуска фоновых резонансов) или, с другой стороны, пиковой мощности импульса, значительно превышающей пороговое значение KBSC [102].

3.3. Анализ пучков, обладающих ненулевым орбитальным угловым моментом

Исследования эффекта KBSC приведены для пучков, обладающих нулевым ОАМ. В то время, как термодинамическая теория предсказывает (в случае термализации) наличие закона сохранения ОАМ в добавок к сохранению числа частиц, полной энергии и полного продольного импульса. В данной главе проведено исследование нелинейной динамики пучков с ненулевым ОАМ: рассмотрено, как изменяется равновесное распределение при появлении ещё одной сохраняющейся величины, описаны условия заведения пучков, а также приведены результаты их МД.

3.3.1. Равновесное распределение в случае наличия ОАМ

В теоретической модели амплитуда импульса A в GRIN MM волокне раскладывается на нормированные собственные функции ОАМ $F_{\ell,m}$, так что

$$A(t, z, r, \phi) = \sum_{k,\ell,m} A_{\ell,m}(\omega_k, z) e^{i\omega_k t - ip_{\ell,m}(\omega_k)z + im\phi} F_{\ell,m}(r), \quad (3.4)$$

при этом $2\pi \int_0^\infty r dr (F_{\ell,m}(r))^2 = 1$. Здесь $p_{\ell,m}(\omega_k)$ и $A_{\ell,m}(\omega_k, z)$ - константа пространства и медленно меняющаяся амплитуда моды с радиальным индексом ℓ , азимутальным индексом m и частотой $\omega_k = \omega_0 + 2\pi Hk$, где ω_0 - несущая частота, а H - частота повторения импульсов. В дальнейших экспериментах полученные в базисе LG данные об амплитудах мод преобразуются в амплитуды ОАМ мод, как описано в разделе 2.5

Нормируем $|A(t, z, r, \phi)|^2$ на интенсивность пучка, так что для каждой моды (ℓ, m) и частотной компоненты ω_k мы можем ввести среднюю мощность $W_{k,\ell,m}(z) = |A_{\ell,m}(\omega_k, z)|^2$, энергию моды в импульсе $E_{k,\ell,m}(z) = W_{k,\ell,m}(z)/H$, число фотонов $N_{k,\ell,m}(z) = E_{k,\ell,m}(z)/\hbar\omega_k$, продольную составляющую импульса $P_{k,\ell,m}(z) = p_{\ell,m}(\omega_k)N_{k,\ell,m}(z)$, и ОАМ $M_{k,\ell,m}(z) = \hbar m N_{k,\ell,m}(z)$. В процессе FWM действуют четыре закона сохранения. В частности, полная энергия каждого импульса $E = \sum_{k,\ell,m} E_{k,\ell,m}(z) = \text{const}$, число фотонов в каждом импульсе $N = \sum_{k,\ell,m} N_{k,\ell,m}(z) = \text{const}$, продольная составляющая импульса $P = \sum_{k,\ell,m} P_{k,\ell,m}(z) = \text{const}$, и продольная составляющая ОАМ $M = \sum_{k,\ell,m} M_{k,\ell,m}(z) = \text{const}$. Все сохраняющиеся величины (E, N, P, M) полностью определяются условиями заведения лазерного пучка в волокно. Во время распространения пучка FWM приводит к обмену энергией между модами волокна, перемешивая значения $N_{\ell,m,k}(z)$ подобно столкновениям частиц в газе. Тогда можно ожидать, что система фотонов достигает термодинамического равновесия за конечное "время" (т.е. за конечное расстояние, скажем, z^*), когда каждый элементарный процесс FWM, приводящий к передаче энергии в некоторые моды обладает той же вероятностью, что и его обратный процесс. В этом случае, при $z > z^*$, статистика идеального газа описывается распределением Больцмана.

При $z > z^*$ это приводит к формуле RJ для числа фотонов $N_{k,\ell,m} = \frac{T}{\hbar\omega'_{k,\ell,m} - \mu}$, занимающих моду (k, ℓ, m) в системе координат, движущейся вместе со световым импульсом со скоростью V и вращающейся с угловой скоростью Ω [103]. Здесь T - статистическая температура фотонов в световом импульсе (что аналогично температуре электронов в электронных пучках ускорителей частиц), μ - химический потенциал, $\omega'_{k,\ell,m} = \gamma(\omega_k - Vp_{\ell,m} - \Omega m)$, и $\gamma = 1/(1 - V^2/c^2)^{1/2} \simeq \sqrt{2}$ - релятивистский фактор, c - скорость света в вакууме. При тепловом равновесии число фотонов $N_{k,\ell,m}$, занимающих моду (ℓ, m) с

частотой ω_k в лабораторной системе, после всех подстановок читается как

$$N_{k,\ell,m} = \frac{T/\sqrt{2}}{\hbar\omega_k - \frac{\mu}{\sqrt{2}} - \hbar V p_{\ell,m} - \hbar\Omega m}, \quad (3.5)$$

что является обобщенной формой распределения RJ.

Процессы FWM должны подчиняться законам сохранения E , N , P и M , которые приводят к следующим условиям

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4, \quad (3.6)$$

$$p_{\ell_1,m_1}(\omega_1) + p_{\ell_2,m_2}(\omega_2) = p_{\ell_3,m_3}(\omega_3) + p_{\ell_4,m_4}(\omega_4), \quad (3.7)$$

$$m_1 + m_2 = m_3 + m_4, \quad (3.8)$$

где ℓ_i , m_i и ω_i с $i = 1, 2, 3, 4$ характеризуют каждую из четырех волн. Если любое из уравнений (3.6), (3.7) или (3.8) не удовлетворяется, процесс рассеяния запрещен, условие эргодичности не выполняется, и многомодовая оптическая система никогда не достигает своего термодинамического равновесия.

Рассмотрим FWM пучков с узким спектром, т.е, $|\omega_j - \omega_0| \ll \omega_0$. В этом случае константы распространения мод могут быть разложены как $p_{\ell,m}(\omega_j) = p_{\ell,m}(\omega_0) + p'_{\ell,m}(\omega_j - \omega_0) + 0.5p''_{\ell,m}(\omega_j - \omega_0)^2$. Согласно уравнениям (3.6) и (3.7), процессы FWM в пределах одной поперечной моды имеют рассогласование $\delta p_{\ell,m} = p''_{\ell,m}(\omega_1 - \omega_3)(\omega_1 - \omega_4)$. Эффективность FWM сильно подавляется для значений рассогласования больше, чем обратная величина нелинейной длины. В результате, нелинейное спектральное уширение светового пучка ограничено на больших расстояниях распространения [104]. При взаимодействии различных поперечных мод рассогласование FWM может быть равно нулю лишь иногда, то есть всего для нескольких квартетов волн. В результате уширение волновых спектров при термализации не происходит. Поэтому в дальнейшем ограничимся импульсами с узким спектром ($\omega_k \simeq \omega$). Собственно говоря, в дальнейших экспериментах используется относительно узкополосные пикосекундные импульсы,

спектральное уширение которых пренебрежимо мало на расстояниях z^* , составляющих несколько метров.

В частном случае GRIN волокна константы распространения мод эквидистантны $p_{\ell,m} = p_{0,0} - n(2\pi/L_B)$, где $n = 2\ell + |m|$ - квантовое число, а L_B - длина самовоспроизведения [105]. Условие уравнений (3.7) и (3.8) может быть выполнено для многих квартетов с $n_1 + n_2 = n_3 + n_4$ и $m_1 + m_2 = m_3 + m_4$ одновременно. В результате выполняется условие эргодичности, и равновесное распределение (3.5) достигается после подходящей нелинейной длины и может быть записано как

$$N_{\ell,m} = \frac{N_{0,0}}{1 - (2\pi V/L_B \tilde{\mu})(2\ell + |m|) + (\Omega/\tilde{\mu})m}, \quad (3.9)$$

где $\tilde{\mu} = \mu/\hbar\sqrt{2} + Vp_{0,0} - \omega$ [106]. Заметим, что средняя мощность поперечной моды W_{lm} имеет такое же распределение. Отметим, что процесс FWM в многомодовом волокне может быть описан в рамках подхода кинетического уравнения [50], для которого распределение (3.9) является стационарным решением.

Важно отметить, что уравнение (3.9) показывает, что равновесное распределение RJ асимметрично относительно $m = 0$, благодаря присутствию множителя Лагранжа Ω , который связан с сохранением общего ОАМ (см. рис.3.15b, где $\Omega > 0$). В частности, частоты $(2\pi V/L_B)$ и Ω должны быть сравнимы, чтобы существенно изменить симметрию распределения RJ вокруг $m = 0$. Тогда как, если $\Omega = 0$, т.е. если теория не провозглашает сохранение продольного ОАМ, то восстанавливается обычное симметричное распределение RJ, заданного уравнением (3.1) [45] (см. рис.3.15a). Исходя из этого соображения, можно связать наличие ОАМ с асимметрией распределения мод, т.е. с ненулевым значением среднего азимутального индекса $\langle m \rangle \propto \Omega$, где $\langle m \rangle$ считается по формуле (2.30)

Нарушение симметрии равновесного распределения относительно $m = 0$ означает, что всякий раз, когда происходит термализация ($\tilde{\mu} \neq 0$), колоколообразный профиль выходного пучка не может быть получен, если только

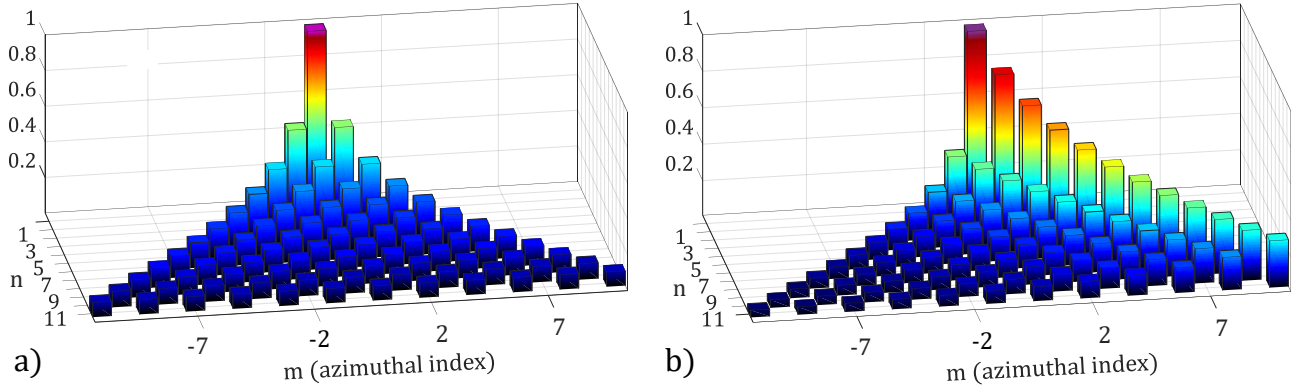


Рис. 3.15. Равновесное распределение для $\Omega/\tilde{\mu} = 0$ (а) и $\Omega/\tilde{\mu} = -0.75$ (б). На обоих графиках $N_{0,0} = 1$ и $2\pi V/L_B \tilde{\mu} = 1$.

$\langle m \rangle = \Omega = 0$, несмотря на то, что основная мода всегда является доминирующей модой в выходном тепловом распределении. Экспериментально это означает, что для достижения KBSC всегда необходимо вводить пучок, который не обладает ОАМ, например, радиально-симметричные гауссовы лучи, заведенные в центр сердцевины волокна.

3.3.2. Возбуждение пучков с ненулевым ОАМ

Для возбуждения ОАМ на вход ММ волокна подавался гауссовский пучок, который вводится с углом наклона ϑ и поперечным смещением y_0 относительно его оси (см. рис.3.16 а,б). Такие условия заведения приводят к спиральному распространению излучения вдоль волокна [31, 107]. Спиральная траектория переносит продольный ОАМ, который можно грубо оценить как

$$\langle m \rangle_{the} = 2\pi \frac{y_0 \sin \vartheta}{\lambda}. \quad (3.10)$$

Интересно, что величину входного ОАМ можно настроить, изменяя смещение пучка при заведении. В частности, входной ОАМ становится больше с увеличением y_0 , и его знак можно изменить, заводя излучение в диаметрально противоположные точки, тем самым изменяя хиральность спирали. [31]. Уравнение (3.10) использовалось, чтобы подтвердить справедливость использовавшейся выборки мод.

На рис.3.16 d показан способ наглядной группировки ОАМ мод, который будет использоваться в дальнейшем. Таким образом, можно подчеркнуть различие между группами мод, представленными числом g : они имеют одно и то же значение PQN равное n , но разные знаки m . В частности, моды с нечетным n сгруппированы в три блока: один для $m < 0$, один для $m > 0$ и один для $m = 0$. С другой стороны, для мод с четным n пропущено значение $m = 0$, поэтому они сгруппированы только в два блока, один для $m < 0$ и один для $m > 0$.

Для того, чтобы убедиться в наличии ОАМ у полученных данным образом пучков, распространяющихся по спиральной траектории, было проведено численное моделирование с учетом случайной линейной связи и FWM, для разных мощностей. Результаты моделирования приведены на рис. 3.16 с (на входе волокна), e, f (на выходе). Условия заведения $\vartheta = 2^\circ$ и $y_0 = -3$ мкм, применяем уравнение (2.30), что соответствует $\langle m \rangle = 0.75$ и $\langle n \rangle = \sum_{\ell, m} (2\ell + |m|) W_{\ell, m} = 2.23$ и совпадает со значением, полученным при использовании формулы (3.10). Более того, для значения мощности $W_p = 30$ кВт распределение мод на выходе волокна оказывается в отличном согласии с обобщенным распределением RJ задаваемым уравнением (3.9). Однако, верификация термализации ОАМ пучков требует экспериментального подтверждения при различных условиях заведения.

3.3.3. МД пучков с ненулевым ОАМ

Справедливость теории и расчетов была подтверждена экспериментами по МД ОАМ пучков на выходе GRIN MM волокна. Использовались лазерные импульсы длительностью 1 пс на длине волны 1030 нм и GRIN волокно длиной 2 м с диаметром сердцевины 50 мкм.

