

Пронина Валерия Сергеевна

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С
ПОМОЩЬЮ ОБУЧАЕМЫХ
ОПТИМИЗАЦИОННО-НЕЙРОСЕТЕВЫХ
АЛГОРИТМОВ**

Специальность 1.2.2 —
«Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Москва — 2022

Работа выполнена в Автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования «Сколковский институт науки и технологий»

Научный руководитель: PhD
Дылов Дмитрий Владимирович

Официальные оппоненты: **Муравская Наталья Павловна**,
Доктор технических наук,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»,
профессор

Мельников Александр Алексеевич,
Кандидат физико-математических наук,
Общество с ограниченной ответственностью «Центр речевых технологий»,
ведущий научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО», г. Санкт-Петербург

Защита состоится «_____» _____ г. в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 003.005.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте автоматизации и электрометрии СО РАН по адресу: 630090. г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга, 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИАиЭ СО РАН и на сайте:
<https://www.iae.nsk.su/ru/dissertation-council/>.

Автореферат разослан «_____» _____ г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

Д 003.005.02, д-р физ.-мат. наук

Ильичёв Леонид Вениаминович

Общая характеристика работы

Восстановление изображений – проблема, играющая ключевую роль во многих приложениях [1; 2]. Для качественного анализа изображений и минимизации возможной ошибки, например, при постановке медицинского диагноза, необходимо, чтобы изображения как можно более точно соответствовали искомому объекту. В настоящее время благодаря развитию технологий машинного обучения и в частности глубокого обучения, решения многих проблем восстановления изображений были получены с использованием свёрточных нейронных сетей. Такие решения представляют собой результат обучения параметров нейросетевых моделей, непосредственно переводящих имеющееся искажённое изображение в ожидаемый результат реконструкции. При наличии модели, обученной на доступных тренировочных данных, использование методов глубокого обучения позволяет получать быстрый результат реконструкции. Тем не менее, основным недостатком такого подхода является отсутствие у модели информации о процессе формирования и искажения результирующего изображения [3]. По этой причине для решения различных задач восстановления изображений модель необходимо переобучить на соответствующих заданию данных.

С другой стороны, классические методы математического моделирования позволяют решать обратные задачи восстановления изображений, сформулированные исходя из физического процесса формирования наблюдений [1; 4]. Для решения задачи необходимо уточнить вид прямой модели формирования измерения. Благодаря этому методы, основанные на таких моделях, могут быть применены к различным видам искажённых данных. Тем не менее классические методы математического моделирования требуют включения дополнительной априорной информации об ожидаемом решении, а также зачастую являются времязатратными [3; 5].

Из этого следует, что актуальным является создание метода, объединяющего в себе классическое решение обратной задачи и тренируемых моделей. Первое призвано учитывать особенности физического процесса формирования изображений, в то время как вторые позволяют получить оценку регуляризационных параметров непосредственно из имеющихся данных.

В различных областях науки и техники визуализация представлена разнообразными приложениями, среди них, например, микроскопия, компью-

терная томография, однопиксельная визуализация, цифровая фотография. Для этих приложений процесс получения изображения с использованием визуализирующей системы может быть описан с помощью общей математической формулировки

$$\mathbf{y} = \mathcal{H}(\mathbf{x}), \quad (1)$$

в которой \mathbf{x} соответствует искомому, или истинному, объекту, \mathbf{y} обозначает зарегистрированное измерение или наблюдение, а \mathcal{H} – оператор, осуществляющий отображение из одного векторного пространства в другое [1–3]. В настоящей работе рассмотрены задачи, в которых оператор \mathcal{H} осуществляет линейное преобразование. В различных задачах искомое изображение обычно представлено в виде вектора $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$. Полученное измерение может представлять собой двух- или трёхмерное изображение такой же размерности, как и искомое изображение \mathbf{x} , и также быть представлено в виде вектора $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$ – например, в задачах микроскопии. С другой стороны, в задачах однопиксельной визуализации измерение может быть представлено вектором иной размерности – $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^P$. В то же время линейный оператор \mathcal{H} обычно представлен матрицей $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{P \times N}$, размер которой так же зависит от приложения. Форма матрицы определяется устройством, осуществляющим формирование изображения, в частности физическим процессом формирования изображения. Например, в случае микроскопии \mathbf{H} соответствует матрице оператора свёртки, представленного функцией рассеяния точки микроскопа (point spread function, PSF) [6; 7]; в случае однопиксельной визуализации \mathbf{H} – матрица бинарных паттернов или матрица Адамара [8]; в случае магнитно-резонансной томографии \mathbf{H} соответствует совокупности преобразования Фурье с последующей субдискретизацией [9].

Процесс формирования изображения обычно называется *прямым процессом*, в то время как задача восстановления искомого изображения является *обратной задачей*. Решение обратной задачи может состоять в оптимизации некоторого критерия, например, в поиске такой оценки $\hat{\mathbf{x}}$, при которой $\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}$ аппроксимирует \mathbf{y} по методу наименьших квадратов [2; 10]. Другими словами, решение должно минимизировать ошибку вида

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2. \quad (2)$$

Обратные задачи восстановления изображений чаще всего являются *некорректно поставленными*, поскольку как минимум одно из свойств корректно поставленной задачи по Адамару [11] нарушено:

1. Решение существует;
2. Решение уникально;
3. Решение устойчиво – решение непрерывно зависит от входных данных, при незначительном изменении входных данных решение также меняется незначительно.

Например, решение, полученное в соответствии с Формулой 2, может не существовать, а в случае, если оно существует, оно неустойчиво к малым изменениям в измерении \mathbf{y} . В работе [12] был предложен метод регуляризации Тихонова, согласно которому задача состоит в поиске решения, минимизирующего функционал следующего вида:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2 + \gamma\Omega[\mathbf{x}]. \quad (3)$$

Здесь второй член является стабилизирующим функционалом, и часто используется функционал вида $\Omega[\mathbf{x}] = \|\mathbf{x}\|_2^2$. Предложенный метод регуляризации широко используется в различных задачах восстановления изображений [13–16].

С другой стороны, с развитием технологий глубокого обучения решения многих проблем восстановления изображений были получены с использованием свёрточных нейронных сетей. Большое количество алгоритмов, основанных на нейронных сетях, было предложено для решения задач обесшумливания изображений [17; 18], преобразования RGB массива в цветное изображение [19; 20], увеличения разрешения изображений [21–23]. Методы глубокого обучения также нашли применение в задачах устранения размытия изображений или деконволюции. Например, в работе [24] была предложена CNN, осуществляющая восстановление естественных изображений. Авторами работы [25] было предложено применение нейронной сети для решения задачи слепой деконволюции, то есть восстановления изображения без информации о функции размытия. Шаг в сторону объединения традиционных оптимизационных алгоритмов восстановления изображений с методами глубокого обучения был сделан в работе [26] с использованием итеративного алгоритма деконволюции, основанного на быстром преобразовании Фурье

(БПФ, fast Fourier transform, FFT). Отличительной особенностью этого алгоритма является то, что применяемые в нём регуляризационные фильтры являются обучаемыми параметрами. Аналогичный подход был рассмотрен в работах [27; 28]. В работе [29] авторы предложили получение с помощью нейронной сети обесшумленных вертикальных и горизонтальных градиентов изображения, интегрированных затем в алгоритм деконволюции изображения. В работе [3] было предложено обесшумливание изображения с помощью нейронной сети и затем включение результата в решение обратной задачи восстановления изображения. Наконец, в работе [30] авторами была использована выучиваемая с помощью нейронной сети априорная информация об изображении, описанная сглаженным гауссовой функцией распределением вероятностей для естественных изображений.

В то время как нейросетевые модели, используя доступные тренировочные данные для реконструкции, зачастую не учитывают особенности физического процесса формирования изображения, классические методы, выведенные на основе Формулы 1, располагают приблизительной априорной информацией об ожидаемом решении. В связи с этим настоящая диссертационная работа сфокусирована на преодолении ограничений двух подходов.

Целью диссертационной работы является разработка методов и алгоритмов математического моделирования для решения обратных задач восстановления изображений. Разработанные схемы должны объединять в себе достоинства классических алгоритмов решения обратных задач и новых алгоритмов глубокого обучения. Также необходимо создание комплекса программ, реализующего разработанные алгоритмы.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Разработка серии алгоритмов восстановления изображений, полученных с помощью микроскопа с известной функцией рассеяния точки. Разработанные алгоритмы должны включать регуляризацию решения, аппроксимированную с помощью тренируемых моделей.
2. Обучение набора нейронных сетей, осуществляющих решение задачи п.1, и публикация их в открытом доступе.

3. Разработка алгоритмов восстановления изображений, полученных с помощью микроскопа, при отсутствии информации о функции размытия точки. Вычисление функции размытия точки должно быть осуществлено с помощью современных алгоритмов глубокого обучения.
4. Разработка алгоритма восстановления многоканальных (гиперспектральных) изображений, полученных методом однопиксельной визуализации. Регуляризационный член в решении должен быть аппроксимирован с помощью нейронной сети.
5. Исследование методов разделения сигнала, полученного с помощью спектральной компьютерной томографии, на отдельные для каждого составляющего материала изображения. Разработка решения задачи декомпозиции материалов с помощью нейронных сетей.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработан набор из последовательно усложнённых схем аппроксимации регуляризационного параметра для решения задачи восстановления изображений, полученных с помощью микроскопа.
2. Показано, что объединение оптимизационного алгоритма восстановления изображений и нейросетевого подхода к аппроксимации регуляризационного члена позволяет получать более высокие метрики реконструкции, чем при использовании указанных подходов по отдельности.
3. Обучены и опубликованы оригинальные нейросетевые модели для восстановления изображений, искажённых гауссовским и пуассоновским шумами.
4. Разработан алгоритм, реализующий итеративную схему совместного поиска искомого изображения, полученного с помощью микроскопа, и функции рассеяния точки микроскопа. Вычисление параметров функции рассеяния точки осуществлено с помощью тренируемых агентов.
5. Разработан алгоритм восстановления гиперспектральных изображений, полученных методом однопиксельной визуализации, в котором нейронная сеть применена для регуляризации решения в пространственной и спектральной областях.

