

На правах рукописи



Гочаков Александр Владимирович

**Квазиоптимальные алгоритмы вейвлет обработки  
сигналов и изображений**

05.13.18 «математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ»

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Новосибирск – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор  
Воскобойников Юрий Евгеньевич

Официальные оппоненты: Спектор Александр Аншелович  
доктор технических наук, профессор,  
Новосибирский государственный технический университет, заведующий кафедрой

Лихачев Алексей Валерьевич  
доктор технических наук,  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт автоматизации и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук, старший научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт мониторинга климатических и экологических систем Сибирского отделения Российской академии наук (ИМКЭС СО РАН).

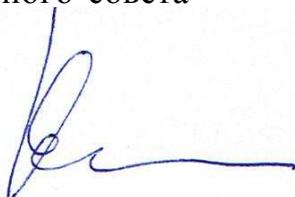
Защита состоится «10» июня 2013 г. в 11 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 003.005.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте автоматизации и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга, 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИАиЭ СО РАН.

Автореферат разослан «7» мая 2013 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

д.ф.-м.н.



Насыров К.А.

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** В последние десятилетия теория и методы цифровой фильтрации сигналов и изображений развивались динамично и продуктивно. Этому способствовало, с одной стороны, появление новых математических методов (дискретное преобразование Фурье, дискретное вейвлет-преобразование), позволяющих создать эффективные алгоритмы фильтрации, а с другой – возросшие требования к точности фильтрации, особенно в случае обработки контрастных сигналов и изображений. При этом фильтрация в большинстве случаев является не конечным этапом обработки (для улучшения визуального восприятия), а некоторой предобработкой, например, для последующего распознавания образов.

Часто используемые на практике алгоритмы фильтрации сигналов и изображений (искаженных шумами) условно разделяют на два класса:

- алгоритмы фильтрации в пространственной области;
- алгоритмы фильтрации в частотной области.

Здесь термин «частотная область» используется не только в смысле «область значений частот» в преобразовании Фурье, но и как «область значений переменных», являющихся параметрами дискретного ортогонального преобразования и имеющих частотную локализацию.

Если алгоритмы первого класса обрабатывают зашумленные значения сигнала, попавшие в апертуру фильтра, то алгоритмы второго класса основаны на обработке коэффициентов разложения по некоторой системе базисных функций.

Основными алгоритмами второго класса являются алгоритмы Фурье-фильтрации (АФФ), где обработке подвергаются коэффициенты разложения по базисам  $\sin$  и  $\cos$ , а также используемые в настоящее время алгоритмы вейвлет-фильтрации (АВФ), где обрабатываются коэффициенты разложения по базисным вейвлет-функциям.

Частотный подход к фильтрации сигналов на базе вейвлет-преобразования возник сравнительно недавно и, как следствие, менее исследован. Наиболее развит класс алгоритмов вейвлет-фильтрации, в которых используется пороговый подход: коэффициент разложения, меньший по абсолютной величине некоторого значения порога, обнуляется; в противном случае коэффициент сохраняется или уменьшается на величину порога.

Известные (в основном по зарубежным публикациям) алгоритмы выбора пороговых величин имеют определенные недостатки. Так, один из алгоритмов минимизирует среднеквадратическую ошибку (СКО) только в асимптотике – при числе отсчетов, стремящемся к бесконечности [1]. В других игнорируется условие минимума функционала, характеризующего ошибку фильтрации (например, минимум СКО фильтрации) [А12, стр. 150-167], что делает значение этой ошибки намного выше минимально возможной.

Таким образом, разработка оригинальных методов построения оптимальных (с минимально возможной СКО) и квазиоптимальных алгоритмов (с оценкой оптимальных параметров фильтрации) вейвлет-фильтрации сигналов и изображений является актуальной задачей.

**Цель диссертационного исследования** - разработка и исследование оптимальных (с минимально возможной СКО) и квазиоптимальных алгоритмов вейвлет-фильтрации сигналов и изображений. Квазиоптимальность заключается в оценке оптимальных параметров алгоритмов фильтрации при отсутствии априорной информации о числовых характеристиках незашумленного сигнала или изображения, а также шума. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- построение локальных оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов вейвлет-фильтрации;
- разработка нового подхода к оцениванию оптимальных пороговых величин однопараметрических и двухпараметрических пороговых функций;
- построение квазиоптимальных пороговых алгоритмов фильтрации сигналов и изображений с одно- и двухпараметрическими функциями;
- исследование эффективности построенных алгоритмов;
- разработка методик практического применения алгоритмов фильтрации для решения актуальных практических задач обработки сигналов и изображений.

**Научная новизна.** В работе предложен и реализован оригинальный подход к построению квазиоптимального алгоритма вейвлет-фильтрации, основанный на аналитическом вычислении предельных точек итерационной процедуры апостериорного уточнения отношения «шум/сигнал».

Предложен новый подход к выбору пороговых величин из условия минимума СКО фильтрации. На основе этого подхода построен алгоритм, позволяющий с минимальной ошибкой (по сравнению с другими известными алгоритмами) оценивать оптимальные значения пороговых величин.

Предложен эффективный алгоритм оценивания оптимальных значений пороговых величин в двухпараметрических пороговых алгоритмах вейвлет-фильтрации.

Предложен модифицированный алгоритм фильтрации данных межспутниковых измерений.

Предложен подход к определению количественных характеристик метеорологических явлений. В отличие от известных методов автоматизированной оценки балла облачности в качестве исходных данных в предложенном подходе используется изображение, поступающее с потоковой камеры.