Были получены распределения энергии по модам для различной пиковой мощности входного импульса с двумя различными условиями заведениями. В частности, на рис.3.17 приведен МД-анализ пучка, который на входе имеет поло-

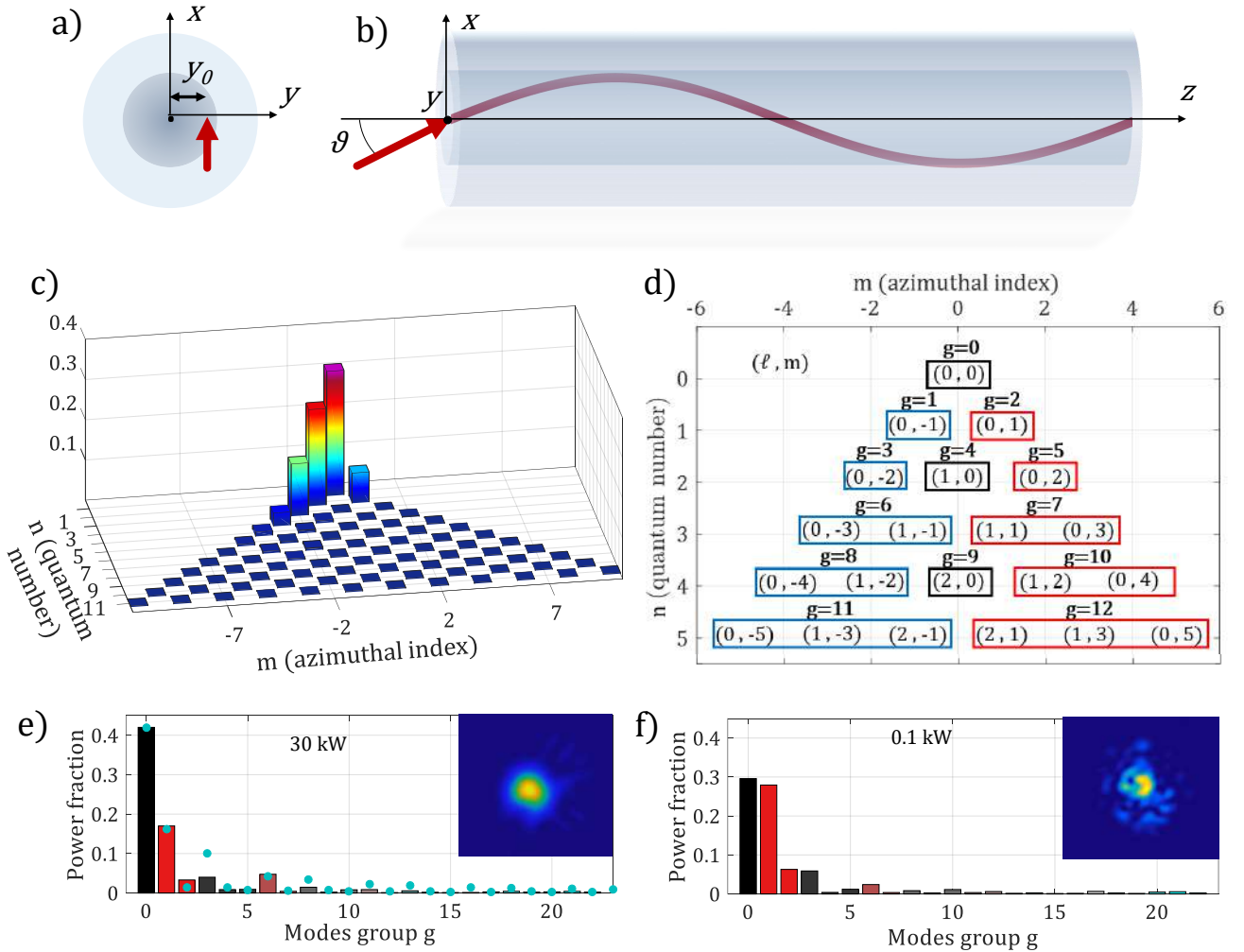


Рис. 3.16. а, б) Схематическое изображение видов спереди и сбоку условий заведения для спирального распространения, несущего положительный ОАМ. в) Распределение мод входного пучка. д) Группировка мод по индексу g . е) Численно смоделированное распределение мод при значении мощности $W_p = 30$ кВт. Голубые точки на двумерном графике представляют значения доли мощности моды, полученные путем аппроксимации экспериментальных данных с помощью уравнения (3.9). ф) То же, что и е) но при $W_p = 0,1$ кВт. Изображения на вставке е) и ф) представляют профили выходной интенсивности пучков.

жительное (рис.3.17 а-с) или отрицательное (рис.3.17 d-f) значение ОАМ. Данные значения ОАМ были получены путем задания отстройки при заведении $y = 2$ мкм и $y = -1$ мкм от центра сердцевинки, соответственно.

На рис.3.17 а,d представлены гистограммы долей мощности мод выходных пучков для нескольких значений W_p . Как видно, модовый состав изменяется при увеличении W_p , в конечном итоге приближаясь к равновесному распределению [108]. Можно оценить, что распределения при $W_p = 17,6$ кВт и

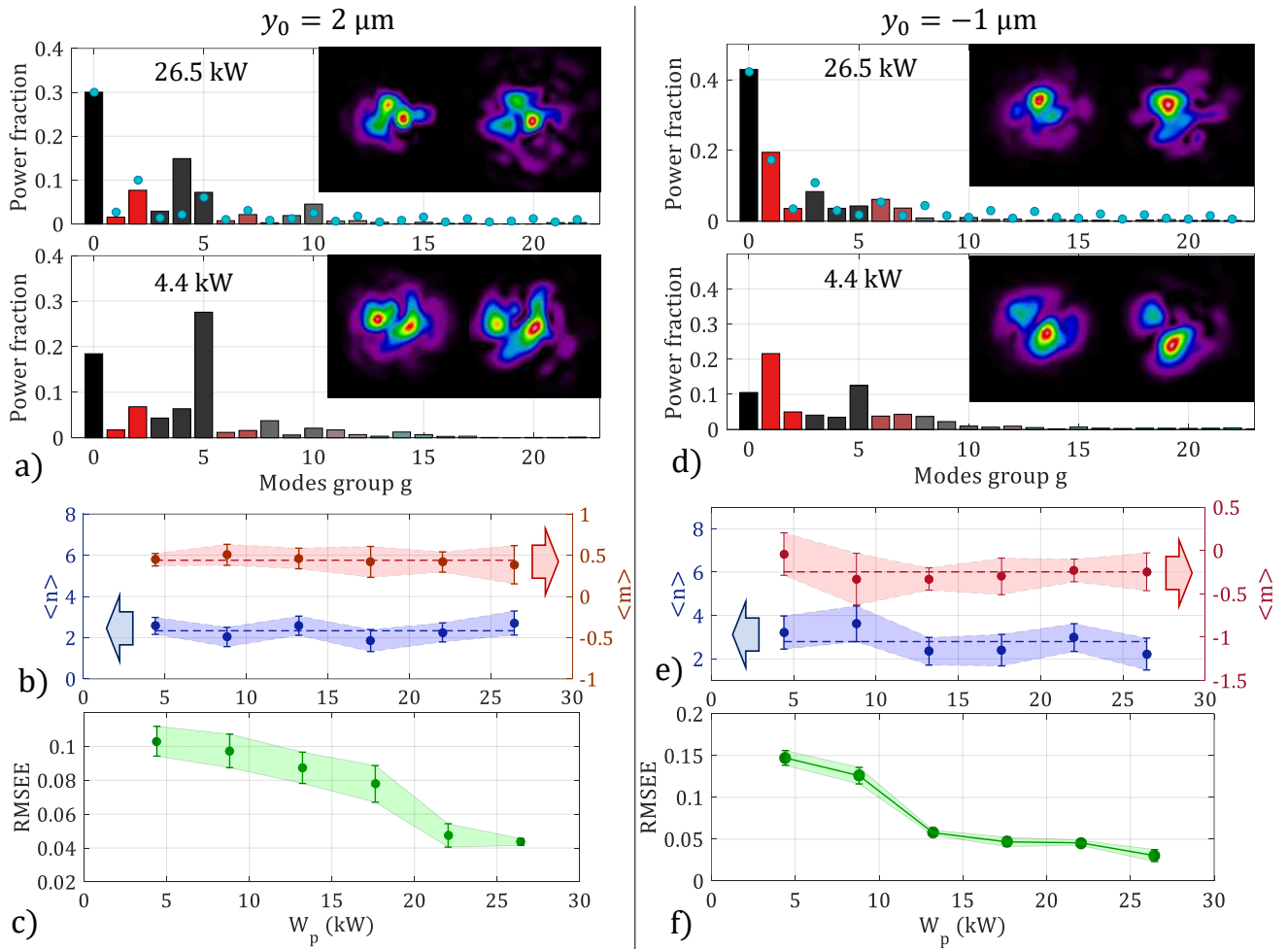


Рис. 3.17. Экспериментальные результаты. а) МД выходного пучка для двух различных значений W_p при $y_0 = 2$ мкм. На вставках представлены измеренные профили выходного пучка (слева) и их реконструкции (справа). Синие точки добавлены путем аппроксимации экспериментальных данных с помощью уравнения (3.9). б) Сохранение $\langle n \rangle$ (синий) и $\langle m \rangle$ (красный). в) RMSE экспериментально полученного распределения мод по отношению к обобщенному RJ распределению (голубые точки на а) в зависимости от входной пиковой мощности. Погрешностей оцениваются путем рассмотрения всех реконструкций ближнего поля выходного луча при каждой входной мощности [100]. d-f) То же, что и а-в), при вводе лазерного пучка со смещением $y_0 = -1$ мкм.

$W_p = 26,5$ кВт очень похожи. В то время как при более низких мощностях наблюдается существенно другое распределение мод в пучке. На вставках в рис. 3.17 a,d сравниваются измеренные распределения выходной интенсивности ближнего поля (изображения в левом столбце) с МД реконструкциями (изображения в правом столбце). Эти изображения впечатляюще похожи для всех значений входной мощности, что подтверждает точность метода МД.

Голубые точки на гистограммах (рис. 3.17 a,d) для самых высоких зна-

чений входной мощности, показывают соответствие экспериментально полученного распределения уравнению (3.9). Как видно, наблюдается хорошее соответствие между экспериментальными долями мощности мод и прогнозом обобщенного RJ распределения. На рис.3.17 b,e показано, что RMSE наблюдаемого распределения мод по отношению к равновесному распределению постепенно уменьшается при увеличении W_p . Это указывает на то, что при обеспечении достаточной пиковой мощности процессы четырехволнового смешения позволяют достичь условия эргодичности для многомодовой системы и, следовательно, ее термализации в равновесное распределение.

Наконец, была доказана правильность гипотезы, лежащей в основе теоретического вывода, то есть законов сохранения E , N , P и M . На самом деле метод МД не позволяет оценить число фотонов в каждой моде $N_{\ell,m}$, так как из изображений, полученных камерой, можно извлечь только усредненные величины. Тем не менее, хорошо известно, что энергия каждого импульса E и, соответственно, число фотонов N сохраняются в экспериментальных условиях, так как диссипативные эффекты линейного или нелинейного происхождения пренебрежимо малы на расстоянии нескольких метров волокна для пикосекундных импульсов пиковой мощности в несколько десятков кВт на длинах волн около 1 мкм. Экспериментально проверено сохранение значений $\langle n \rangle$ и $\langle m \rangle$, связанных с импульсом и угловым моментом соответственно. Как видно из рис.3.17 c,f, при изменении W_p обе величины колеблются в пределах экспериментальных погрешностей вокруг постоянного значения. В частности, было установлено, что $\langle m \rangle \simeq 0,46$ при $y_0 = 2$ мкм и $\langle m \rangle \simeq -0,24$ при $y_0 = -1$ мкм. Это согласуется с теоретическими ожиданиями: формула (3.10) дает $\langle m \rangle = 0,44$ и $\langle m \rangle = -0,22$ соответственно.

3.3.4. МД пучков с нулевым ОАМ

Рассмотрим частный случай, когда пучок распространяется без ОАМ. В этом случае распределение (3.5) сводится к распределению RJ, задаваемому

уравнением (3.1). Пучок вводится без смещения относительно оси волокна ($y_0 = 0$) при сохранении наклонной геометрии ($\vartheta = 2^\circ$), что отличает данный случай от описанного ранее. На рис.3.18а показано распределение мод на выходе в линейном (нижняя панель) и нелинейном (верхняя панель) режимах. Как видно, модовый состав меняется при изменении W_p . В частности, фундаментальная мода становится более населенной при увеличении W_p , а выходное распределение достигает равновесия. Однако в этом случае, когда равновесие достигнуто, мы можем отметить симметрию доли мощности, связанной с противоположными знаками азимутального индекса. И действительно, на рис.3.18а можно заметить, что соседние полосы с одинаковым цветом стремятся достичь одинаковой высоты при увеличении пиковой мощности входного сигнала, что расходуется с гистограммами, представленными на рис.3.17а,d. На вставке рис.3.18а, сравниваются измеренные выходные интенсивности ближнего поля (слева) с МД-реконструкциями (справа). На рис.3.18b показано, что RMSE наблюдаемого распределения мод относительно RJ также постепенно уменьшается при увеличении W_p , как и в предыдущих экспериментах. Более того, на рис.3.18с можно убедиться в сохранении $\langle m \rangle$ и $\langle n \rangle$. Однако, можно заметить, что в этой конфигурации тепловое равновесие не достигается. Действительно, несмотря на высокую входную мощность (27,6 кВт), экспериментальная заселенность мод остается далекой от распределения RJ (голубые точки на рис. 3.18а). Это согласуется с тем, что выходной пучок еще не достиг состояния KBSC (см. вставку). Последнее может быть достигнуто путем уменьшения угла заведения, так как в этой конфигурации термализация требует меньших значений пиковой мощности для данной длины волокна. Это показано на рис.3.18d-f. Как видно, для $\vartheta = 0.5^\circ$, KBSC в результате оптической термализации достигается при меньшей входной пиковой мощности по сравнению с предыдущим случаем. Наконец, подчеркнем, что оба рис.3.18с и d подтверждают, что ОАМ равен нулю, и он сохраняется при увеличении W_p , т.е. при изменении степени нелинейного межмодового взаимодействия.