6. Показано, что регуляризация решения в пространственной и спектральной областях в задаче восстановления гиперспектральных изображений приводит к лучшим результатам реконструкции благодаря межканальной корреляции.
7. Исследованы методы разделения сигналов, полученных с помощью спектральной компьютерной томографии. Показано применение нейронной сети для разделения сигналов как в области проекций, так и в области изображений.

Научная новизна: заключается в следующем:

1. Разработан новый метод аппроксимации регуляризационного члена в решении задачи восстановления изображений, полученных с помощью микроскопа, с использованием тренируемых моделей. В том числе разработан новый алгоритм аппроксимации индивидуального для каждого пикселя регуляризационного члена.
2. Предложены и опубликованы оригинальные нейросетевые модели для восстановления изображений на основе комбинации классических оптимизационных схем (фильтр Винера, алгоритм Ричардсона-Люси) и тренируемых моделей аппроксимации регуляризационного члена.
3. Разработан новый метод восстановления многоканальных изображений, полученных с помощью однопиксельной камеры, с использованием композиции нейронных сетей. В основе метода лежит комбинация классического решения обратной задачи и тренируемой модели регуляризации решения в пространственной и спектральной областях.
4. Разработан новый метод восстановления функции рассеяния точки микроскопа путём поиска оптимальных параметров математической модели функции с помощью алгоритма обучения с подкреплением.

Практическая ценность результатов диссертации заключается в том, что в работе рассмотрены задачи восстановления изображений, актуальные для различных областей науки и техники. В том числе полученные автором результаты имеют научно-практическую ценность для задач анали-

за медико-биологических изображений. Некоторые предложенные в работе методы и модели опубликованы в открытом доступе.

Обоснованность и достоверность результатов и выводов. Выводы диссертации обоснованы аналитическими расчётами и подтверждены данными воспроизводимых экспериментов на основе разработанных алгоритмов. Теоретическую и методологическую основу проведённых исследований составили труды отечественных и зарубежных авторов в области восстановления изображений. Для анализа полученных результатов применены показатели качества, традиционно используемые для оценки решения задач восстановления изображений. Результаты, полученные в процессе подготовки диссертации, были представлены на международных научных конференциях и опубликованы в рецензируемых научных изданиях.

Основные результаты работы докладывались на следующих научных конференциях и семинарах:

- Applied Inverse Problems Conference, доклад “Nonlinear material decomposition in spectral CT using deep learning” JFPJ Abascal, 8-12 июля 2019.
- 16th European Conference on Computer Vision (ECCV), постер “Microscopy Image Restoration with Deep Wiener-Kolmogorov Filters”, Пронина Валерия, 23-28 августа 2020.
- 2020 IEEE 17th International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI), доклад “Material decomposition in spectral CT using deep learning”, JFPJ Abascal, 3-7 апреля 2020.
- Научный семинар в Институте Вычислительной Математики им. Г.И. Марчука РАН, доклад “Восстановление изображений с помощью обучаемых алгоритмов реконструкции”, Пронина Валерия, 15 февраля 2022.
- Научный семинар в Институте Автоматики и Электрометрии Сибирского отделения РАН, доклад “Восстановление изображений с помощью обучаемых алгоритмов реконструкции”, Пронина Валерия, 4 апреля 2022.

Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, в частности, пунктам: п.1 – Разработка новых математических методов мо-

делирования объектов и явлений; п.3 – Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий; п.4 – Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 4 печатных изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus.

Личный вклад. соискателя в работах с соавторами заключается в следующем: В работе [A1] автором были разработаны методы обучения регуляризационных фильтров, их аппроксимации с помощью нейронной сети, а также метод моделирования регуляризационного члена целиком с помощью нейронной сети и алгоритм получения решения. Подготовка данных была осуществлена автором. Экспериментальные результаты были получены автором самостоятельно. В работе [A2] автором был разработан метод, обобщающий решение задачи восстановления изображений, полученных с помощью однопиксельной камеры, для случая многоканальных изображений. Также автором был разработан алгоритм генерирования многоканальных изображений из RGB-изображений, подготовлен тренировочный набор данных, обучен набор нейронных сетей и получены результаты экспериментов. В работах [A3; A4] автором был разработан алгоритм разделения изображений спектральной КТ на изображения составных материалов с использованием нейронной сети в области проекций. Автор участвовала в сборе и подготовке тренировочных данных, а также в проведении первой серии экспериментов.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность исследований, проводимых в рамках диссертационной работы, приведён вводный обзор научной литературы по изучаемой проблеме, сформулирована цель, поставлены задачи работы, сформулирована научная новизна и практическая значимость представленных результатов. Во введении приведён краткий обзор основных областей науки и техники, для которых обработка изображений имеет ключевое значение, а также представлен и описан с математической точки зрения процесс формирования измерения с помощью визуализирующей системы. Показано, что математическое правило, описывающее прямой процесс формирования

измерения, имеет общий вид для различных методов исследования объектов. Описаны причины, приводящие к искажению полученного измерения, и приведён обзор методов восстановления исходного изображения, включающих алгоритмы классической оптимизации и новые алгоритмы глубокого обучения, в том числе нейронные сети.

Первая глава посвящена исследованию проблемы восстановления изображений, полученных с помощью микроскопа и искажённых размытием и пуассоновским или гауссовским шумом. В этой главе описаны основные причины, приводящие к размытию и зашумлению изображений при визуализации объекта с помощью микроскопа. Процесс формирования изображения, а также факторы, приводящие к его искажению, описаны с помощью математической формулировки, которая соответствует Формуле 1 и имеет вид $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}$. Здесь $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ – искомое изображение объекта, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ – матрица оператора свёртки – функции рассеяния точки микроскопа, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$ – полученное изображение.

Задача восстановления изображений, искажённых размытием и шумом, является некорректно-поставленной обратной задачей. Для преодоления этой проблемы в работе [12] был предложен метод регуляризации по Тихонову, являющийся распространённым подходом во многих задачах восстановления изображений [13–16; 31; 32]. Этот метод состоит в поиске решения, минимизирующего функционал вида

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2 + \gamma\Omega[\mathbf{x}]. \quad (4)$$

В Формуле 4 второй член является стабилизирующим функционалом; часто используется функционал вида $\Omega[\mathbf{x}] = \|\mathbf{x}\|_2^2$.

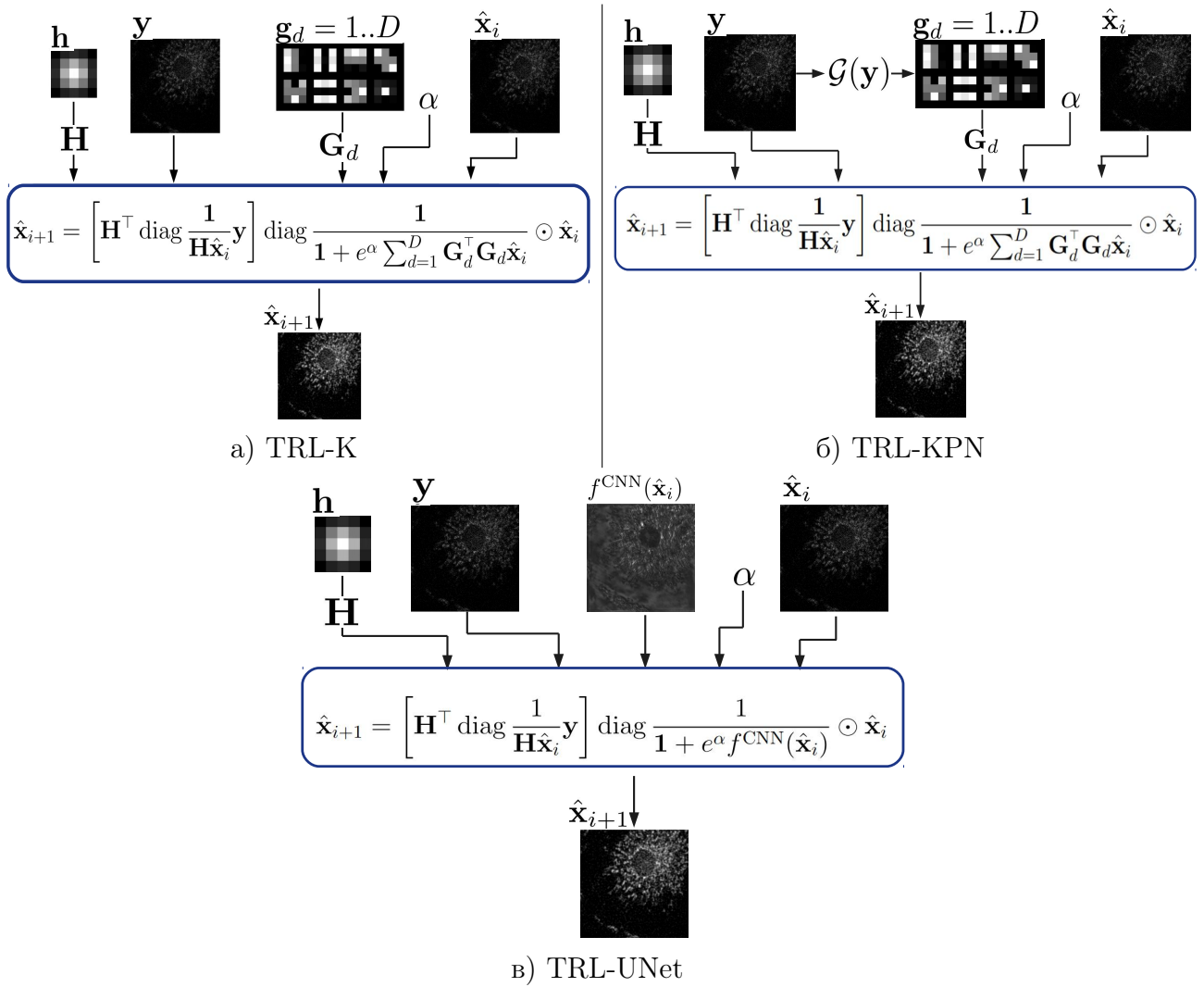
С другой стороны, с развитием технологий машинного и в частности глубокого обучения многие проблемы восстановления изображений были решены с использованием этих технологий и в частности с применением нейронных сетей [17–25; 33; 34] в том числе для регуляризации решения [3; 20; 29; 35–38].