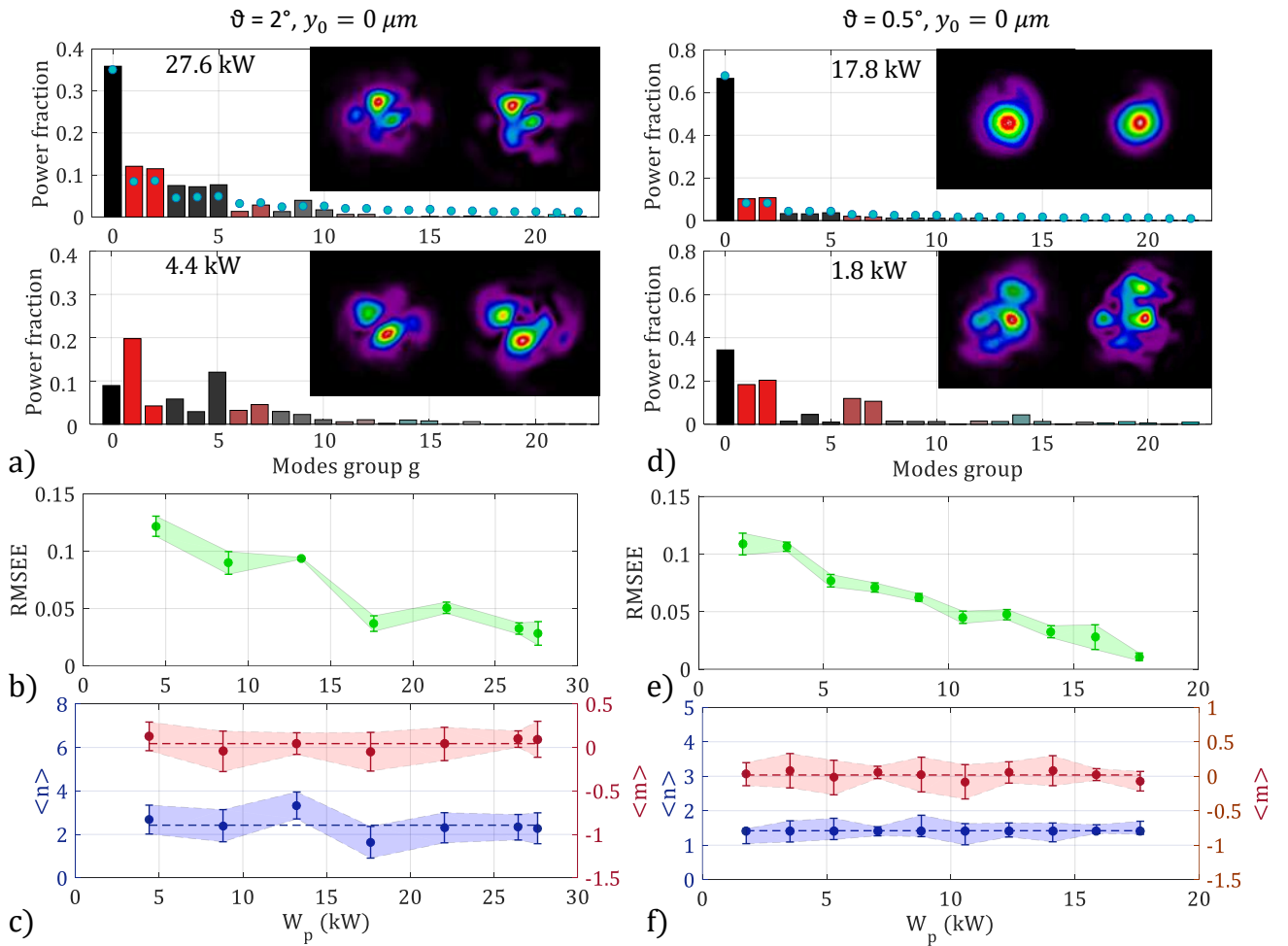


Рис. 3.18. Результаты экспериментов в случае нулевого ОАМ. а) МД выходного пучка как в линейном (нижняя панель), так и в нелинейном (верхняя панель) режимах. На вставке показаны измеренные профили выходного пучка (слева) и их реконструкция (справа). Синие точки получены в результате подгонки экспериментальных данных по уравнению (3.9). б) RMSE экспериментальных распределений мод относительно распределения RJ (голубые точки в а) в зависимости от пиковой мощности входного сигнала. в) Сохранение $\langle n \rangle$ (синий) и $\langle m \rangle$ (красный). Результаты в а-в) соответствуют $\vartheta = 2^\circ$ и $y_0 = 0$. d-f) То же, что и в а-в), при заведении лазерного пучка с $\vartheta = 0.5^\circ$.

3.4. Фиксация фаз при эффекте KBSC

До этого момента в работе межмодовые фазы использовались исключительно для восстановления пучка, чтобы сравнить его схожесть с исходным. Если же исследовать динамику распределения фаз в модах низшего порядка при увеличении мощности, наблюдается интересный эффект своеобразной фиксации (синхронизации) фаз, начиная с некоторого уровня мощности, совпадающим с порогом возникновения KBSC.

3.4.1. Теоретические предпосылки

Термодинамический подход игнорирует временные аспекты и не учитывает относительную фазу между модами. Следовательно, в этих рамках термализованные пучки необязательно когерентны. Это происходит потому, что термодинамика включает только усредненные величины: в отличие от амплитуд, среднее значение которых ненулевое, среднее значение фазы равно нулю, поскольку последняя колеблется в интервале от $-\pi$ до π [50, 51]. Это означает, что термодинамика по своей сути не объясняет главное свойство KBSC, а именно, устойчивое сохранение пространственной когерентности, а также значительное улучшение качества (яркости) пучка [43, 52, 55]. Эти свойства неразрывно связаны с существованием фиксированного фазового соотношения между пространственными модами. Как следствие, чисто термодинамические соображения о нелинейном распространении пучка приводят к описаниям когерентности пучка, которые не отражают всех аспектов реальных экспериментов по KBSC [109].

Для полноценного исследования эффекта, необходимо определить эволюцию нелинейной пространственной фазы (φ_j), что на практике является сложной задачей. Далее будет продемонстрировано, что KBSC сопровождается эффектом (индуцированным мощностью) фиксации фаз среди мод низшего порядка, которые несут большую часть мощности пучка.

Для начала представим оптическое поле (Ψ) в GRIN волокне как

$$\Psi(z, \theta, r) = \sum_{j=1}^M c_j(z) \psi_j(\theta, r) e^{-i\beta_j z}, \quad (3.11)$$

где $\psi_j(\theta, r)$ - это j -я мода, а $c_j(z) = A_j(z) e^{i\varphi_j(z)}$ - соответствующий коэффициент Фурье. Распределение мод при KBSC приведено на рис. 3.19а. На рис. 3.19б изображены моды волокна в LG базисе. Моды приведены в треугольной форме, чтобы подчеркнуть их вырождение относительно константы распространения $\beta_j = \beta_0 - (q_j + 1)\Delta\beta$, где $\beta_0 = 8937.1 \text{ мм}^{-1}$, $\Delta\beta = 5.5 \text{ мм}^{-1}$, и $q_j + 1 =$

$[(\sqrt{1+8j}-1)/2]$ - вырождение мод. Вырожденные моды показаны в одном ряду. Заметим также, что согласно закону RJ, определяемому уравнением (3.1), вырожденные моды имеют равные амплитуды при тепловом равновесии (см. полосы одинаковой высоты на рис. 3.19а).

Для того чтобы подчеркнуть, что фазовая фиксация мод является важнейшим компонентом в KBSC для повышения качества пучка, на рис. 3.19с рассмотрено три возможных набора значений $\{\varphi_j\}$, т.е. $\varphi_j = 0 \forall j$ (зеленые точки), экспериментальные φ_j , как описано ниже (красные точки), и промежуточные значения (синие точки). Профиль интенсивности на расстоянии $z = L$, рассчитанный как $|\sum A_j \psi_j e^{i\beta_j L} e^{i\varphi_j}|^2$, с A_j по распределению RJ, показан на рис. 3.19d. Как видно, самое высокое качество пучка получено для экспериментальных значений φ_j (изображение в красной рамке); в противном случае наблюдаются пучки низкого пространственного качества (изображения в зеленой и синей рамках).

Для получения условия фазовой фиксации, запишем уравнение Шрёдингера:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = -i\hat{H}\Psi, \quad (3.12)$$

где \hat{H} - оператор гамильтониана. Согласно гипотезе слабой нелинейности, действие гамильтониана на моду сводится к её умножению на свою собственную константу распространения, т.е.,

$$\hat{H}\psi_j(\theta, r) = \beta_j\psi_j(\theta, r). \quad (3.13)$$

Здесь мы пренебрегаем нелинейной частью \hat{H} , которая на несколько порядков меньше линейной части \hat{H} для кварцевого волокна, когда \mathcal{P} порядка десятков киловатт, т.е. типичные экспериментальные условия для KBSC [84]. Тем не менее, нелинейность необходима, в сочетании с линейной модовой связью, для обеспечения термализации волны до распределения RJ на относительно короткой длине волокна [110, 111]. Таким образом, предполагая, что амплитуды

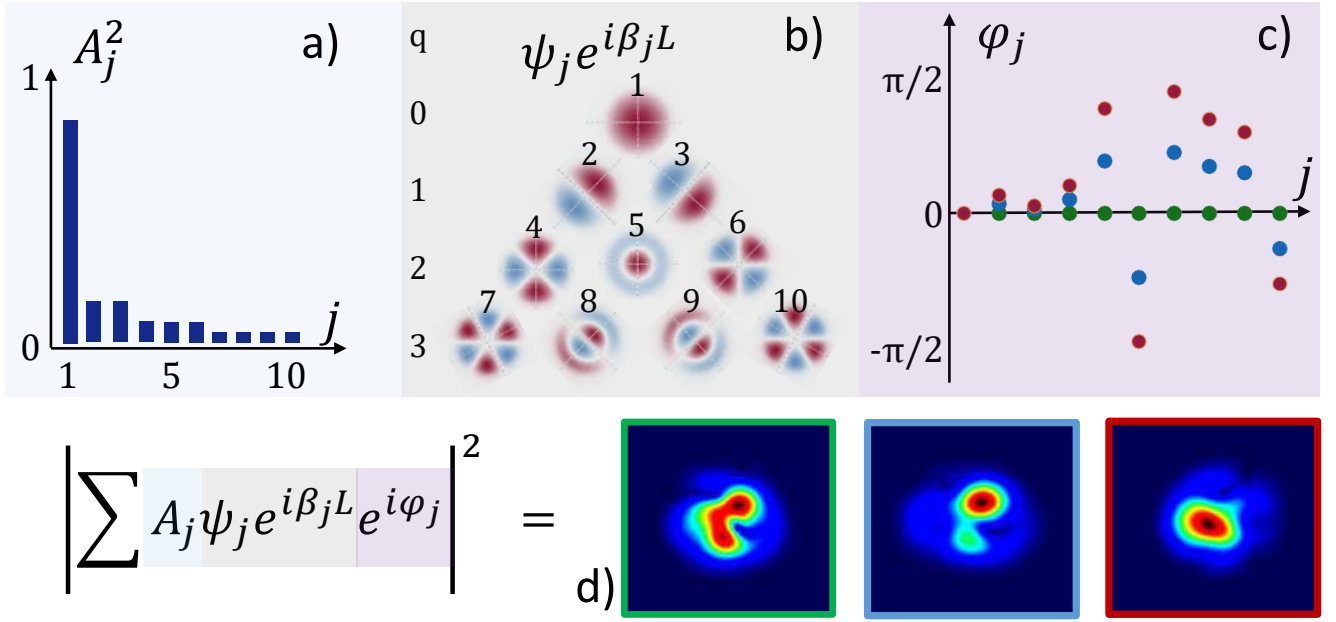


Рис. 3.19. Иллюстрация пространственной модовой фиксации фаз в волокне GRIN. На панели (а) показано распределение мощности мод по закону RJ (3.1) при $T = 0.11 \text{ мм}^{-1}$, $\mu + \beta_0 = -51.06 \text{ мм}^{-1}$; (б) схематичная форма мод волокна GRIN (моды LG). Соответствующее значение индекса моды q_j указано в левой колонке; (с) три фазовых распределения для первых десяти мод (с) и (d) соответствующие интенсивности выходного пучка, используя амплитуды A_j в (а) и $L = 3 \text{ м}$. Качество пучка, измеренное через корреляцию между интенсивностью фундаментальной моды и интенсивностью изображений ближнего поля [54], составляет 85% (зеленый), 91% (синий) и 97% (красный), соответственно.

мод достигают устойчивого значения при $z > z^*$ в согласии с уравнением (3.1); можно сформулировать следующее:

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} = 0 \quad \forall j \quad \text{at} \quad z > z^*. \quad (3.14)$$

Следует отметить, что уравнения (3.14) и (3.1) справедливы для амплитуд мод, усредненных по статистическому ансамблю. Тем не менее, здесь отождествляется среднее значение A_j с его значением в рамках одной экспериментальной реализации (например, путем усреднения по профилю импульса). В пользу этой гипотезы говорит тот факт, что эксперименты по KBSC проводятся с лазерами с синхронизацией мод, импульсы которых имеют очень малые отклонения

между друг другом. Производная поля по z имеет вид

$$\frac{\partial \Psi(\theta, r)}{\partial z} = i \sum_{j=1}^M c_j(z) \psi_j(\theta, r) e^{-i\beta_j z} \left(\frac{\partial \varphi_j}{\partial z} - \beta_j \right), \quad (3.15)$$

что в комбинации с уравнениями (3.12) и (3.13), дает условие:

$$\frac{\partial \varphi_j}{\partial z} = 0 \quad \forall j. \quad (3.16)$$

Это означает, что на достаточно больших расстояниях распространения каждая мода приобретает фазу независимую от z , так что, в конечном счете, все моды оказываются зафиксированными в фазе, т.е. $\partial_z(\varphi_j - \varphi_k) = 0 \quad \forall j, k$.

Заметим, что предыдущий математический вывод не позволяет оценить фактические установившиеся значения фаз. Предыдущие эксперименты указывают на наличие значительно преобладающего вклада фундаментальной моды при KBSC. Данный результат, помимо всего прочего, очень важен, поскольку он позволяет опираться на вариационный подход для определения модовых фаз при возникновении KBSC: можно предположить, что при KBSC поле Ψ близко к единственной фундаментальной моде ψ_1 . Следовательно, можно рассматривать фазы мод как конечный набор переменных, которые должны быть определены, при наличии условия термализации, т.е. что амплитуды мод подчиняются формуле (3.1), чтобы минимизировать разницу (ε) между интенсивностью фундаментальной моды и профилями выходной интенсивности полного поля $\Psi(\theta, r)$, то есть,

$$\min_{\{\varphi_j\}} \{\varepsilon\} = \min_{\{\varphi_j\}} \left\{ |\Psi(\theta, r)|^2 - \mathcal{P} \cdot |\psi_1(\theta, r)|^2 \right\}. \quad (3.17)$$

3.4.2. Экспериментальное наблюдение

Экспериментальные результаты показаны на рис. 3.20. Извлечены амплитуды и фазы мод для шести различных значений пиковой мощности лазерного

импульса. Соответствующие профили пучка на выходе волокна показаны на рис. 3.20а. Как видно, при низких мощностях выходной пучок имеет спекл-структуру, что означает, что тепловое равновесие еще не достигнуто. В то время как при мощности $\mathcal{P} > 23$ кВт спекл трансформируется в колоколообразную форму, а выходной луч приобретает большую яркость и высокое пространственное качество. Для удобства просмотра на рис. 3.20b приведены измеренные значения средних амплитуд мод (A_j^2) в каждой группе вырождения мод в зависимости от индекса группы q_j , только для трех значений \mathcal{P} , т.е. 12.6 кВт, 20.3 кВт и 30.4 кВт. Как видно, только при самом высоком значении мощности экспериментальная амплитуда моды (столбцы) согласуется с законом RJ для $T = 0.11$ мм⁻¹ и $\mu + \beta_0 = -51.06$ мм⁻¹ (красная пунктирная линия). В этом случае около 60% общей мощности пучка содержится в фундаментальной моде. Значения T и μ были получены, как описано в [45, 100].

На рис. 3.20c,d сравниваются экспериментальные измерения A_j^2 и φ_j против \mathcal{P} (точки на изображениях слева) с теоретическими предсказаниями (столбцы на изображениях справа), полученными с помощью формулы (3.17), соответственно. Как показывают пунктирные линии, данные значения хорошо согласуются друг с другом. Заметим, что моды одной группы, которые имеют практически одинаковую амплитуду, согласно уравниванию мощности мод [50], тем не менее, связаны с различными фазами (см. гистограммы на рис. 3.20c и d). Более того, можно отметить, что равновесные значения A_j и φ_j достигаются постепенно, по мере увеличения \mathcal{P} .

Тем самым можно сделать вывод, что при KBSC наблюдается синхронизация мод, которая заключается в установление равновесного распределения амплитуд и особого распределения фаз. Этим объясняется когерентная природа эффекта KBSC в GRIN MM волокне. Следует отметить, что этот эффект является проявлением самоорганизации в пассивном GRIN MM волокне, и не связан с синхронизацией мод, которая используется для формирования ультракоротких импульсов в волоконных лазерах. Данные результаты согласуют

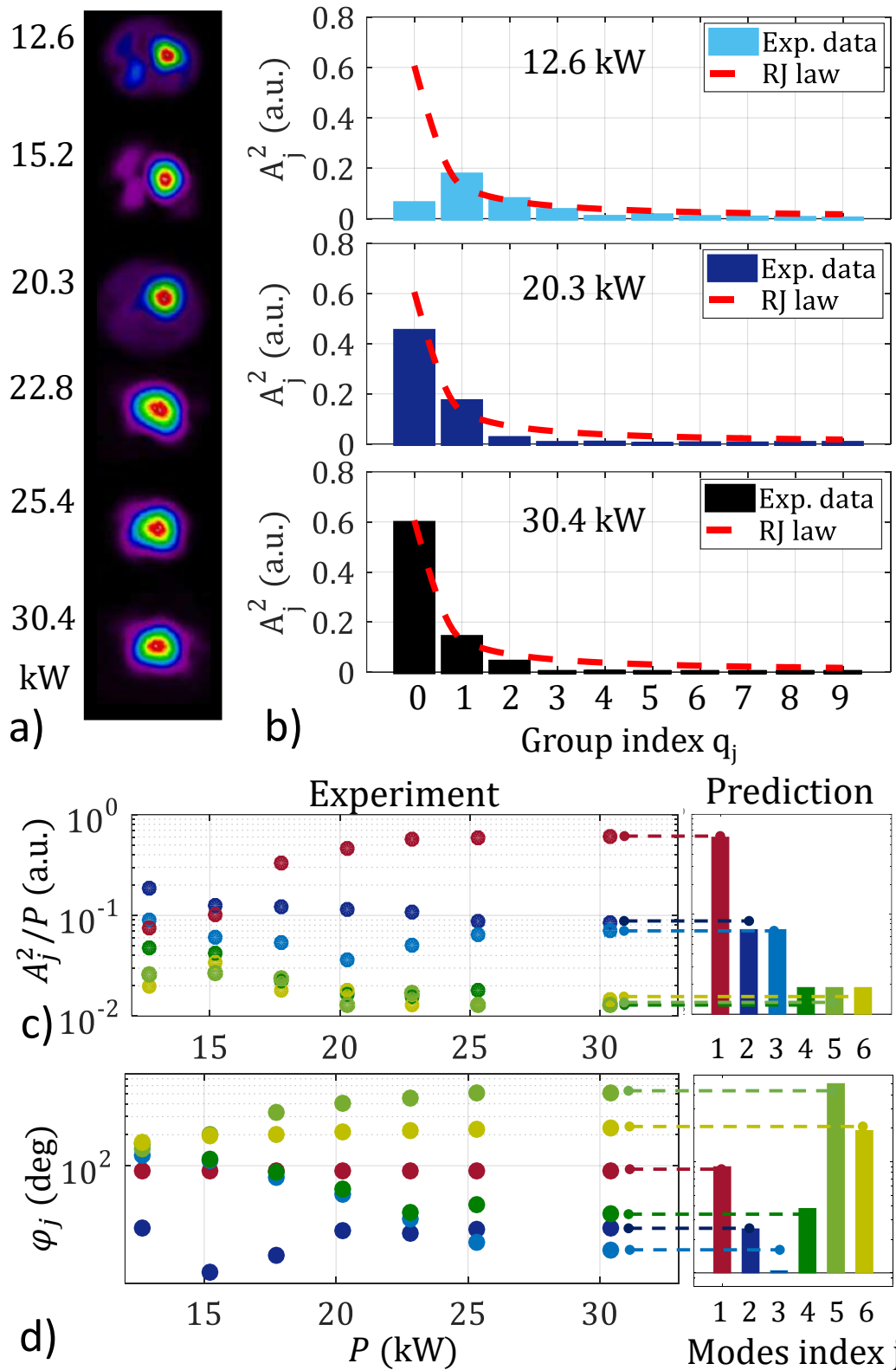


Рис. 3.20. (а) Экспериментальный профиль интенсивности пучка при увеличении \mathcal{P} . (б) Сравнение распределения мощности соответствующей моды с распределением RJ. (с,д) Сравнение экспериментальных данных (слева) с теоретически ожидаемыми амплитудами и фазами мод, соответственно.

термодинамическую теорию термализации с экспериментальным наблюдением сохранения пространственной когерентности пучка при возникновении KBSC. Предполагается, что данные результаты окажут существенное влияние на различные потенциальные технологические применения эффекта KBSC, в частности при сочетании самоочистки с диссипативными условиями, например, в резонаторе многомодового волоконного лазера.

3.5. Исследование модового состава излучения многомодового ВКР-лазера

Метод МД был адаптирован для анализа модового состава как пучков накачки, так и сигнальных (стоксовых) пучков на выходе CW ВКР-лазера на основе GRIN-волокна. В результате было экспериментально показано, что выше порога ВКР истощение накачки в основном происходит среди групп вырожденных мод низкого порядка. Что еще более важно, было продемонстрировано, что стоксова компонента излучения имеет значительное содержание волоконных мод низкого порядка в дополнение к фундаментальной моде, что объясняет, почему стоксов пучок не может достичь дифракционно-ограниченного качества. Кроме того, был показан новый взгляд на подход к равновесному распределению мод в диссипативной многомодовой волоконной системе, который отличается от распределения термализации [99], типичного для случая консервативной системы.

3.5.1. Схема ВКР-лазера и особенности алгоритма модовой декомпозиции для данной задачи

ВКР-лазер был сконструирован на основе GRIN MM волокна: генерируемое стоксово излучение было ранее исследовано с точки зрения параметра качества пучка M^2 [25] и профиля пучка [26, 27]. Лазерная установка вместе со схемой системы МД показана на рис. 3.21. GRIN-волокно (DrakaElite 100/140

мкм, $NA=0,29$) имеет диаметр сердцевины 100 мкм и длину 1 км. Оно было намотано на стандартную катушку диаметром 15 см. В качестве зеркал резонатора используются FBG с коэффициентами отражения $\sim 90\%$ и 4% и шириной полосы ~ 1 нм и $\sim 0,28$ нм [27] соответственно. Важной деталью здесь является то, что выходная FBG имеет модово-селективный коэффициент отражения, так как она записывалась фемтосекундным лазером в центральную часть сердцевины световода: коэффициент отражения фундаментальной моды на 10 дБ выше, чем для мод высших порядков. В результате генерируемый Стоксов пучок имеет высокое качество и узкий спектр с единственным пиком, определяемый преобладающим содержанием фундаментальной моды [25–27]. Чтобы избежать обратного отражения от торца волокна, скол на выходе лазера сделан под углом. ВКР-лазер работает в непрерывном режиме и накачивается тремя ММ LD, с длиной волны ~ 940 нм и суммарной мощностью до ~ 200 Вт. Оптическая мощность CW стоксовой компоненты на выходе лазера на длине волны 976 нм (при ширине спектра 0,1–0,5 нм) находится в диапазоне от 1 Вт до ~ 50 Вт, а значение параметра M^2 около 2 на максимальной мощности. На выходе ВКР-лазера установлены коллиматорная линза и интерференционный фильтр для переноса увеличенного изображения ближнего поля на SLM, при этом отрезая накачку или стоксово излучение и уменьшая мощность пучка до приемлемого для модового анализа уровня.

Поскольку алгоритм МД основан на последовательном измерении мощности каждой отдельной моды, полное время анализа большого количества мод (около 80) составляло порядка 10 минут. Это время относительно велико, если учесть долговременные изменения параметров лазера, вызванные нагревом объединителя накачки, термическим расширением FBG и т.п. Один из способов сократить время измерения — исключить измерения относительной межмодовой фазы, так как они занимают две трети всех кадров. Более того, наличие огромного количества некоррелированных продольных мод не позволяет восстановить относительные фазы между поперечными модами. Таким образом,

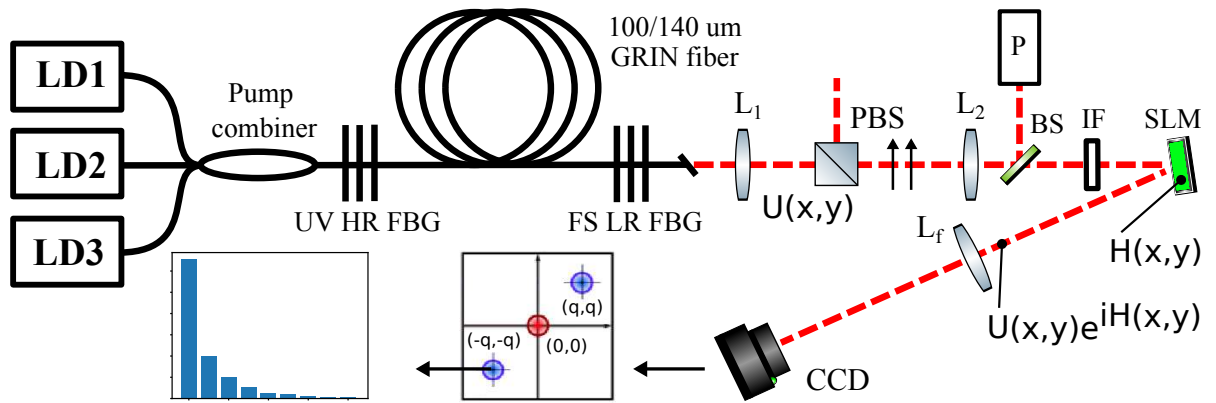


Рис. 3.21. Схема ВКР-лазера: LDx — ММ LD накачки; UV HR FBG — сильно-отражающая FBG, записанная ультрафиолетовым излучением; FS LR FBG — слабо-отражающая FBG, записанная фемтосекундными импульсами; $L_{1,2}$ — коллимирующие линзы; BS — делитель пучка; IF — полосовой фильтр; P — измеритель мощности; $U(x, y)$ — выходное распределение поля; PBS — поляризационный делитель пучка; SLM — пространственный модулятор света с нанесенной на него фазовой маской $H(x, y)$; L_f — Фурье-линза; CCD — регистрирующая камера.

общее время измерения может быть значительно сокращено без ущерба для результатов МД. При таком подходе процедура поиска состоит в получении мощностей мод, а не полей, как в [98]. Таким образом, время измерения может быть сокращено до 2 минут.

Следует отметить, что 80 мод — это довольно мало для полной характеристики пучка накачки: согласно предыдущим исследованиям [26, 27] излучение занимает почти всю сердцевину GRIN-волокна. Это означает, что необходимо было значительно увеличить количество мод, которые использовались в качестве базиса для МД накачки.