В первой главе предложено объединение классических оптимизационных алгоритмов восстановления изображений, полученных с помощью микроскопа, с методами глубокого обучения для вычисления регуляризационных параметров. Идея предложенного подхода заключается в том, что парамет-

ры стабилизирующего решение члена в Формуле 4, или регуляризационного члена, описывающего априорную информацию о решении, могут быть найдены непосредственно из доступных пар искажённое изображение-эталонное изображение с помощью методов глубокого обучения.

На первом этапе рассмотрена задача восстановления изображений, искажённых размытием и пуассоновским шумом. Такая задача актуальна, например, в микроскопии с использованием низкой интенсивности освещения [13]. Для её решения применён алгоритм Ричардсона-Люси, который выведен из предположения, что полученное измерение может быть описано с помощью распределения Пуассона [13; 39; 40]. Две формулировки предложенного в первой главе решения применяют регуляризационный член вида $r(\mathbf{x}) = \gamma \sum_{d=1}^D \|\mathbf{G}_d \mathbf{x}\|_2^2 = \gamma \sum_{d=1}^D \|\mathbf{g}_d * \mathbf{x}\|_2^2$. В первой предложенной схеме решения регуляризационные фильтры \mathbf{g}_d , а также степень α регуляризационного коэффициента $\gamma = e^\alpha$, контролирующего уровень включения априорной информации в решение, являются обучаемыми параметрами. Во второй схеме регуляризационные фильтры вычислены с помощью нейронной сети. Согласно третьей формулировке решения градиент регуляризационного члена $\nabla r(\mathbf{x})$ вычислен с помощью нейронной сети. Обучаемые параметры, в том числе веса нейронной сети, вычислены путём получения решения с помощью алгоритма Ричардсона-Люси с применённой регуляризацией и дальнейшей минимизации целевой функции с помощью алгоритма обратного распространения ошибки. Целевая функция, или функция потерь, представляет собой сумму ℓ_1 -нормы разности между эталонным изображением и решением и ℓ_1 -нормы разности между их градиентами. Схемы предложенных алгоритмов на основе метода Ричардсона-Люси представлены на Рисунке 1.

На втором этапе исследована задача восстановления изображений, искажённых размытием и аддитивным фоновым шумом, который может быть описан с помощью нормального, или Гауссовского, распределения. Для восстановления изображений в таком случае рассмотрен фильтр Винера [41]. Схемы формирования регуляризационного члена в фильтре Винера повторяют описанные выше схемы для алгоритма Ричардсона-Люси, а именно сначала регуляризационный член сформирован как $r(\mathbf{x}) = \gamma \sum_{d=1}^D \|\mathbf{g}_d * \mathbf{x}\|_2^2$, и одинаковые для всех изображений регуляризационные фильтры \mathbf{g}_d являются обучаемыми параметрами. На втором этапе регуляризационные фильтры

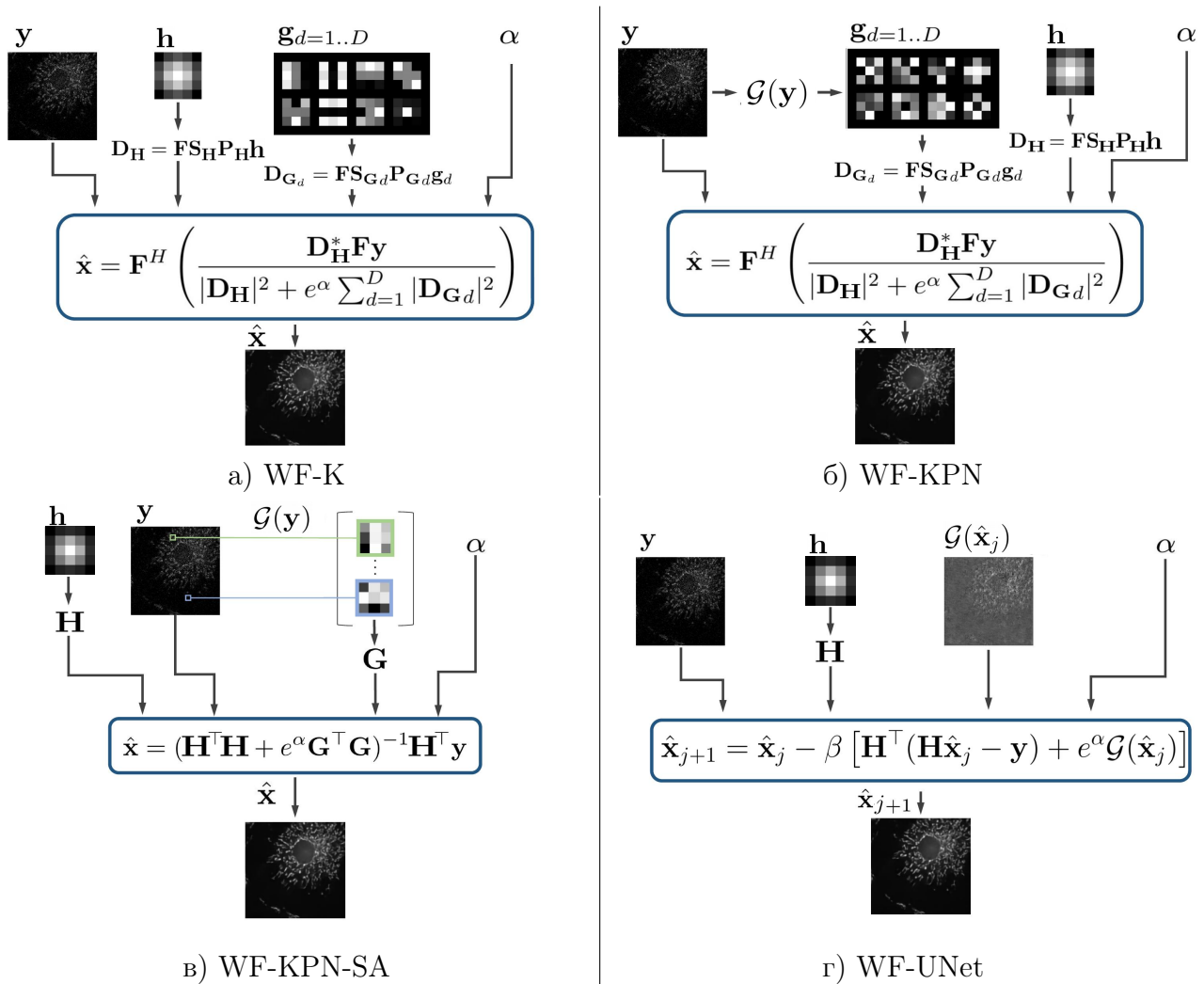


На Рисунке 1а представлен алгоритм Ричардсона-Люси с обучаемыми регуляризационными фильтрами, на Рисунке 1б изображён алгоритм Ричардсона-Люси с регуляризационными фильтрами, вычисленными для каждого изображения с помощью нейросети. На Рисунке 1в отображена схема, в которой градиент регуляризационного члена для каждого изображения вычислен с помощью нейронной сети.

Рис. 1 — Схемы трёх алгоритмов на основе схемы Ричардсона-Люси, реализующих аппроксимацию регуляризационного члена тренируемыми моделями.

для индивидуальных изображений вычислены с помощью нейронной сети. И, наконец, градиент регуляризационного члена $\nabla r(\mathbf{x})$ вычислен с помощью нейронной сети. Кроме того, в случае изображений, искажённых гауссовским шумом, предложено вычисление индивидуальных регуляризационных фильтров для каждого пикселя каждого изображения с помощью нейронной сети.

Схемы предложенных алгоритмов на основе фильтра Винера представлены на Рисунке 2.



На Рисунке 2а представлен фильтр Винера с обучаемыми

регуляризационными фильтрами, на Рисунке 2б изображён фильтр Винера с регуляризационными фильтрами, вычисленными с помощью нейронной сети для каждого изображения. На Рисунке 2в представлен фильтр Винера с регуляризационными фильтрами, вычисленными с помощью нейронной сети для каждого пикселя. На Рисунке 2г отображена схема, в которой градиент регуляризационного члена вычислен с помощью нейронной сети.

Рис. 2 — Схемы четырёх алгоритмов на основе фильтра Винера, реализующих аппроксимацию регуляризационного члена тренируемыми моделями.