Так как в основе алгоритма разложения по модам лежит измерение интенсивности излучения, падающего на камеру, любые флуктуации мощности исходного излучения напрямую отражаются на достоверности результата работы алгоритма. Одной из особенностей исследуемого ВКР-лазера является достаточно сильная нестабильность выходной мощности в зависимости от времени. Пример такой зависимости приведён на рис. 3.22. Здесь видно, что за две минуты работы лазера выходная мощность снизилась с почти 3.5 Вт до 2 Вт. Для повышения достоверности получаемых данных по МД измеренная зависимость

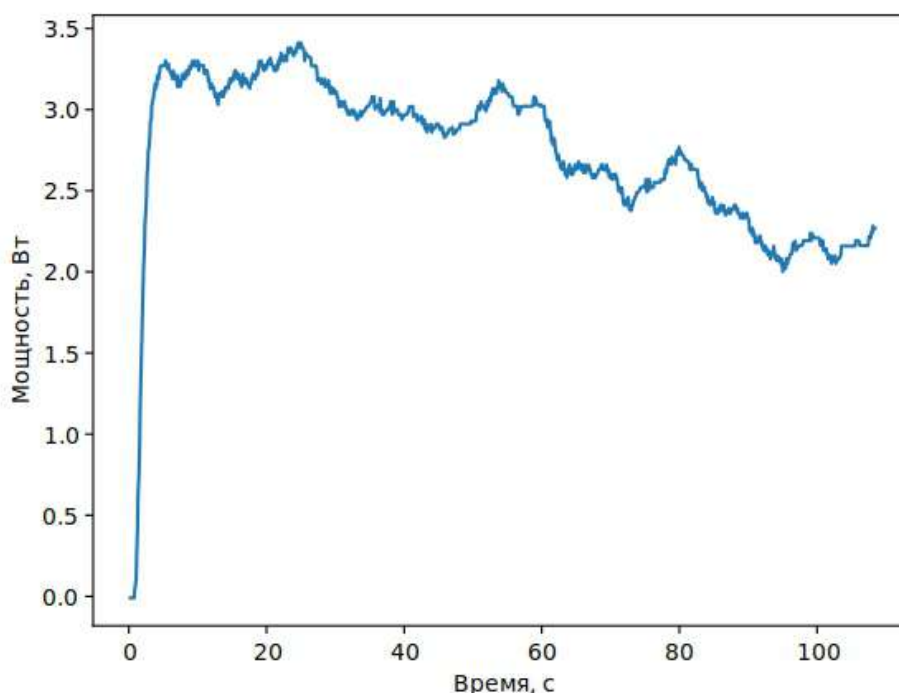


Рис. 3.22. Зависимость выходной мощности исследуемого ВКР-лазера от времени.

выходной мощности использовалась для корректировки значений интенсивности, измеряемой камерой. Так, значения времени, когда происходили измерения каждого кадра, сопоставлялись с мощностью в этот конкретный момент. Мощность для первого кадра использовалась в качестве опорной, а каждый последующий измеренный кадр умножался на отношение опорной мощности к текущему значению. Результат такой корректировки представлен на рис. 3.23. Здесь по оси X отложен порядковый номер измеряемой моды. Видно, что вклад мод с номерами 4, 17, 18 увеличился, в то время как вклад фундаментальной моды уменьшился. Эти меры позволили провести точную МД стоксового излучения мощностью до ~ 20 Вт.

3.5.2. Модовая декомпозиция накачки

При таком подходе была выполнена МД как сигнального (стоксова) пучка, так и остаточного (прошедшего) пучка накачки, что позволило измерить соответствующие относительные распределения мощности по модам волокна

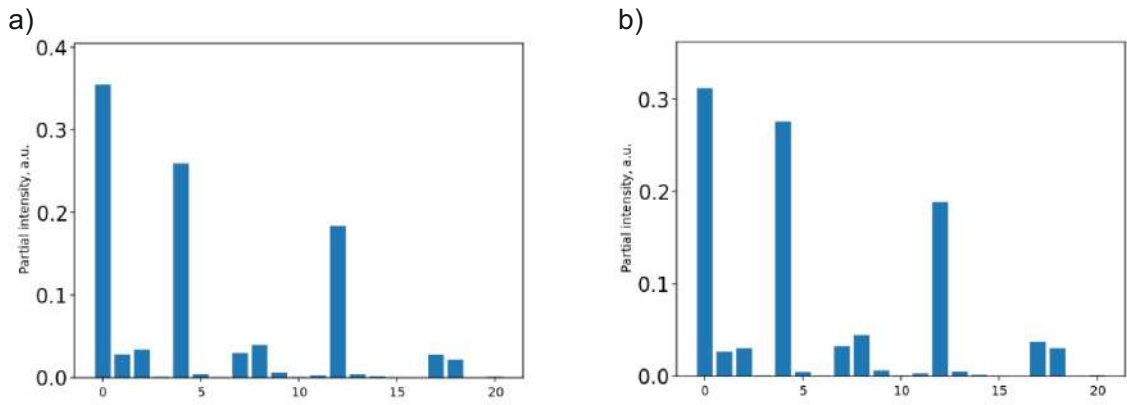


Рис. 3.23. Измеренные распределения энергии по модам волокна без корректировки по мощности (а), и с учётом измеренной зависимости выходной мощности (б)

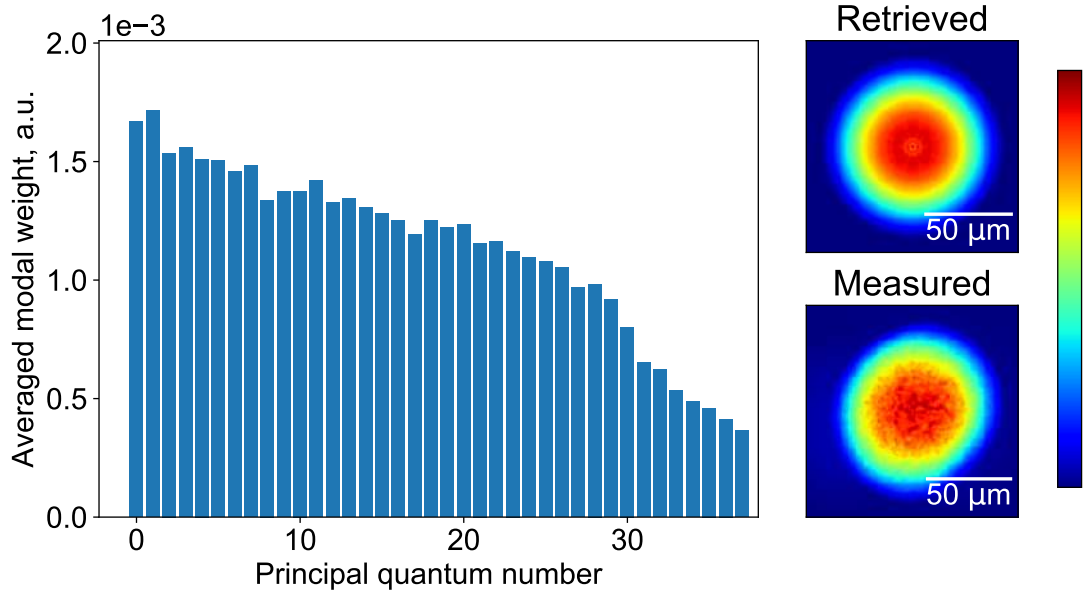


Рис. 3.24. Распределение мощности мод GRIN-волокна для пучка накачки ниже порога ВКР, усредненное по степени их вырождения (слева); реконструированные и измеренные профили остаточных пучков накачки (справа).

для различных уровней мощности накачки. Рассмотрим здесь два характерных случая, ниже и выше порога ВКР соответственно. Для понимания общей структуры пучка накачки процедура МД была проведена ниже порога ВКР до значения PQN 60, что соответствует примерно 1900 модам волокна [112]. Однако качественный анализ показывает, что результаты МД при $\text{PQN} > 40$ в данном случае не имеют смысла: при столь больших числах мод пучок раскладывается на фактически несуществующие моды. Это связано с тем, что пучок приобретает большой размер, заполняя всю сердцевину волокна, так что

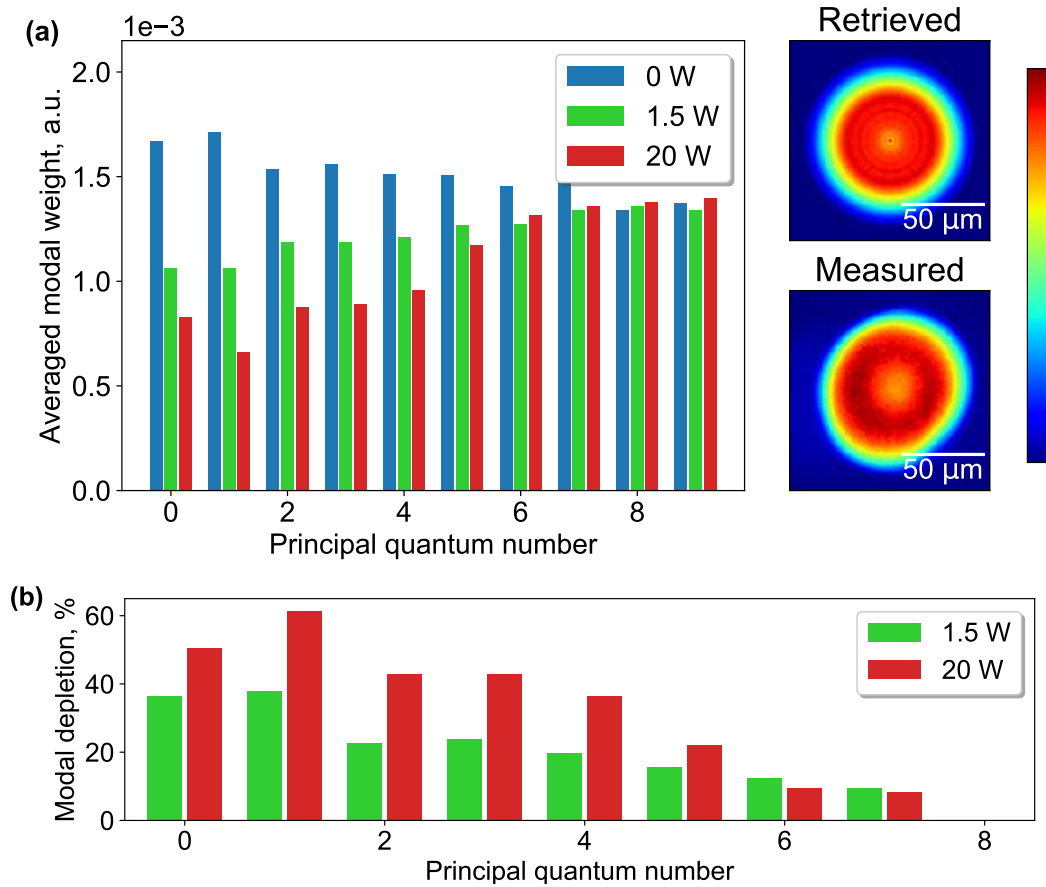


Рис. 3.25. (а) Распределение мощности по первым модам, вносящим вклад в пучок накачки с мощностью: ниже (0 Вт мощность стоксовой компоненты), выше (1,5 Вт мощность стоксовой компоненты) и значительно выше (20 Вт мощность стоксовой компоненты) порога ВКР соответственно. Моды отсортированы по их PQN и усреднены по степени их вырождения (слева); реконструированные и измеренные профили остаточного истощенного пучка накачки (справа) показаны при высокой выходной мощности стоковса излучения. (б) Процент истощения мод накачки.

утечка в оболочку становится значительной. По этой причине использовалось $PQN \leq 37$ (общее число ≤ 780) при демонстрации результатов МД, как видно на рис. 3.24, вклад мод более высоких порядков быстро снижается. Справедливость сокращения количества мод также подтверждается отличным совпадением восстановленных и измеренных профилей пучка, как показано на рис. 3.24.

Наиболее интересным наблюдением является поведение распределения мод при низких значениях PQN (< 10), ниже и выше порога ВКР. Результаты этих измерений показаны на рис. 3.25. Здесь видно, что выше порога ВКР вклад первых трех LG мод ($LG_{0,0}$, $LG_{1,0}$, $LG_{-1,0}$) с $PQN \leq 1$ уменьшается примерно на 30%. Качественно можно отметить более пологий характер распределения