Разработанные модели для устранения размытия и шумов обучены с использованием открытого набора двумерных чёрно-белых изображений клеток, полученных с помощью микроскопа [42; 43]. Для обучения моделей

автором создано два набора изображений, искажённых размытием и пуассоновским или, соответственно, гауссовским шумом различной интенсивности. Предложенные в первой главе модели протестированы на отложенных наборах изображений. Кроме того результаты, полученные с помощью разработанных моделей, сравнены с результатами, полученными с использованием схем Ричардсона-Люси и фильтра Винера без обучаемых параметров регуляризации для пуассоновского и гауссовского шума соответственно. Также нейронная сеть, входящая в состав некоторых предложенных схем, обучена восстанавливать изображения из искажённых пуассоновским или гауссовским шумом наблюдений. Наконец, разработанные модели сравнены с другими передовыми методами восстановления размытых и зашумлённых изображений, в том числе основанными на методах глубокого обучения.

Полученные результаты демонстрируют, что схемы на основе алгоритма Ричардсона-Люси приводят к удовлетворительному качеству восстановления изображений, искажённых размытием и пуассоновским шумом, но в случае высокой интенсивности шума показывают результаты хуже, чем обученная восстановлению нейронная сеть.

Таблица 1 — Сравнительная таблица метрик качества восстановления изображений, искажённых размытием и гауссовским шумом пяти уровней интенсивности. Наилучший результат выделен жирным шрифтом.

	Значение стандартного отклонения									
	0.001		0.005		0.01		0.05		0.1	
	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
Input	36.23	.8955	35.37	.8791	33.93	.8339	26.03	.3858	21.14	.1718
IRCNN [3]	33.33	.8604	36.88	.8972	36.80	.9013	32.44	.7932	28.95	.6835
FDN [37]	40.31	.9424	38.6	.9239	37.33	.9086	33.50	.8406	30.49	.7550
DMSP-NA [30]	40.44	.9402	39.16	.9290	37.73	.9123	34.31	.8589	32.19	.8312
DMSP-NB [30]	40.27	.9411	37.23	.9027	36.59	.8930	34.29	.8582	32.20	.8313
UNet	37.73	.9177	37.27	.9136	36.64	.9064	34.04	.8556	32.40	.8187
WF-T	36.72	.8964	36.62	.8948	36.33	.8902	32.89	.8029	29.45	.6646
WF-K	35.66	.8849	35.61	.8834	35.45	.8787	32.74	.7950	29.27	.6835
WF-KPN	38.72	.9253	37.98	.9176	36.80	.9028	32.33	.8022	29.20	.7259
WF-KPN-SA	39.86	.9390	38.76	.9275	37.81	.9157	34.58	.8688	32.60	.8363
WF-UNet	38.08	.9102	37.55	.9053	36.77	.8966	33.89	.8442	32.01	.8096

Схемы на основе фильтра Винера в свою очередь показывают превосходные результаты восстановления изображений, искажённых размытием и гауссовским шумом (Таблица 1), позволяя достигать до 0.1-0.3 дБ улучшения метрики отношения пикового сигнала к шуму по сравнению с результатами для второго по величине метрик алгоритма. В частности схема, реализующая фильтр Винера с регуляризационными фильтрами, вычисленными с помощью нейронной сети для каждого пикселя изображения, демонстрирует наилучшие значения метрик восстановления изображений в случае высокой интенсивности шума.

Поскольку схемы на основе фильтра Винера демонстрируют наилучшие результаты восстановления изображений, они применены к изображениям, искажённым размытием и пуассоновским шумом. Для реализации этого подхода применён метод стабилизации дисперсии, с помощью которого изображения, подчиняющиеся пуассоновской статистике, преобразуются в изображения, подчиняющиеся гауссовской статистике [44]. К полученным изображениям применены разработанные схемы на основе фильтра Винера, а затем восстановленные изображения подвергнуты обратному преобразованию. Полученные с помощью такого подхода результаты демонстрируют, что предложенные схемы на основе фильтра Винера показывают наилучшие результаты восстановления и в случае искажения изображений размытием и пуассоновским шумом, позволяя достигать до 0.5 дБ улучшения по сравнению с результатами для второго по величине метрик алгоритма.

Во второй главе продолжено исследование проблемы восстановления изображений в микроскопии. Вторая глава посвящена задаче слепой деконволюции, в которой неизвестными являются искомое изображение объекта и функция рассеяния точки (PSF) микроскопа – функция, определяющая степень и форму размытия в полученном изображении. Для восстановления формы неизвестной функции рассеяния точки в микроскопии чаще всего используются два подхода: аппроксимация PSF математической моделью и визуализация наночастиц [7; 45]. Также существуют методы, использующие для вычисления функции рассеяния точки полученные искажённые изображения [46; 47]. Например, авторами [48–50] описан способ оценки параметров функции рассеяния точки на основе спектра Фурье искажённого изображения, а в работе [51] представлен метод оценки PSF путём минимизации крите-

рия, выведенного из статистики шума в изображении, полученном с помощью микроскопа. Кроме того, методы глубокого обучения нашли своё применение в задачах восстановления формы PSF [52; 53].

Во второй главе рассмотрено два подхода к поиску функции рассеяния точки оптической системы для последующего её использования в задаче восстановления искомого изображений. Оба подхода основаны на решении задачи деконволюции относительно неизвестной функции рассеяния точки. В первом подходе для вычисления PSF предложено применение неконтролируемого фильтра Винера [54]. Для осуществления решения необходимо не только полученное с помощью оптической системы искажённое изображение, но и эталонное изображение, которое является неизвестным. Для получения псевдо-эталонного изображения в настоящей работе использован подход, согласно которому приближённая оценка искомого изображения получена с помощью претренированной на изображениях микроскопии генеративно-состязательной нейронной сети [55]. Эта архитектура выбрана благодаря её способности генерировать изображения в высоком разрешении из изображений в низком разрешении. При наличии псевдо-эталонного и искажённого изображений, функция рассеяния точки вычислена с помощью неконтролируемого фильтра Винера. Полученная с помощью описанного подхода PSF затем использована для улучшения искомого изображения. На Рисунке 3 представлена схема восстановления трёхмерной функции рассеяния точки с использованием трёхмерных изображений микроскопии.

Второй предложенный подход к восстановлению неизвестной функции рассеяния точки заключается в использовании итеративного алгоритма слепой деконволюции, построенного на основе схемы Ричардсона-Люси. Алгоритм Ричардсона-Люси выведен с помощью теоремы Байеса как оценка апостериорного максимума в предположении, что полученное в результате наблюдения изображение может быть описано с помощью распределения Пуассона [13; 39; 40]. Авторами работ [56; 57] было предложено применение этого алгоритма не только для поиска неизвестного изображения, но и для оценки значений неизвестной функции рассеяния точки. Для осуществления предложенного подхода в работах [56; 57] рассмотрен итеративный алгоритм слепой деконволюции, в котором на каждой итерации сначала с помощью схемы Ричардсона-Люси производится поиск PSF, а затем с её помощью вычисление

искомого изображения. В настоящей работе предложена модифицированная схема итеративной слепой деконволюции – на каждом шаге поиск значений PSF производится не с помощью алгоритма Ричардсона-Люси, а путём аппроксимации функции рассеяния точки известной математической моделью.

Как было указано выше, для аппроксимации функции рассеяния точки часто используются математические модели, такие как, например, модель Борна и Вольфа [7]. Математическая модель зависит от неизвестных в общем случае параметров, определяющих размер и форму PSF. Для определения оптимальной комбинации параметров модели PSF предложено использовать метод обучения с подкреплением. Обучение с подкреплением — это технология машинного обучения, в которой так называемый агент тренируется принимать последовательные решения и взаимодействовать со средой, наблюдая её состояния, таким образом, чтобы максимизировать суммарную награду, полученную в результате выполнения того или иного действия.

Таким образом, идея объединения метода обучения с подкреплением и итеративной слепой деконволюции на основе схемы Ричардсона-Люси заключается в следующем. На каждой итерации алгоритма слепой деконволюции на первом этапе происходит выбор агентом оптимальных параметров модели Борна и Вольфа для функции рассеяния точки. На втором этапе с помощью смоделированной PSF и алгоритма Ричардсона-Люси происходит восстанов-

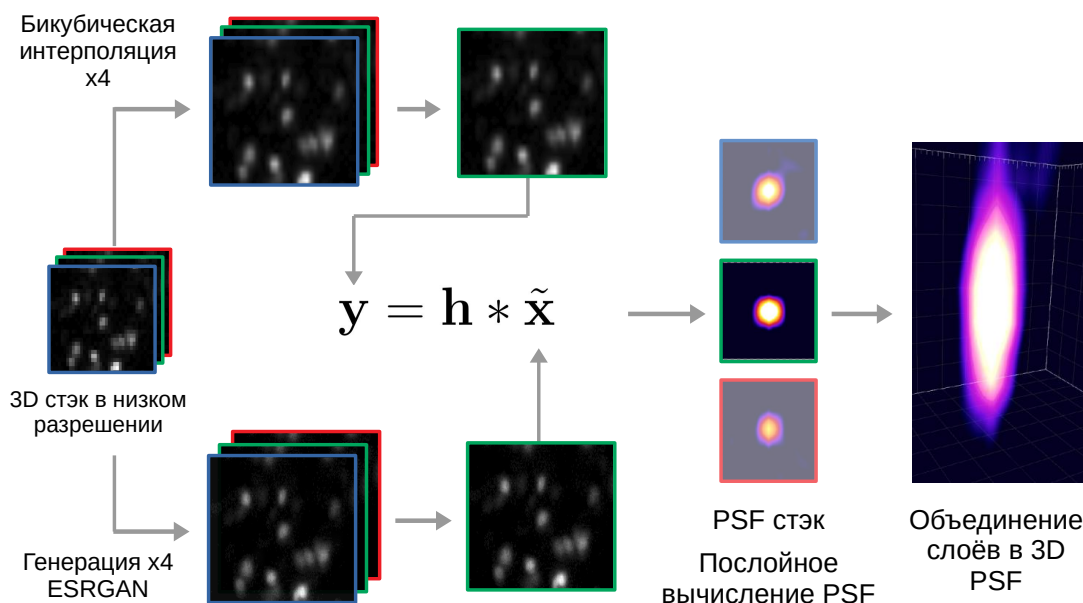


Рис. 3 — Схема восстановления функции рассеяния точки с помощью искажённых и псевдо-эталонных изображений.