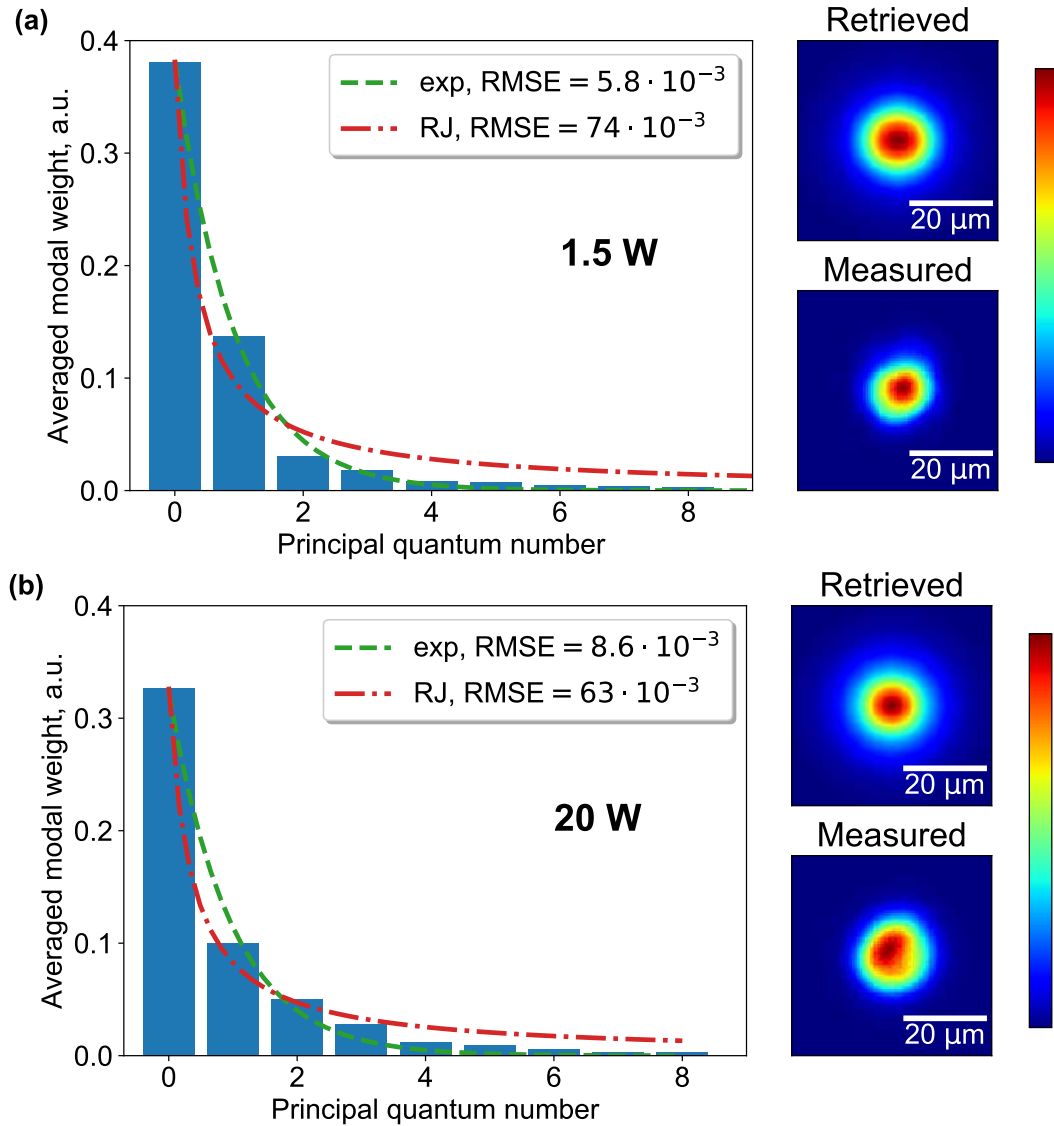


Рис. 3.26. Распределение мощности по модам, вносящим вклад в Стоксов пучок при малой (1,5 Вт, (а)) и высокой (20 Вт, (б)) выходной мощности Стоксовой компоненты излучения, отсортированное по PQN и усредненное по степени вырождения мод (слева); реконструированные и измеренные выходные профили Стоксового пучка (справа). Штриховые и штрихпунктирные линии представляют собой аппроксимирующие кривые для экспоненциального распределения и RJ распределения соответственно.

для первых мод со значением PQN до 5–7, достигающий $\sim 50\%$ истощения для $\text{PQN} < 5$ при увеличении мощности стоксова излучения до 20 Вт. Это указывает на наличие существенных взаимодействий между модами накачки с разными квантовыми числами и стоксовым пучком. Следует отметить, что восстановленные и измеренные профили остаточных истощенных пучков накачки хорошо согласуются друг с другом.

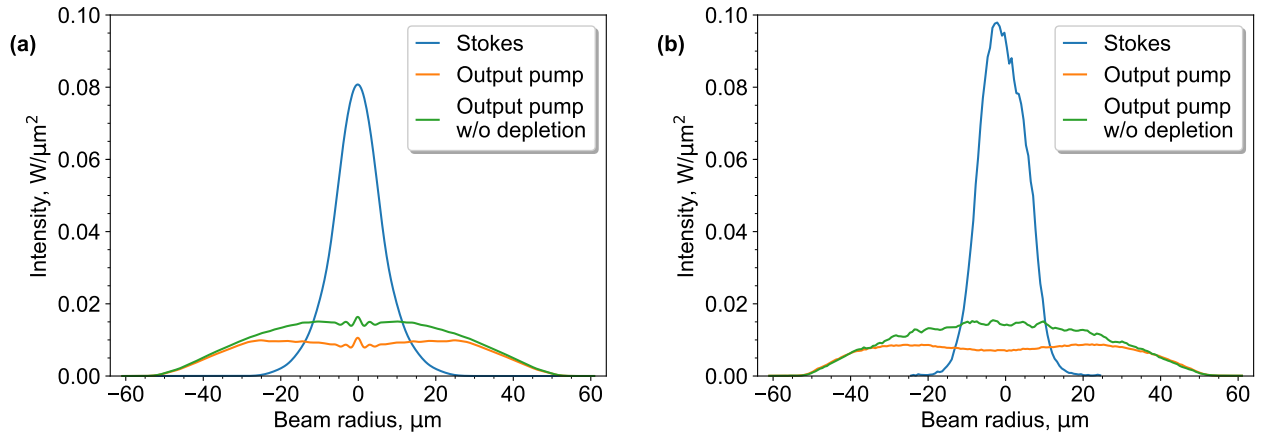


Рис. 3.27. Поперечные профили пучка выходной накачки и стоксова пучка при входной мощности 120 Вт и выходной мощности стоксовой компоненты 20 Вт, извлеченные из разложенных (а) и измеренных профилей (б).

3.5.3. Модовая декомпозиция стоксова пучка

Для анализа сигнального пучка полосовой фильтр в схеме на рис. 3.21 был заменен фильтром с другой центральной длиной волны (975 нм, ширина полосы 25 нм, Edmund Optics). Остальная часть установки осталась неизменной для дальнейших экспериментов. Результаты измерения распределения мощности путем выполнения МД стоксова пучка показаны на рис. 3.26. Здесь представлены два случая с низкой и высокой выходной мощностью стоксовой компоненты вместе с аналитическими аппроксимирующими кривыми, соответствующими экспоненциальному (пунктирные линии) и RJ распределениям (штрихпунктирные линии) соответственно.

Зависимость распределения мод от их PQN гораздо четче, чем для остаточного пучка накачки. Видно, что доля фундаментальной моды составляет около 40%, а более 60% всей энергии пучка сосредоточено в первых трех модах. Это приводит к увеличению яркости стоксова пучка по сравнению с пучком накачки (рис. 3.27). В то же время полученные данные показывают, что значение ранее измеренного параметра M^2 выше 1 связано со значительным вкладом мод $LG_{1,0}$ и $LG_{-1,0}$ на выходной пучок стоксовой волны.

3.5.4. Модовое распределение стоксова излучения

Распределение мод в диссипативной системе со связанными модами, такой как ВКР лазер, может отличаться от распределения в случае консервативной системы, который описывается RJ распределением, соответствующим режиму термализации [99]. В данной системе присутствуют усиление (G_k) и потери на FBG (R_k) при $(j + 1)$ -м обходе резонатора, что приводит к следующему соотношению мощностей для моды k :

$$P_k^{(j+1)} = G_k R_k P_k^{(j)}. \quad (3.18)$$

Величина усиления G_k слабо изменяется с номером моды k , тогда как фильтрация FBG подавляет преимущественно моды высокого порядка, по сравнению с фундаментальной модой как минимум на порядок, поэтому $G_k R_k \ll G_0 R_0$. В результате преимущественно генерируется фундаментальная мода.

При малых мощностях стоксовой компоненты случайная связь мод доминирует над нелинейными эффектами [27]. Наличие линейной связи можно учесть в уравнении (3.18) следующим образом:

$$P_k^{(j+1)} = G_k R_k P_k^{(j)} + \sum_n |C_{k,n}|^2 [P_n^{(j)} - P_k^{(j)}], \quad (3.19)$$

где $C_{k,n}$ - это коэффициент связи между модами k и n . В намотанном на катушку волокне изгиб создает изменения в показателе преломления $\delta n \propto x$ (для горизонтальной намотки), который вносит доминирующий вклад в линейную связь. Разумно, рассматривая эту задачу, переместится в декартову систему координат, в которой ноль совпадает с центром волокна. В данной системе координат базисом являются Гаусс-Эрмитовы моды, а сама задача эквивалентна задаче двумерного гармонического квантового осциллятора с наличием малого возмущения V . Вычисляя теперь матричный элемент V в данном базисе (что физически эквивалентно интегралу перекрытия между модами в деформиро-

ванном волокне), вспоминаем про свойство полиномов Эрмита:

$$\langle H_{k_x, k_y} | V | H_{i_x, i_y} \rangle \propto \langle H_{k_x, k_y} | x | H_{i_x, i_y} \rangle \neq 0 \Leftrightarrow k_x = i_x + 1, \quad (3.20)$$

где H_{k_x, k_y} – Гаусс-Эрмитова мода с главным квантовым числом $k = 1 + k_x + k_y$. При переходе в полярную систему координат и вычислении аналогичного матричного элемента в базисе LG, по аналогии получаем, что он не равен нулю только, когда $m_k = m_i \pm 1$, следовательно когда $n_k = n_i \pm 1$. Таким образом можно предположить, что линейная связь наиболее высока для соседних мод, а коэффициенты связи из уравнения (3.19) подчиняются соотношению $|C_{k, k+1}|^2 = C^2 \neq 0$, в то время как другие коэффициенты связи стремятся к нулю. В итоге получается экспоненциальное распределение мод, которое выглядит как

$$P_k \simeq P_0 (C^2)^k = P_0 e^{-k \ln \frac{1}{C^2}}. \quad (3.21)$$

Сравнивая экспериментальное распределение мод с различными аналитическими выражениями, мы видим, что эксперименты более точно – RMSE существенно ниже, чем для RJ – описываются как раз экспоненциальным распределением (показано пунктирной линией на рис. 3.26). Это означает, что в диссипативной системе со связанными модами можно наблюдать специфическое распределение, которое в основном определяется особыми свойствами фильтрации мод с усилением и потерями, и случайными характеристиками линейной межмодовой связи. Однако на рис. 3.26 также видно, что с увеличением мощности Стокса также наблюдается некоторая тенденция к RJ распределению, что говорит о возрастающей роли нелинейной связи мод. В целом вопрос о выявлении доминирующего эффекта в ММ лазерных системах ещё требует дальнейшего изучения.

Заключение

В результате данная работа описывает обширное применение CFM метода для модового анализа излучения, распространяющегося в GRIN MM волокне в различных конфигурациях в линейном и нелинейном режимах при наличии большого числа мод (от 70 до ~ 700). Она проливает свет на механизмы возникновения эффектов KBSC и пространственной чистки пучка в MM волоконном ВКР-лазере. Кроме того, экспериментально подтверждена эффективность подходов статистической физики к описанию распространения излучения в GRIN MM волокне. В ходе работы были получены следующие результаты:

1. Исследован математический аппарат CFM МД в случае GRIN MM волокон. Численное моделирование МД позволило уточнить роль наиболее важных параметров МД, влияющих на точность восстановления амплитуд мод и их относительных фаз. Такими параметрами являются: размер фазовой маски, величина пространственного частотного сдвига и смещение от центра корреляционного отклика.
2. Впервые проведены успешные эксперименты по МД спекл-пучков на выходе из GRIN MM волокна, состоящих из ~ 80 мод. Разница между исходным и реконструированным пучками всегда оставалась относительно низкой. Полученные распределения энергии мод позволяют заключить, что для пучков малой мощности, распространяющихся в линейном режиме, моды среднего порядка содержат около половины полной энергии пучка.
3. Исследован модовый состав излучения при возникновении эффекта KBSC при различной длительности импульса (от фемтосекунд до наносекунд). Доля фундаментальной моды в итоговом распределении составляет 60-70%, а доля мод высших порядков спадает с увеличением значения PQN. Равновесное распределение хорошо описывается формулой Рэля-Джинса, соответствующее ему значение продольного импульса совпадает с эксперимен-

тально полученным и определяется исключительно условиями заведения.

4. Показано, что при эффекте KBSC происходит фиксация межмодовых фаз, начиная с некоторого уровня мощности.
5. Исследована динамика распространения пучков, обладающих ненулевым ОАМ. Продемонстрировано, что излучение также достигает термодинамического равновесия. Распределение мод при этом описывается обобщенной формулой Рэлея-Джинса, учитывающей наличие ОАМ. Продемонстрированы законы сохранения продольного импульса и ОАМ.
6. Проведен анализ модового состава стокового излучения ВКР-лазера и излучения прошедшей накачки. Полученные данные показывают, что число мод в генерируемом стоковом пучке на два порядка меньше, чем число мод, возбуждаемых накачкой (около 780). В излучении накачки при превышении порога ВКР первые вырожденные группы поперечных мод с $PQN < 8$ истощаются примерно на 30-50% в зависимости от мощности. При этом около 40% всей энергии стокового пучка сосредоточено в фундаментальной моде. По результатам измерения установлено, что отклонение ранее измеренного параметра M^2 пучка Стокса от 1 обусловлено тем, что значительная доля его мощности (20–30%) приходится на моды $LG_{1,0}$ и $LG_{-1,0}$ ($PQN = 1$).
7. Анализ результатов МД стокового пучка позволил сделать вывод, что в диссипативной системе с модовой связью с преобладанием усиления и фильтрации основной моды термализация не достигается, и распределение мод определяется в основном случайной связью между соседними модами. Данный факт выражается в том, что характер распределения мод по PQN оказывается близким к экспоненциальному закону и остается довольно далеким от RJ-закона.

Основные результаты диссертации были опубликованы в работах [98, 100, 106,

112–123].

Среди дальнейших направлений исследования автор видит усовершенствование метода МД, а именно реализацию алгоритма мультиплексирования, который дал бы возможность измерять амплитуды и фазы нескольких мод параллельно. При наличии более высокочастотной камеры, это дало бы возможность исследовать такие эффекты, как модовая нестабильность в CW ВКР-лазере. Также стоит оптимизировать пост-обработку, добавив возможность корректного сопоставления пучков и вычисления параметра схожести изображений для того, чтобы количественно оценить качество МД. Добавление возможности выбора базиса позволит использовать МД для волокон других типов, например для ММ волокон со ступенчатым профилем показателя преломления. Наконец, эффект KBSC может быть использован в конструировании ММ волоконного лазера с синхронизацией, как продольных, так и поперечных мод. Такой лазер позволит генерировать мощные импульсы ультракороткой длительности с высоким качеством пространственного профиля.