ление искомого изображения. Схема предложенного метода представлена на Рисунке 4. Согласно Рисунку 4, в итеративной схеме слепой деконволюции этап вычисления неизвестной PSF с помощью алгоритма Ричардсона-Люси заменён на выбор параметров модели Борна-Вольфа с помощью алгоритма обучения с подкреплением.

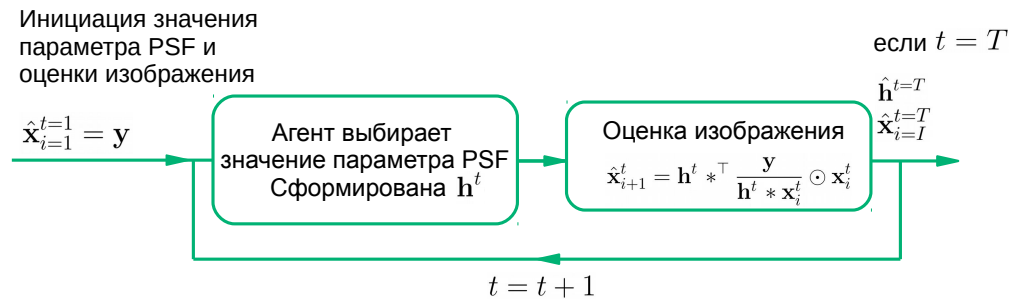


Рис. 4 — Итеративная схема алгоритма слепой деконволюции, объединяющего метод обучения с подкреплением для поиска параметров PSF и алгоритм Ричардсона-Люси для оценки искомого изображения.

Для реализации предложенного алгоритма восстановления функции рассеяния точки и искомого изображения рассмотрено несколько вариантов использования алгоритма обучения с подкреплением. Сначала продемонстрирована способность тренируемого агента восстанавливать истинную форму PSF, заданную простой двумерной функцией Гаусса. Затем для восстановления такой же формы PSF применена иерархическая схема, в которой старший агент должен найти диапазон для искомого параметра, а младший — непосредственно значение этого параметра внутри выбранного диапазона. Далее иерархический алгоритм обучения с подкреплением с некоторыми корректировками применён для восстановления PSF, заданной функцией Борна-Вольфа. В такой формулировке старший агент производит поиск не диапазона, но параметра, определяющего ширину пятна функции размытия точки, а младший агент — параметра, уточняющего число концентрических колец и форму PSF. Полученные результаты показывают, что при использовании передаваемого агенту вектора наблюдений, состоящего из восстановленной PSF, её параметров и восстановленного изображения, возможно корректное вычисление функции рассеяния точки и восстановление одного изображения. При попытке восстановления разных изображений с использованием указанного вектора наблюдений, алгоритм демонстрирует некорректные результаты. С

другой стороны, при формировании вектора наблюдений как набора последних значений наград и соответствующих им действий, возможно корректное восстановление как функции рассеяния точки, так и различных изображений (Рисунок 5). Использование подхода, основанного на обучении с подкреплением, позволяет добиться улучшения отношения пикового сигнала к шуму до 6.5 дБ по сравнению с методом, основанным на использовании итеративной схемы Ричардсона-Люси для поиска как PSF, так и искомого изображения.

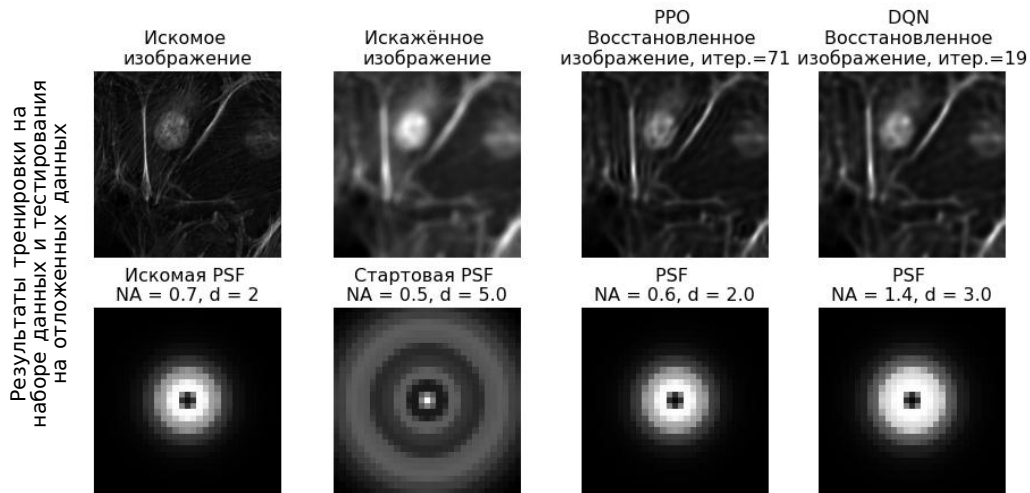


Рис. 5 — Результаты восстановления искомого изображения и PSF с помощью алгоритма слепой деконволюции и иерархического алгоритма обучения с подкреплением для поиска параметров d и NA.

В третьей главе исследована задача восстановления гиперспектральных изображений из однопиксельных измерений. Гиперспектральное изображение, помимо двух пространственных измерений, содержит третье спектральное измерение. Это измерение представлено набором каналов, каждый из которых соответствует узкому диапазону длин волн электромагнитного спектра [58].

Однопиксельная визуализация – это метод, позволяющий восстанавливать изображение из сигнала, полученного с помощью однопиксельного датчика. Достоинством однопиксельной визуализации является возможность восстанавливать изображения с использованием меньшего, чем число неизвестных пикселей, количества измерений. Процесс формирования однопиксельного измерения описан в третьей главе с помощью математической фор-

мулировки, в общем виде соответствующей выражению

$$\mathbf{m}^\alpha = \alpha \mathbf{H}_1 \mathbf{x}. \quad (5)$$

В Формуле 5 $\mathbf{m}^\alpha \in \mathbb{R}^P$ – вектор однопиксельного измерения, полученного при регистрации изображения $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ с неизвестной интенсивностью α , выраженной в количестве фотонов, пропорциональном времени освещения объекта. Матрица $\mathbf{H}_1 \in \mathbb{R}^{P \times N}$ представляет собой паттерны, сформулированные с помощью модулирующего световой поток устройства и выбранные из ортогонального базиса $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N \times N}$.

Однопиксельное измерение регистрируется датчиком как суммарный результат корреляции изображения визуализируемого объекта и спроецированных на него паттернов, создаваемых модулирующим световой поток устройством. В настоящей работе используются бинарные паттерны Адамара, число которых меньше, чем число неизвестных пикселей искомого изображения. В общем случае однопиксельное измерение искажено пуассоновским и гауссовским шумом. Кроме того, в случае применения спектрального детектора концепция однопиксельной визуализации расширяется для применения в гиперспектральной визуализации.

Вследствие использования небольшого количества бинарных паттернов и искажения измерения шумом, полное однопиксельное измерение может быть представлено как совокупность двух векторов – вектора известных, но искажённых шумом измерений, и вектора неизвестных измерений. В настоящей работе для восстановления полного вектора однопиксельных измерений применён подход, описанный в работе [59]. Согласно данному подходу, обесшумливание, или шумочистка, и дополнение недостающих измерений выполнено путём применения метода регуляризации по Тихонову. Процедура дополнения объединена с отображением измерения в искомое изображение и аппроксимирована полносвязным слоем нейронной сети. Веса слоя вычислены в процессе минимизации среднеквадратичной ошибки и являются фиксированными параметрами.

В третьей главе рассмотрено обобщение описанного выше решения задачи восстановления изображений из однопиксельных измерений для гиперспектрального случая. Для этого предложено использование свёрточных нейронных сетей, осуществляющих регуляризацию полученного решения. В на-

стоящей работе рассмотрено два подхода. Согласно первому подходу, каждый канал изображения восстановлен из соответствующего канала однопиксельного измерения с помощью метода, описанного выше. Далее каждый канал подвергается индивидуальной регуляризации с помощью двумерной нейронной сети. Таким образом осуществлена регуляризация в пространственной области. Согласно второму подходу, после восстановления каждого канала изображения, результирующее гиперспектральное изображение подвергается регуляризации с помощью трёхмерной нейронной сети. Благодаря этому возможна регуляризация не только в пространственной, но и в спектральной области. Схема обоих вариантов моделей для восстановления гиперспектральных изображений из однопиксельных измерений изображена на Рисунке 6.