Список литературы

1. *Essiambre René-Jean, Kramer Gerhard, Winzer Peter J et al.* Capacity limits of optical fiber networks // *Journal of Lightwave Technology*. — 2010. — Vol. 28, no. 4. — P. 662–701.
2. *Richardson David J, Fini John M, Nelson Lynn E.* Space-division multiplexing in optical fibres // *Nature photonics*. — 2013. — Vol. 7, no. 5. — P. 354–362.
3. *Hamaoka Fukutaro, Minoguchi Kyo, Sasai Takeo et al.* 150.3-Tb/s ultra-wideband (S, C, and L bands) single-mode fibre transmission over 40-km using 519Gb/s/A PDM-128QAM signals // 2018 European Conference on Optical Communication (ECOC) / IEEE. — 2018. — P. 1–3.
4. *Li Zhen, Zhou Jun, He Bing et al.* Beam quality of multimode fiber lasers using coiling technique // *Optik*. — 2013. — Vol. 124, no. 1. — P. 82–84.
5. *Cristiani Ilaria, Lacava Cosimo, Rademacher Georg et al.* Roadmap on multimode photonics // *Journal of Optics*. — 2022. — Vol. 24, no. 8. — P. 083001.
6. *Moussa Nawell Ould, Mansuryan Tigran, Hage Charles-Henri et al.* Spatiotemporal beam self-cleaning for high-resolution nonlinear fluorescence imaging with multimode fiber // *Scientific Reports*. — 2021. — Vol. 11, no. 1. — P. 18240.
7. *Choi Youngwoon, Yoon Changhyeong, Kim Moonseok et al.* Scanner-free and wide-field endoscopic imaging by using a single multimode optical fiber // *Physical review letters*. — 2012. — Vol. 109, no. 20. — P. 203901.
8. *Bykov DS, Schmidt OA, Euser TG, Russell P St J.* Flying particle sensors in hollow-core photonic crystal fibre // *Nature Photonics*. — 2015. — Vol. 9, no. 7. — P. 461–465.
9. *Sharma Abhinav, Xie Shangran, Russell Philip St J.* Reconfigurable millimeter-range optical binding of dielectric microparticles in hollow-core

- photonic crystal fiber // *Optics Letters*. — 2021. — Vol. 46, no. 16. — P. 3909–3912.
10. Dianov Evgeny M, Prokhorov Alexander M. Medium-power CW Raman fiber lasers // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. — 2000. — Vol. 6, no. 6. — P. 1022–1028.
 11. Kuznetsov AG, Podivilov EV, Babin SA. Actively Q-switched Raman fiber laser // *Laser Physics Letters*. — 2015. — Vol. 12, no. 3. — P. 035102.
 12. Kuznetsov AG, Kharenko DS, Podivilov EV, Babin SA. Fifty-ps Raman fiber laser with hybrid active-passive mode locking // *Optics Express*. — 2016. — Vol. 24, no. 15. — P. 16280–16285.
 13. Zlobina EA, Kablukov SI, Wolf AA et al. Nearly single-mode Raman lasing at 954 nm in a graded-index fiber directly pumped by a multimode laser diode // *Optics Letters*. — 2017. — Vol. 42, no. 1. — P. 9–12.
 14. Evmenova Ekaterina A, Kuznetsov Alexey G, Nemov Ilya N et al. 2nd-order random lasing in a multimode diode-pumped graded-index fiber // *Scientific Reports*. — 2018. — Vol. 8, no. 1. — P. 17495.
 15. Kharenko Denis S, Efremov Vlad D, Evmenova Ekaterina A, Babin Sergey A. Generation of Raman dissipative solitons near 1.3 microns in a phosphosilicate-fiber cavity // *Optics Express*. — 2018. — Vol. 26, no. 12. — P. 15084–15089.
 16. Stolen R H, Ippen EP, Tynes AR. Raman oscillation in glass optical waveguide // *Applied Physics Letters*. — 1972. — Vol. 20, no. 2. — P. 62–64.
 17. Chiang Kin S. Stimulated Raman scattering in a multimode optical fiber: evolution of modes in Stokes waves // *Optics letters*. — 1992. — Vol. 17, no. 5. — P. 352–354.
 18. Islam Naved R, Sakuda Kyohei. Wave-front reconstruction by backward-stimulated Raman scattering in a multimode graded-index optical fiber // *JOSA B*. — 1997. — Vol. 14, no. 11. — P. 3238–3241.
 19. Baek Sung H, Roh Won B. Single-mode Raman fiber laser based on a mul-

- timode fiber // *Optics letters*. — 2004. — Vol. 29, no. 2. — P. 153–155.
20. Murray James T, Austin William L, Powell Richard C. Intracavity Raman conversion and Raman beam cleanup // *Optical materials*. — 1999. — Vol. 11, no. 4. — P. 353–371.
 21. Kablukov SI, Dontsova EI, Zlobina EA et al. An LD-pumped Raman fiber laser operating below 1 μm // *Laser Physics Letters*. — 2013. — Vol. 10, no. 8. — P. 085103.
 22. Yao Tianfu, Harish Achar V, Sahu Jayanta K, Nilsson Johan. High-power continuous-wave directly-diode-pumped fiber Raman lasers // *Applied Sciences*. — 2015. — Vol. 5, no. 4. — P. 1323–1336.
 23. Glick Yaakov, Fromzel Viktor, Zhang Jun et al. High-efficiency, 154 W CW, diode-pumped Raman fiber laser with brightness enhancement // *Applied Optics*. — 2017. — Vol. 56, no. 3. — P. B97–B102.
 24. Kuznetsov AG, Kablukov SI, Wolf AA et al. 976 nm all-fiber Raman laser with high beam quality at multimode laser diode pumping // *Laser Physics Letters*. — 2019. — Vol. 16, no. 10. — P. 105102.
 25. Kuznetsov A. G., Kablukov S. I., Wolf A. A. et al. 976 nm all-fiber Raman laser with high beam quality at multimode laser diode pumping // *Laser Phys. Lett.* — 2019. — Vol. 16, no. 10.
 26. Kuznetsov Alexey G., Kablukov Sergey I., Podivilov Evgeny V., Babin Sergey A. Brightness enhancement and beam profiles in an LD-pumped graded-index fiber Raman laser // *OSA Continuum*. — 2021. — Vol. 4, no. 3. — P. 1034–1040.
 27. Babin Sergey A, Kuznetsov Alexey G, Sidelnikov Oleg S et al. Spatio-spectral beam control in multimode diode-pumped Raman fibre lasers via intracavity filtering and Kerr cleaning // *Sci. Rep.* — 2021. — Vol. 11, no. 1. — P. 21994.
 28. Wright Logan G, Christodoulides Demetrios N, Wise Frank W. Controllable spatiotemporal nonlinear effects in multimode fibres // *Nature photonics*. — 2015. — Vol. 9, no. 5. — P. 306–310.

29. *Picozzi Antonio, Millot Guy, Wabnitz Stefan.* Nonlinear virtues of multi-mode fibre // *Nature Photonics.* — 2015. — Vol. 9, no. 5. — P. 289–291.
30. *Krupa Katarzyna, Tonello Alessandro, Barthélémy Alain et al.* Multi-mode nonlinear fiber optics, a spatiotemporal avenue // *APL Photonics.* — 2019. — Vol. 4, no. 11. — P. 110901.
31. *Mangini F, Ferraro M, Zitelli M et al.* Rainbow Archimedean spiral emission from optical fibres // *Scientific reports.* — 2021. — Vol. 11, no. 13030. — P. 1–10.
32. *Krupa Katarzyna, Tonello Alessandro, Barthélémy Alain et al.* Observation of Geometric Parametric Instability Induced by the Periodic Spatial Self-Imaging of Multimode Waves // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 116. — P. 183901.
33. *Krupa K., Tonello A., Shalaby B. M. et al.* Spatial beam self-cleaning in multimode fibres // *Nature Photonics.* — 2017. — Vol. 11. — P. 237–241.
34. *Lopez-Galmiche G, Eznaveh Z Sanjabi, Eftekhar MA et al.* Visible supercontinuum generation in a graded index multimode fiber pumped at 1064 nm // *Optics letters.* — 2016. — Vol. 41, no. 11. — P. 2553–2556.
35. *Liu Zhanwei, Wright Logan G, Christodoulides Demetrios N, Wise Frank W.* Kerr self-cleaning of femtosecond-pulsed beams in graded-index multimode fiber // *Optics letters.* — 2016. — Vol. 41, no. 16. — P. 3675–3678.
36. *Krupa Katarzyna, Louot Christophe, Couderc Vincent et al.* Spatiotemporal characterization of supercontinuum extending from the visible to the mid-infrared in a multimode graded-index optical fiber // *Optics Letters.* — 2016. — Vol. 41, no. 24. — P. 5785–5788.
37. *Wright Logan G, Liu Zhanwei, Nolan Daniel A et al.* Self-organized instability in graded-index multimode fibres // *Nature Photonics.* — 2016. — Vol. 10, no. 12. — P. 771–776.
38. *Guenard R, Krupa Katarzyna, Dupiol Richard et al.* Kerr self-cleaning of pulsed beam in an ytterbium doped multimode fiber // *Optics Express.* —

2017. — Vol. 25, no. 5. — P. 4783–4792.
39. *Guenard R, Krupa K, Dupiol R et al.* Nonlinear beam self-cleaning in a coupled cavity composite laser based on multimode fiber // *Optics Express*. — 2017. — Vol. 25, no. 19. — P. 22219–22227.
 40. *Niang Alioune, Modotto Daniele, Tonello Alessandro et al.* Spatial beam self-cleaning in tapered Yb-doped GRIN multimode fiber with decelerating nonlinearity // *IEEE Photonics Journal*. — 2020. — Vol. 12, no. 2. — P. 1–8.
 41. *Krupa Katarzyna, Tonello Alessandro, Couderc Vincent et al.* Spatiotemporal light-beam compression from nonlinear mode coupling // *Physical Review A*. — 2018. — Vol. 97, no. 4. — P. 043836.
 42. *Podivilov Evgeniy V, Kharenko Denis S, Gonta VA et al.* Hydrodynamic 2D turbulence and spatial beam condensation in multimode optical fibers // *Physical review letters*. — 2019. — Vol. 122, no. 10. — P. 103902.
 43. *Fabert Marc, Săpânțan Maria, Krupa Katarzyna et al.* Coherent combining of self-cleaned multimode beams // *Scientific Reports*. — 2020. — Vol. 10, no. 1. — P. 20481.
 44. *Leventoux Yann, Parriaux A, Sidelnikov O et al.* Highly efficient few-mode spatial beam self-cleaning at $1.5 \mu\text{m}$ // *Optics Express*. — 2020. — Vol. 28, no. 10. — P. 14333–14344.
 45. *Wu Yuhang, Pourbeyram Hamed, Christodoulides Demetrios N, Wise Frank W.* Weak beam self-cleaning of femtosecond pulses in the anomalous dispersion regime // *Optics Letters*. — 2021. — Vol. 46, no. 13. — P. 3312–3315.
 46. *Zitelli Mario, Ferraro Mario, Mangini Fabio, Wabnitz Stefan.* Single-mode spatiotemporal soliton attractor in multimode GRIN fibers // *Photonics Research*. — 2021. — Vol. 9, no. 5. — P. 741–748.
 47. *Bak Per, Tang Chao, Wiesenfeld Kurt.* Self-organized criticality // *Physical review A*. — 1988. — Vol. 38, no. 1. — P. 364.
 48. *Smyth WD, Nash JD, Moum JN.* Self-organized criticality in geophysical

- turbulence // *Scientific reports*. — 2019. — Vol. 9, no. 1. — P. 3747.
49. *Dmitriev Andrey, Dmitriev Victor*. Identification of self-organized critical state on twitter based on the retweets' time series analysis // *Complexity*. — 2021. — Vol. 2021. — P. 1–12.
 50. *Aschieri P, Garnier Josselin, Michel Claire et al.* Condensation and thermalization of classical optical waves in a waveguide // *Physical Review A*. — 2011. — Vol. 83, no. 3. — P. 033838.
 51. *Wu Fan O, Hassan Absar U, Christodoulides Demetrios N.* Thermodynamic theory of highly multimoded nonlinear optical systems // *Nature Photonics*. — 2019. — Vol. 13, no. 11. — P. 776–782.
 52. *Krupa Katarzyna, Tonello Alessandro, Shalaby Badr Mohamed et al.* Spatial beam self-cleaning in multimode fibres // *Nature Photonics*. — 2017. — Vol. 11, no. 4. — P. 237–241.
 53. *Deliancourt Etienne, Fabert Marc, Tonello Alessandro et al.* Wavefront shaping for optimized many-mode Kerr beam self-cleaning in graded-index multimode fiber // *Optics Express*. — 2019. — Vol. 27, no. 12. — P. 17311–17321.
 54. *Ferraro Mario, Mangini Fabio, Leventoux Yann et al.* Multimode optical fiber beam-by-beam cleanup // *Journal of Lightwave Technology*. — 2023.
 55. *Teğın Uğur, Rahmani Babak, Kakkava Eirini et al.* Single-mode output by controlling the spatiotemporal nonlinearities in mode-locked femtosecond multimode fiber lasers // *Advanced Photonics*. — 2020. — Vol. 2, no. 5. — P. 056005–056005.
 56. *Pourbeyram Hamed, Sidorenko Pavel, Wu Fan O et al.* Optical thermalization in ultrashort pulse propagation in multimode fiber // 2020 Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO) / IEEE. — 2020. — P. 1–2.
 57. *Dyachenko S, Newell AC, Pushkarev A, Zakharov VE1169619.* Optical turbulence: weak turbulence, condensates and collapsing filaments in the nonlinear Schrödinger equation // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1992. — Vol. 57, no. 1-2. — P. 96–160.