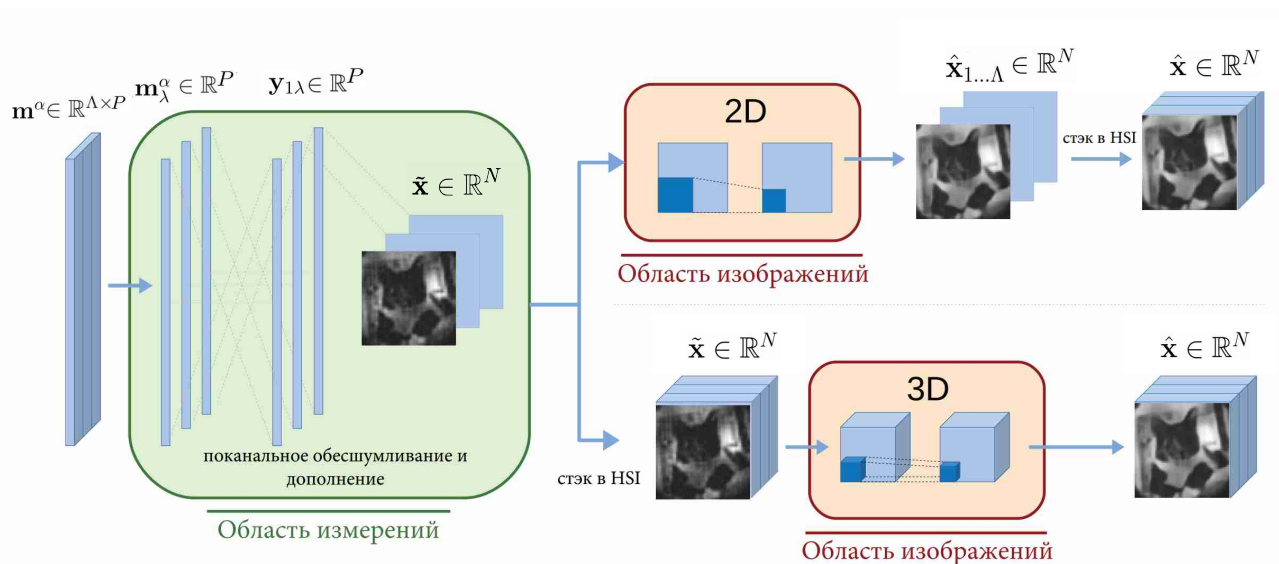


Рис. 6 — Схема двух вариантов моделей для восстановления изображений из гиперспектральных однопиксельных измерений.

Параметры двумерной свёрточной нейронной сети вычислены с помощью сопоставления чёрно-белых изображений из набора данных STL-10 [60] и их восстановленных из однопиксельных измерений версий. Параметры трёхмерной свёрточной нейронной сети вычислены с помощью сопоставления гиперспектральных изображений и их восстановленных из однопиксельных измерений версий. Для создания тренировочного набора гиперспектральных изображений из набора данных STL-10 в третьей главе предложено использование кривых спектральной чувствительности человеческого глаза [61; 62].

Модели для восстановления гиперспектральных изображений из однопиксельных измерений протестированы как на отложенном наборе гипер-

спектральных данных, так и на полученных с помощью экспериментальной установки гиперспектральных однопиксельных измерениях. Результаты, полученные на отложенных тестовых данных, как с точки зрения метрик, так и визуально показывают преимущество использования трёхмерных свёрток для восстановления гиперспектральных изображений. Особенно это преимущество заметно на граничных каналах, наиболее подверженных шуму. Использование трёхмерных свёрток позволяет получить улучшение отношения пикового сигнала к шуму минимум на 0.2 дБ по сравнению с использованием двумерных свёрток.

Результаты, полученные на экспериментальных однопиксельных данных, также показывают преимущество применения трёхмерной свёрточной сети перед двумерной сетью для регуляризации. В частности, использование пространственной и спектральной регуляризации приводит к восстановлению более гладких изображений, а также к восстановлению деталей, потерянных в процессе реконструкции с помощью двумерной сети (см. Рисунок 7, надпись на изображении).

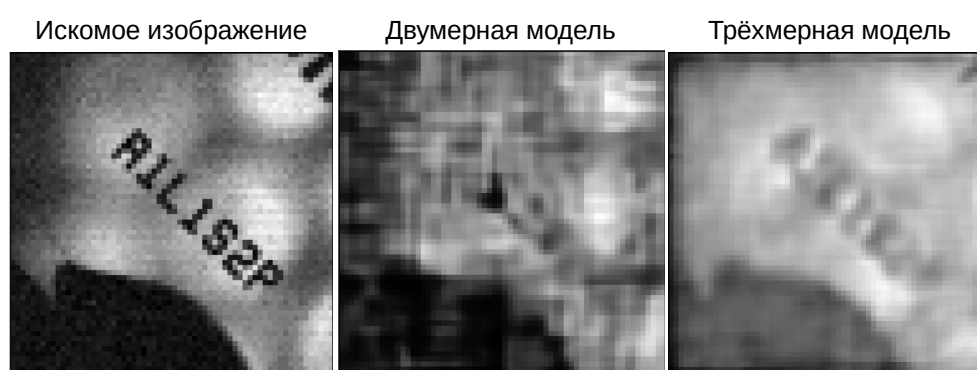


Рис. 7 — Результаты восстановления экспериментального измерения смещённой звезды Сименса.

Четвёртая глава посвящена задаче разделения изображения, полученного с помощью спектральной компьютерной томографии (КТ), на отдельные для каждого составляющего визуализируемый объект материала изображения. В спектральной КТ используются детекторы, осуществляющие подсчёт числа фотонов и определяющие их энергию в результате взаимодействия с различными веществами, что позволяет выделение отдельных изображений для различных материалов. Получаемые в результате регистрации измерения содержат смешанную информацию о материалах, но разделены на отдельные каналы для каждого диапазона энергий фотонов. С математической точки

зрения процесс формирования измерения \mathbf{y} при исследовании трёхмерного объекта \mathbf{x} , состоящего из M материалов, в спектральной компьютерной томографии представлен двумя этапами,

$$\mathbf{a}_m = \mathcal{H}(\mathbf{x}_m), \quad 1 \leq m \leq M, \quad (6)$$

$$\mathbf{y}^\phi = \mathcal{G}(\mathbf{a}^\phi), \quad 1 \leq \phi \leq \Phi. \quad (7)$$

Формула 6 описывает применение рентгеновского преобразования \mathcal{H} к каждому материалу m по отдельности, в результате чего получаются отдельные рентгеновские изображения для каждого вещества. Формула 7 описывает нелинейный процесс спектрального смешивания, применяемого к каждой КТ-проекции ϕ . Этот процесс представляет собой интегрирование значений результатов рентгеновских измерений по всему диапазону энергий с учётом коэффициента ослабления для каждого материала, а также энергетического спектра источника рентгеновского излучения [63].

Методы восстановления отдельных изображений для материалов принято разделять на три группы: методы, действующие в области проекций или синограм, методы, действующие в области реконструированных томографических изображений, и одношаговые методы инверсии [64–66]. Последние являются вычислительно крайне затратными методами. Методы, действующие в области изображений, используют предположения относительно прямой модели, описывающей процесс формирования изображения. В то же время методы, действующие в области проекций, учитывают физический процесс формирования измерений.

Методы глубокого обучения также нашли применение в задачах обработки изображений компьютерной томографии, в том числе для разделения материалов в спектральной КТ в области изображений [67; 68]. Тем не менее, классическим подходом к решению задачи разделения материалов являются оптимизационные методы, в частности, метод Гаусса-Ньютона [69].

В настоящей работе исследована проблема выделения отдельных томографических изображений для различных материалов из изображений спектральной компьютерной томографии, а также решение этой задачи с помощью методов глубокого обучения. Процесс декомпозиции материалов осуществлён как в области КТ-проекций, так и в области восстановленных томо-

графических изображений, а результаты сравнены с классическим оптимизационным алгоритмом – методом Гаусса-Ньютона.

Для разделения материалов в области проекций рассмотрена математическая модель, описывающая процесс формирования измерений в спектральной КТ и соответствующая Формулам 6 и 7. В процессе решения задачи разделения материалов с помощью свёрточной нейронной сети происходит отображение КТ-проекций для каждого энергетического диапазона, содержащих информацию обо всех материалах, в изображения КТ-проекций для каждого материала. Затем полученные проекции с помощью метода обратного проецирования с фильтрацией преобразованы в томографические изображения для материалов. Схема восстановления изображений представлена на Рисунке 8а.

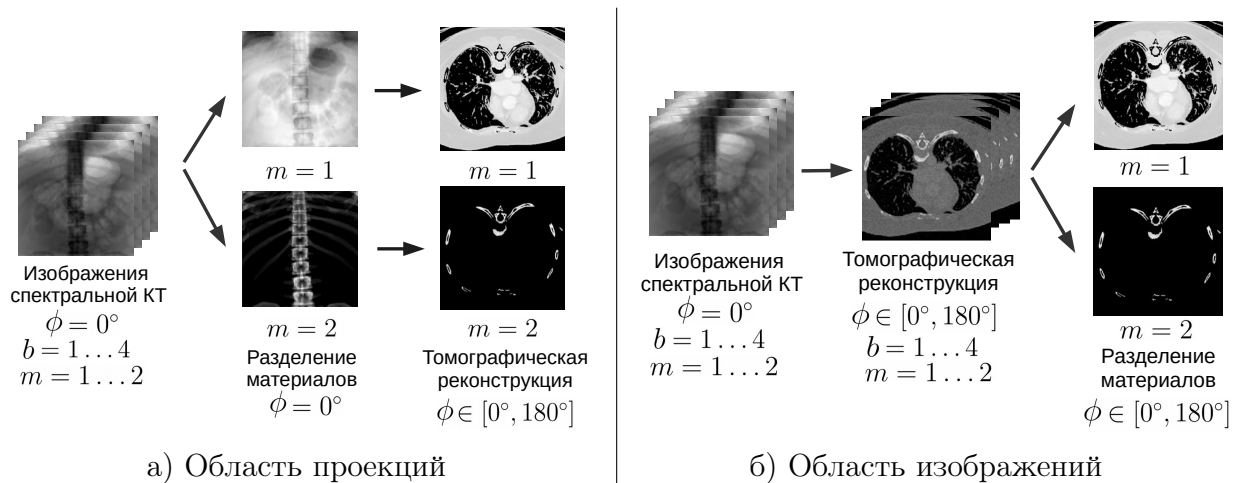


Рис. 8 — Схема реконструкции томографических изображений для энергетических диапазонов и последующей декомпозиции материалов в области изображений.

Для разделения материалов в области изображений используется виртуальная математическая модель формирования измерений в спектральной КТ. Модель состоит из двух этапов: на первом этапе происходит разделение томографического изображения, содержащего информацию обо всех материалах во всех диапазонах энергий, на отдельные томографические изображения для каждого диапазона энергий. Описанный процесс не имеет математической формулировки и выражен с помощью оператора спектрального смешивания, не имеющего аналитической формы. На втором этапе томографические изображения для каждого диапазона энергий с помощью рентгеновского преобразования трансформированы в набор КТ-проекций. В процессе реше-

ния обратной задачи разделения материалов КТ-проекции сначала преобразованы в томографические изображения для каждого диапазона энергий. Затем с помощью двумерной свёрточной нейронной сети происходит послойное отображение трёхмерных томографических изображений в томографические изображения для каждого материала. Схема восстановления изображений представлена на Рисунке 86.

Результаты, представленные на Рисунке 9, показывают, что применение свёрточной нейронной сети для разделения материалов в области проекций позволяет снизить уровень шума в результирующих изображениях по сравнению с методом Гаусса-Ньютона. Использование свёрточной нейронной сети для разделения материалов в области изображений приводит к наилучшему среди всех рассмотренных методов восстановлению деталей в томографических изображениях.

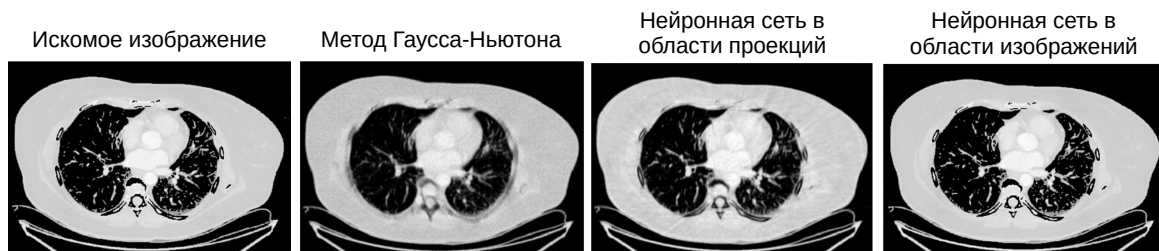


Рис. 9 — Результаты реконструкции томографических изображений для мягких тканей.

В **заклучении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Исследование задачи восстановления размытых и зашумлённых изображений, полученных с помощью микроскопа, показало, что объединение оптимизационного алгоритма восстановления изображений и нейросетевого подхода для аппроксимации регуляризационного члена позволяет получать более высокие метрики реконструкции, чем при использовании указанных подходов по отдельности.
2. Разработан набор из последовательно усложнённых схем аппроксимации регуляризационного члена для решения задачи восстановления изображений, искажённых пуассоновским и гауссовским шумами. Некоторые из разработанных алгоритмов превосходят наилучшие существующие на данный момент подходы к решению анало-

гичных задач. Соответствующие обученные нейросетевые модели опубликованы в открытом доступе.

3. Исследовано и предложено два подхода к решению задачи слепой деконволюции, то есть деконволюции изображений при отсутствии информации о функции размытия точки визуализирующей системы. Согласно первому подходу, оптимизационная задача решена относительно неизвестной функции рассеяния точки. Второй подход реализует итеративную схему попеременного поиска изображения, полученного с помощью микроскопа, и функции рассеяния точки микроскопа. Вычисление параметров последней выполнено с помощью тренируемых агентов. Полученные результаты для обоих методов показывают перспективу их применения к задачам слепой деконволюции.
4. Предложенный алгоритм регуляризации решения в спектральной и пространственной областях с помощью нейронной сети позволяет учитывать межканальную корреляцию при восстановлении гиперспектральных изображений из однопиксельного измерения. Совместно с решением с помощью минимизации критерия среднеквадратичной ошибки и регуляризации по Тихонову для обесшумливания и дополнения недостающих измерений, этот подход позволяет получение наилучших визуально и с точки зрения метрик результатов реконструкции.
5. Рассмотрены решения задачи разделения материалов в изображениях спектральной компьютерной томографии, реализуемые в области КТ-проекций и области томографических изображений. Показано, что нейросетевые подходы позволяют не только разделить изображения материалов, но и практически полностью устранить шум в итоговых томографических изображениях в отличие от алгоритма Гаусса-Ньютона с регуляризацией. Кроме того, изображения, полученные вследствие разделения материалов в области изображений, наиболее точно передают детали искомым изображений.

Публикации автора по теме диссертации

- A1. Microscopy Image Restoration with Deep Wiener-Kolmogorov filters / V. Pronina [et al.] // Computer Vision – ECCV 2020. — Cham : Springer International Publishing, 2020. — P. 185–201.
- A2. 3D denoised completion network for deep single-pixel reconstruction of hyperspectral images / V. Pronina [и др.] // Optics Express. — 2021. — нояб. — т. 29, № 24. — с. 39559–39573.
- A3. Material Decomposition Problem in Spectral CT: A Transfer Deep Learning Approach / J. F. Abascal [и др.] // 2020 IEEE 17th International Symposium on Biomedical Imaging Workshops. — 2020.
- A4. Material Decomposition in Spectral CT Using Deep Learning: A Sim2Real Transfer Approach / J. F. P. J. Abascal [и др.] // IEEE Access. — 2021. — т. 9. — с. 25632–25647.

Список литературы

1. Цифровая обработка изображений в информационных системах. Уч. пособие / И. Грузман [и др.]. — Новосибирск: Издательство НГТУ, 2002.
2. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. — Техносфера, 2012.
3. Learning Deep CNN Denoiser Prior for Image Restoration / K. Zhang [и др.] // 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. — 2017. — с. 2808–2817.
4. Banham M. R., Katsaggelos A. K. Digital image restoration // IEEE Signal Processing Magazine. — 1997. — т. 14. — с. 24–41.
5. Gao Q., Roth S. How Well Do Filter-Based MRFs Model Natural Images? // Pattern Recognition / под ред. А. Pinz [и др.]. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2012. — с. 62–72.
6. Kim B. Numerical Optimization Methods for Image Restoration : дис. ... канд. / Kim Byunggyoo. — Stanford University, 2003.
7. Born M., Wolf E. Principles of Optics. — 7-е изд. — Cambridge University Press, 2003.

8. *Gibson G. M., Johnson S. D., Padgett M. J.* Single-pixel imaging 12 years on: a review // *Opt. Express.* — 2020. — сент. — т. 28, № 19. — с. 28190—28208.
9. Deep learning for undersampled MRI reconstruction / С. М. Hyun [и др.] // *Physics in Medicine & Biology.* — 2018. — т. 63.
10. *Василенко Г., Тараторин А.* Восстановление изображений. — Радио и связь, 1986.
11. *Hadamard J.* Sur les Problemes Aux Derivees Partielles et Leur Signification Physique // *Princeton university bulletin.* — 1902. — с. 49—52.
12. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. Издание 2-е. — Наука, 1979.
13. 3D Microscopy Deconvolution using Richardson-Lucy Algorithm with Total Variation Regularization / N. Dey [и др.] // . — 2004.
14. *Ying L., Xu D., Liang Z.-P.* On Tikhonov regularization for image reconstruction in parallel MRI // *The 26th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society.* — 2004. — т. 1. — с. 1056—1059.
15. *Шемплинер В.* Восстановление дефокусированных изображений методом двумерного преобразования Фурье и регуляризации Тихонова // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики.* — 2008. — с. 60—70.
16. *Сереженикова Т.* Устойчивые методы восстановления зашумлённых изображений // *Вестник ЮУрГУ.* — 2011. — т. 25, № 242. — с. 32—42.
17. *Xie J., Xu L., Chen E.* Image Denoising and Inpainting with Deep Neural Networks // *Advances in Neural Information Processing Systems.* т. 25 / под ред. F. Pereira [и др.]. — Curran Associates, Inc., 2012.
18. Burst Denoising with Kernel Prediction Networks / В. Mildenhall [и др.] // . — 2018. — с. 2502—2510.
19. Joint Demosaicing and Denoising via Learned Nonparametric Random Fields / D. Khashabi [и др.] // *IEEE Transactions on Image Processing.* — 2014. — т. 23. — с. 4968—4981.