58. *Connaughton Colm, Josserand Christophe, Picozzi Antonio et al.* Condensation of classical nonlinear waves // *Physical review letters*. — 2005. — Vol. 95, no. 26. — P. 263901.
59. *Picozzi Antonio, Garnier Josselin, Hansson Tobias et al.* Optical wave turbulence: Towards a unified nonequilibrium thermodynamic formulation of statistical nonlinear optics // *Physics Reports*. — 2014. — Vol. 542, no. 1. — P. 1–132.
60. *Sun Can, Jia Shu, Barsi Christopher et al.* Observation of the kinetic condensation of classical waves // *Nature Physics*. — 2012. — Vol. 8, no. 6. — P. 470–474.
61. *Tilley David R, Tilley John.* Superfluidity and superconductivity. — Routledge, 2019.
62. *Kondakci H Esat, Abouraddy Ayman F, Saleh Bahaa EA.* A photonic thermalization gap in disordered lattices // *Nature Physics*. — 2015. — Vol. 11, no. 11. — P. 930–935.
63. *Kondakci H Esat, Szameit Alexander, Abouraddy Ayman F et al.* Sub-thermal to super-thermal light statistics from a disordered lattice via deterministic control of excitation symmetry // *Optica*. — 2016. — Vol. 3, no. 5. — P. 477–482.
64. *You Chenglong, Hong Mingyuan, Bhusal Narayan et al.* Observation of the modification of quantum statistics of plasmonic systems // *Nature communications*. — 2021. — Vol. 12, no. 1. — P. 5161.
65. *Baudin Kilian, Fusaro Adrian, Krupa Katarzyna et al.* Classical Rayleigh-Jeans condensation of light waves: Observation and thermodynamic characterization // *Physical Review Letters*. — 2020. — Vol. 125, no. 24. — P. 244101.
66. *Allen Les, Beijersbergen Marco W, Spreeuw RJC, Woerdman JP.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes // *Physical review A*. — 1992. — Vol. 45, no. 11. — P. 8185.

67. Wang Jian, Yang Jeng-Yuan, Fazal Irfan M et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing // *Nature photonics*. — 2012. — Vol. 6, no. 7. — P. 488–496.
68. Fickler Robert, Campbell Geoff, Buchler Ben et al. Quantum entanglement of angular momentum states with quantum numbers up to 10,010 // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. — 2016. — Vol. 113, no. 48. — P. 13642–13647.
69. Oraizi Homayoon, Emamian Hedieh. Generation of orbital angular momentum modes via holographic leaky-wave metasurfaces // *Scientific reports*. — 2020. — Vol. 10, no. 1. — P. 1–13.
70. Bromberg Yaron, Lahini Yoav, Small Eran, Silberberg Yaron. Hanbury Brown and Twiss interferometry with interacting photons // *Nature Photonics*. — 2010. — Vol. 4, no. 10. — P. 721–726.
71. Block Steven M. Making light work with optical tweezers. // *Nature*. — 1992. — Vol. 360, no. 6403. — P. 493–495.
72. Simpson NB, Allen L, Padgett MJ. Optical tweezers and optical spanners with Laguerre–Gaussian modes // *Journal of modern optics*. — 1996. — Vol. 43, no. 12. — P. 2485–2491.
73. Li Lei, Leng Jinyong, Zhou Pu, Chen Jinbao. Multimode fiber modal decomposition based on hybrid genetic global optimization algorithm // *Optics Express*. — 2017. — Vol. 25. — P. 19680.
74. An Yi, Huang Liangjin, Li Jun et al. Deep learning-based real-time mode decomposition for multimode fibers // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. — 2020. — Vol. 26, no. 4. — P. 1–6.
75. Schulze Christian, Naidoo Darryl, Flamm Daniel et al. Wavefront reconstruction by modal decomposition // *Optics express*. — 2012. — Vol. 20, no. 18. — P. 19714–19725.
76. Pariente G., Gallet V., Borot A. et al. Space-time characterization of ultra-intense femtosecond laser beams // *Nature Photonics*. — 2016. — Vol. 10. —

- P. 547–553.
77. *Flamm Daniel, Naidoo Darryl, Schulze Christian et al.* Mode analysis with a spatial light modulator as a correlation filter // *Optics Letters*. — 2012. — Vol. 37. — P. 2478.
 78. *Tian Zichen, Pei Li, Wang Jianshuai et al.* Physics-driven mode decomposition based on a training-free shallow neural network // *Optical Fiber Technology*. — 2023. — Vol. 76. — P. 103239.
 79. *An Yi, Huang Liangjin, Li Jun et al.* Learning to decompose the modes in few-mode fibers with deep convolutional neural network // *Optics express*. — 2019. — Vol. 27, no. 7. — P. 10127–10137.
 80. *Paurisse Mathieu, Lévêque Louis, Hanna Marc et al.* Complete measurement of fiber modal content by wavefront analysis // *Optics express*. — 2012. — Vol. 20, no. 4. — P. 4074–4084.
 81. *Primot Jerome.* Three-wave lateral shearing interferometer // *Applied optics*. — 1993. — Vol. 32, no. 31. — P. 6242–6249.
 82. *Shack Roland V.* Production and use of a lenticular Hartmann screen // Spring Meeting of Optical Society of America, 1971. — Vol. 656. — 1971.
 83. *Hartmann Johannes.* Objektivuntersuchungen. — Springer, 1904.
 84. *Pourbeyram Hamed, Sidorenko Pavel, Wu Fan O et al.* Direct observations of thermalization to a Rayleigh–Jeans distribution in multimode optical fibres // *Nature Physics*. — 2022. — Vol. 18, no. 6. — P. 685–690.
 85. *Nicholson JW, Yablon Andrew Douglas, Ramachandran Siddarth, Ghalmi Samir.* Spatially and spectrally resolved imaging of modal content in large-mode-area fibers // *Optics express*. — 2008. — Vol. 16, no. 10. — P. 7233–7243.
 86. *Nicholson Jeffrey W, Yablon Andrew D, Fini John M, Mermelstein Marc D.* Measuring the modal content of large-mode-area fibers // *IEEE journal of selected topics in quantum electronics*. — 2009. — Vol. 15, no. 1. — P. 61–70.
 87. *Forbes Andrew, Dudley Angela, McLaren Melanie.* Creation and detection

- of optical modes with spatial light modulators // *Advances in Optics and Photonics*. — 2016. — Vol. 8, no. 2. — P. 200–227.
88. Flamm Daniel, Schulze Christian, Brüning Robert et al. Fast M² measurement for fiber beams based on modal analysis // *Applied optics*. — 2012. — Vol. 51, no. 7. — P. 987–993.
89. Flamm Daniel, Schulze Christian, Naidoo Darryl et al. All-digital holographic tool for mode excitation and analysis in optical fibers // *Journal of Lightwave Technology*. — 2013. — Vol. 31. — P. 1023–1032.
90. Arrizón Victor, Ruiz Ulises, Carrada Rosibel, González Luis A. Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields // *JOSA A*. — 2007. — Vol. 24, no. 11. — P. 3500–3507.
91. Geshiro Masahiro, Matsuhara Masanori, Kumagal Nobuaki. Truncated parabolic-index fiber with minimum mode dispersion // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. — 1978. — Vol. 26. — P. 115–119.
92. Olshansky R. Propagation in glass optical waveguides // *Reviews of Modern Physics*. — 1979. — Vol. 51, no. 2. — P. 341.
93. Trichili Abderrahmen, Park Ki Hong, Zghal Mourad et al. Communicating Using Spatial Mode Multiplexing: Potentials, Challenges, and Perspectives // *IEEE Communications Surveys and Tutorials*. — 2019. — Vol. 21. — P. 3175–3203.
94. Goodman Joseph W. Introduction to Fourier optics. — Roberts and Company publishers, 2005.
95. Kaiser Thomas, Flamm Daniel, Schröter Siegmund, Duparré Michael. Complete modal decomposition for optical fibers using CGH-based correlation filters // *Optics Express*. — 2009. — Vol. 17. — P. 9347.
96. Li Rujia, Cao Liangcai. Progress in phase calibration for liquid crystal spatial light modulators // *Applied Sciences*. — 2019. — Vol. 9, no. 10. — P. 2012.
97. Oppenheim Alan V, Buck John R, Schafer Ronald W. Discrete-time signal

- processing. Vol. 2. — Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.
98. *Gervaziev M D, Zhdanov I, Kharenko D S et al.* Mode decomposition of multimode optical fiber beams by phase-only spatial light modulator // *Laser Phys. Lett.* — 2020. — Vol. 18, no. 1. — P. 015101.
 99. *Wu Fan O., Hassan Absar U., Christodoulides Demetrios N.* Thermodynamic theory of highly multimoded nonlinear optical systems // *Nat. Photonics.* — 2019. — Vol. 13, no. 11. — P. 776–782.
 100. *Mangini F, Gervaziev M, Ferraro M et al.* Statistical mechanics of beam self-cleaning in GRIN multimode optical fibers // *Optics Express.* — 2022. — Vol. 30, no. 7. — P. 10850–10865.
 101. *Agrawal Govind P.* Nonlinear fiber optics // *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century.* — Springer, 2000. — P. 195–211.
 102. *Ferraro Mario, Mangini Fabio, Zitelli Mario et al.* Femtosecond nonlinear losses in multimode optical fibers // *Photonics Research.* — 2021. — Vol. 9, no. 12.
 103. *Landau Lev Davidovich, Lifshitz Evgenii Mikhailovich.* Statistical Physics: Volume 5. — Elsevier, 2013. — Vol. 5.
 104. *Babin Sergey A, Churkin Dmitriy V, Ismagulov Arsen E et al.* Four-wave-mixing-induced turbulent spectral broadening in a long Raman fiber laser // *JOSA B.* — 2007. — Vol. 24, no. 8. — P. 1729–1738.
 105. *Hansson Tobias, Tonello Alessandro, Mansuryan Tigran et al.* Nonlinear beam self-imaging and self-focusing dynamics in a GRIN multimode optical fiber: theory and experiments // *Optics Express.* — 2020. — Vol. 28, no. 16. — P. 24005–24021.
 106. *Podivilov EV, Mangini F, Sidelnikov OS et al.* Thermalization of orbital angular momentum beams in multimode optical fibers // *Physical Review Letters.* — 2022. — Vol. 128, no. 24. — P. 243901.
 107. *Mangini F, Ferraro M, Zitelli M et al.* Helical plasma filaments from the self-channeling of intense femtosecond laser pulses in optical fibers // *Optics*

- Letters*. — 2022. — Vol. 47, no. 1. — P. 1–4.
108. *Wu Fan O, Zhong Qi, Ren Huizhong et al.* Thermalization of light's orbital angular momentum in nonlinear multimode waveguide systems // *Physical Review Letters*. — 2022. — Vol. 128, no. 12. — P. 123901.
109. *Selim Mahmoud A, Wu Fan O, Pyrialakos Georgios G et al.* Coherence properties of light in highly multimoded nonlinear parabolic fibers under optical equilibrium conditions // *Optics Letters*. — 2023. — Vol. 48, no. 5. — P. 1208–1211.
110. *Fusaro Adrien, Garnier Josselin, Krupa Katarzyna et al.* Dramatic acceleration of wave condensation mediated by disorder in multimode fibers // *Physical review letters*. — 2019. — Vol. 122, no. 12. — P. 123902.
111. *Sidelnikov Oleg S, Podivilov Evgeniy V, Fedoruk Mikhail P, Wabnitz Stefan.* Random mode coupling assists Kerr beam self-cleaning in a graded-index multimode optical fiber // *Optical Fiber Technology*. — 2019. — Vol. 53. — P. 101994.
112. *Kharenko Denis S., Gervaziev Mikhail D., Kuznetsov Alexey et al.* Mode decomposition of output beams in LD-pumped graded-index fiber Raman lasers // *Proc. SPIE*. — Vol. 11890. — SPIE, 2021. — P. 118901B.
113. *Kharenko DS, Sidelnikov OS, Gonta VA et al.* Beam self-cleaning in multimode optical fibers and hydrodynamic 2D turbulence // *CLEO: QELS Fundamental Science / Optica Publishing Group*. — 2019. — P. FTh3B–4.
114. *Гервазиев МД, Харенко ДС, Жданов И и др.* Модовая декомпозиция лазерного излучения, распространяющегося в многомодовом волокне в режиме керровской самоочистки // 9й Международный семинар по волоконным лазерам. — 2020. — С. 106–108.
115. *Gervaziev Mikhail D, Zhdanov Innokentiy, Kharenko Denis S et al.* Mode dynamics during transition into Kerr self-cleaning regime for laser beams propagated in a multimode GRIN fiber // *European Quantum Electronics*

- Conference / Optica Publishing Group. — 2021. — P. ef_p_3.
116. Харенко ДС, Гервазиев МД, Волоси ВМ и др. Применение метода модовой декомпозиции к излучению вкр-лазера на основе градиентного световода с прямой диодной накачкой // *Фотон-экспресс*. — 2021. — № 6. — С. 157–158.
117. *Kharenko Denis S, Gervaziev Mikhail D, Zhdanov Innokentiy et al.* Mode decomposition of Kerr self-cleaned beams by phase only SLM // *Real-time Measurements, Rogue Phenomena, and Single-Shot Applications VI / SPIE*. — Vol. 11671. — 2021. — P. 1167105.
118. *Kharenko Denis S, Gervaziev Mikhail D, Kuznetsov Alexey G et al.* Mode-resolved analysis of pump and Stokes beams in LD-pumped GRIN fiber Raman lasers // *Optics Letters*. — 2022. — Vol. 47, no. 5. — P. 1222–1225.
119. *Mangini Fabio, Podivilov Evgeniy V, Ferraro Mario et al.* Thermalization of orbital angular momentum beams in optical fibers // *CLEO: QELS Fundamental Science / Optica Publishing Group*. — 2022. — P. FF1A–8.
120. *Mangini Fabio, Ferraro Mario, Gervaziev Mikhail et al.* Thermodynamics of multimode fiber systems revealed by holographic mode decomposition // *Nonlinear Photonics / Optica Publishing Group*. — 2022. — P. NpTu1F–4.
121. Харенко ДС, Гервазиев МД, Ферраро М и др. Метод модовой декомпозиции для исследования нелинейной динамики многомодового излучения // 10 Международный семинар по волоконным лазерам. — 2022. — С. 67–68.
122. *Gervaziev M, Ferraro M, Podivilov EV et al.* Mode Decomposition Method for Investigating the Nonlinear Dynamics of a Multimode Beam // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. — 2023. — Vol. 59, no. 1. — P. 51–61.
123. *Mangini Fabio, Ferraro Mario, Sun Yifan et al.* Modal phase-locking in multimode nonlinear optical fibers // *Optics Letters*. — 2023. — Vol. 48, no. 14. — P. 3667–3680.