20. *Kokkinos F., Lefkimmiatis S.* Iterative Joint Image Demosaicking and Denoising Using a Residual Denoising Network // IEEE Transactions on Image Processing. — 2019. — авг. — т. 28, № 8. — с. 4177—4188.
21. Detail-Revealing Deep Video Super-Resolution / X. Tao [и др.] // 2017 IEEE International Conference on Computer Vision. — 2017. — с. 4482—4490.
22. Photo-Realistic Single Image Super-Resolution Using a Generative Adversarial Network / C. Ledig [и др.] // 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). — 2017. — с. 105—114.
23. ESRGAN: Enhanced Super-Resolution Generative Adversarial Networks / X. Wang [и др.] // ArXiv. — 2018. — т. abs/1809.00219.
24. Deep Convolutional Neural Network for Image Deconvolution / L. Xu [и др.] // Advances in Neural Information Processing Systems. т. 27 / под ред. Z. Ghahramani [и др.]. — Curran Associates, Inc., 2014. — URL: <https://proceedings.neurips.cc/paper/2014/file/1c1d4df596d01da60385f0bb17a4a9e0-Paper.pdf>.
25. Learning to Deblur / C. J. Schuler [и др.] // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. — 2016. — т. 38. — с. 1439—1451.
26. *Schmidt U., Roth S.* Shrinkage Fields for Effective Image Restoration // 2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. — 2014. — с. 2774—2781.
27. *Moskalev A.* Trainable regularization for Wiener deconvolution : дис. ... маг. / Moskalev Artem. — Moscow, Russia : Skolkovo Institute of Science, Technology, 2019.
28. *Koshelev I.* A CNN-based approach for motion deblurring : дис. ... маг. / Koshelev Iaroslav. — Moscow, Russia : Skolkovo Institute of Science, Technology, 2019.
29. Learning Fully Convolutional Networks for Iterative Non-blind Deconvolution / J. Zhang [и др.] // 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). — 2017. — с. 6969—6977.

30. Deep Mean-Shift Priors for Image Restoration / S. Arjomand Bigdeli [и др.] // Advances in Neural Information Processing Systems. т. 30 / под ред. I. Guyon [и др.]. — Curran Associates, Inc., 2017.
31. *Shi Y., Liu Q., Zhu Y.* New Tikhonov Regularization for Blind Image Restoration // Image and Graphics / под ред. Y. Zhao, X. Kong, D. Taubman. — Cham : Springer International Publishing, 2017. — с. 113—123. — ISBN 978-3-319-71598-8.
32. *Khetkeeree S., Liangrocapart S.* Image Restoration Using Optimized Weiner Filtering Based on Modified Tikhonov Regularization // 2019 IEEE 4th International Conference on Signal and Image Processing (ICSIP). — 2019. — с. 1015—1020. — DOI: [10.1109/SIPROCESS.2019.8868907](https://doi.org/10.1109/SIPROCESS.2019.8868907).
33. Doppelganger Mining for Face Representation Learning / E. Smirnov [и др.] // 2017 IEEE International Conference on Computer Vision Workshops (ICCVW). — 2017. — с. 1916—1923. — DOI: [10.1109/ICCVW.2017.226](https://doi.org/10.1109/ICCVW.2017.226).
34. Machine Learning Approach for Contactless Photoplethysmographic Measurement Verification / I. Semchuk [и др.] // Pattern Recognition. ICPR International Workshops and Challenges. — 2021. — с. 90—96.
35. *Lefkimiatis S.* Non-local Color Image Denoising with Convolutional Neural Networks // 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. — 2017. — с. 5882—5891.
36. *Lefkimiatis S.* Universal Denoising Networks: A Novel CNN Architecture for Image Denoising // 2018 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. — 2018. — с. 3204—3213.
37. *Kruse J., Rother C., Schmidt U.* Learning to Push the Limits of Efficient FFT-Based Image Deconvolution // 2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). — 2017. — с. 4596—4604.
38. *Kokkinos F., Lefkimiatis S.* Deep Image Demosaicking Using a Cascade of Convolutional Residual Denoising Networks // Computer Vision – ECCV 2020. — Springer International Publishing, 2018. — с. 317—333.
39. *Richardson W. H.* Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration // Journal of the Optical Society of America. — 1972. — т. 62. — с. 55—59.

40. *Lucy L. B.* An iterative technique for the rectification of observed distributions // *The Astronomical Journal*. — 1974. — т. 79. — с. 745—754.
41. *Wiener N.* The Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series, with Engineering Applications. — The MIT Press, 1949.
42. A deep learning-based algorithm for 2-D cell segmentation in microscopy images / Y. Al-Kofahi [и др.] // *BMC Bioinformatics*. — 2018.
43. A Poisson-Gaussian Denoising Dataset With Real Fluorescence Microscopy Images / Y. Zhang [и др.] // 2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). — 2019. — с. 11702—11710.
44. *Anscombe F. J.* The Transformation of Poisson, Binomial and Negative-Binomial Data // *Biometrika*. — 1948. — т. 35. — с. 246—254.
45. *Shaw P. J., Rawlins D. J.* The point-spread function of a confocal microscope: its measurement and use in deconvolution of 3-D data // *Journal of Microscopy*. — 1991. — т. 163, № 2. — с. 151—165.
46. Blind deconvolution of 3D data in wide field fluorescence microscopy / F. Soulez [и др.] // *International Symposium on Biomedical Imaging*. — Barcelone, Spain, 2012. — CDROM.
47. Image deblurring with blur kernel estimation in RGB channels / X.-H. Xu [и др.] // 2016 IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP). — 2016. — с. 681—684.
48. *Sizikov V.* Spectral method for estimating the point-spread function in the task of eliminating image distortions // *Journal of Optical Technology*. — 2017. — т. 84. — с. 95—101.
49. *Сизиков В.* Спектральный способ оценки функции рассеяния точки в задаче устранения искажений изображений // *Оптический Журнал*. — 2017. — т. 84. — с. 36—44.
50. Removal of Complex Image Distortions via Solving Integral Equations Using the "Spectral Method" / V. Sizikov [и др.] // *Majorov International Conference on Software Engineering and Computer Systems*. — 2020.
51. On-the-fly estimation of a microscopy point spread function. / J. Li [и др.] // *Optics Express*. — 2018. — т. 26 20. — с. 26120—26133.

52. Learning to Deblur / C. J. Schuler [и др.] // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. — 2014. — т. 38. — с. 1439–1451.
53. *Lim S., Ye J.* Blind Deconvolution Microscopy Using Cycle Consistent CNN with Explicit PSF Layer // . — OSA, 10.2019. — с. 173–180. — ISBN 978-3-030-33842-8. — DOI: [10.1007/978-3-030-33843-5_16](https://doi.org/10.1007/978-3-030-33843-5_16).
54. *Orieux F., Giovannelli J.-F., Rodet T.* Bayesian estimation of regularization and point spread function parameters for Wiener–Hunt deconvolution // J. Opt. Soc. Am. A. — 2010. — июль. — т. 27, № 7. — с. 1593–1607.
55. *Kiryanov R.* Optimization of Imager PSF with GAN : дис. ... маг. / Kiryanov Roman. — Moscow, Russia : Skolkovo Institute of Science, Technology, 2020.
56. *Tsumuraya F., Miura N., Baba N.* Iterative blind deconvolution method using Lucy’s algorithm // Astronomy and Astrophysics. — 1994. — т. 282. — с. 699–708.
57. Blind deconvolution by means of the Richardson–Lucy algorithm / D. A. Fish [и др.] // J. Opt. Soc. Am. A. — 1995. — янв. — т. 12, № 1. — с. 58–65.
58. Методы и технологии обработки мульти- и гиперспектральных данных дистанционного зондирования Земли высокого разрешения / О. Потатуркин [и др.] // Вычислительные технологии. — 2013. — т. 18. — с. 60–67.
59. Single-pixel image reconstruction from experimental data using neural networks / A. Lorente Mur [и др.] // Optics Express. — 2021. — май. — т. 29, № 11. — с. 17097–17110.
60. *Coates A., Ng A., Lee H.* An Analysis of Single-Layer Networks in Unsupervised Feature Learning // Proceedings of the Fourteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. т. 15 / под ред. G. Gordon, D. Dunson, M. Dudík. — Fort Lauderdale, FL, USA : PMLR, 11–13 Apr.2011. — с. 215–223. — (Proceedings of Machine Learning Research).
61. *Stockman A., Sharpe L.* Cone spectral sensitivities and color matching // Color vision: From Genes to Perception / под ред. K. Gegenfurtner, L. T. Sharpe. — Cambridge University, 1999. — гл. 2. с. 53–87.

62. *Foster D.* Chromatic Function of the Cone // Encyclopedia of the Eye / под ред. D. A. Dartt [и др.]. — Academic, 2010. — с. 266—274. — ISBN 978-0-12-374203-2.
63. Experimental feasibility of multi-energy photon-counting K-edge imaging in pre-clinical computed tomography. / J.-P. Schlomka [и др.] // Physics in medicine and biology. — 2008. — т. 53 15. — с. 4031—47.
64. *Huy Q. L., Molloy S. Y.* Least squares parameter estimation methods for material decomposition with energy discriminating detectors. // Medical physics. — 2011. — т. 38 1. — с. 245—55.
65. *Clark D. P., Badea C. T.* Spectral diffusion: an algorithm for robust material decomposition of spectral CT data. // Physics in medicine and biology. — 2014. — т. 59 21. — с. 6445—66.
66. Comparison of five one-step reconstruction algorithms for spectral CT. / C. Mory [и др.] // Physics in medicine and biology. — 2018. — т. 63 23. — с. 235001.
67. *Clark D. P., Holbrook M. D., Badea C. T.* Multi-energy CT decomposition using convolutional neural networks // Medical Imaging. — 2018.
68. *Chen Z., Li L.* Robust multimaterial decomposition of spectral CT using convolutional neural networks // Optical Engineering. — 2019. — т. 58. — с. 013104—013104.
69. Regularization of nonlinear decomposition of spectral x-ray projection images / N. Ducros [и др.] // Medical Physics. — 2017. — т. 44. — e174—e187.