**Практическая значимость.** Представленные алгоритмы являются основой для построения эффективных алгоритмов фильтрации сигналов и изображений, а также основой для разработки функционального наполнения специализированных программных пакетов. Алгоритмы могут быть использованы при построении реальных систем фильтрации, а также при программной обработке изображений.

Результаты сравнения алгоритмов фильтрации в пространственной и частотной областях могут быть применены при вынесении решения о выборе класса алгоритма и выборе алгоритма внутри выбранного класса для решения поставленной задачи.

Решены две задачи, имеющие важное практическое применение: фильтрация межспутниковых измерений; определение количественных характеристик атмосферных явлений методами двумерного вейвлет-анализа.

**На защиту выносятся следующие положения:**

1. Квазиоптимальный алгоритм вейвлет-фильтрации, основанный на аналитическом вычислении предельных точек итерационной процедуры апостериорного уточнения отношения «шум/сигнал», не требует знания априорной информации об обрабатываемом сигнале или изображении. СКО результатов фильтрации незначительно превосходит минимально возможную СКО.

2. Алгоритмы оценки оптимальных пороговых величин (для одно- и двухпараметрических пороговых функций) на основе критерия оптимальности позволяют получить пороговые величины, наиболее близкие к оптимальным по сравнению с другими пороговыми алгоритмами вейвлет-фильтрации [1-3].

3. Модифицированный алгоритм вейвлет-фильтрации данных межспутниковых измерений способен учитывать высокую корреляцию и изменения дисперсии шума реальных измерений.

4. Вейвлет-обработка кадра участка неба позволяет получить объективную оценку степени закрытости неба облаками без использования специального дорогостоящего оборудования.

**Апробация работы.** Основные результаты работы были представлены на Всероссийской конференции молодых ученых «Некорректно поставленные задачи» (Новосибирск 2009), международной школе-конференции «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач» (Новосибирск 2009), II международной конференции «Геоинформатика: технологии, научные проекты» (Барнаул 2010), Всероссийской научной конференции молодых ученых "Наука. Технологии. Инновации" (Новосибирск 2009), Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы в строительстве» (Новосибирск 2011, 2012), 2-й Международной научно-технической конференции, по-

священной 30-летию запуска на орбиту первого навигационного космического аппарата «ГЛОНАСС» (Красноярск 2012).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 19 печатных работ, в том числе 5 статей в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендуемых ВАК РФ.

**Личный вклад автора** состоит в участии в постановке задач, в разработке алгоритмов и методов решения этих задач, анализе полученных результатов и исследовании числовых характеристик предложенных алгоритмов, а также в их программной реализации. С научным руководителем обсуждались планы исследований и полученные результаты.

**Структура работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Объем работы составляет 154 страницы текста, включая 45 рисунков, 12 таблиц и список литературы из 95 наименований, а также 2 приложения.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность темы, формулируются основные цели и задачи диссертации, представлена научная новизна, изложены основные положения, выносимые на защиту, показана практическая значимость работы.

В **первой главе** приведены необходимые сведения из теории вейвлет-функций, многомасштабного представления сигналов и изображений. Также рассмотрены пороговые алгоритмы вейвлет-фильтрации и исследованы известные методы выбора пороговой величины в пороговых алгоритмах вейвлет-фильтрации.

Вейвлеты – это обобщенное название семейств математических функций, которые локальны во времени и по частоте. Вейвлет–представлением (или вейвлет–разложением) функции  $f(x)$  с глубиной разложения  $J$  будем называть запись:

$$f(x) = \sum a_{j_0+J,k} \Phi_{j_0+J,k}(x) + \sum_{j=j_0+1}^J \sum d_{j,k} \Psi_{j,k}(x) \quad (1)$$

где  $a$  – аппроксимирующие коэффициенты разложения,  $d$  – детализирующие коэффициенты,  $\Phi(x)$  – масштабируемая функция (отцовский вейвлет), а  $\Psi(x)$  – вейвлет (материнский вейвлет),  $j_0$  – начальный уровень разложения. Коэффициенты разложения определяются как:

$$a_{j_0+J,k} = \langle f, \Phi_{j_0+J,k} \rangle = \int f(x) \Phi_{j_0+J,k}(x) dx; \quad d_{j,k} = \langle f, \Psi_{j,k} \rangle = \int f(x) \Psi_{j,k}(x) dx. \quad (2)$$

На практике применим быстрый алгоритм Малла, который дает возможность вычислять коэффициенты без интегрирования, используя алгебраические операции умножения и суммирования.

В диссертационной работе использовались вейвлеты Добеши [4], номер 4 и 8 (номер вейвлета соответствует количеству определяющих его коэффициентов). Функции  $\phi(x)$  и  $\psi(x)$  имеют компактный носитель, что обуславливает хорошую локализацию в пространственной области; за счет ортогональности этих функций обеспечивается принципиальная возможность реконструкции сигналов. Вейвлеты Добеши не имеют аналитического представления, их конструирование основано на построении матриц коэффициентов, удовлетворяющих определенным свойствам [4].

В терминах кратномасштабного анализа пространство сигнала  $V$  может быть разбито на непересекающиеся вложенные подпространства  $V_j$ , образующие  $L_2(R)$ . Множество сдвигов  $\phi(x-n)$  формируют ортонормированный базис подпространства  $V_0$ , где  $n$  – параметр сдвига. Функции  $\phi_{j,n} = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}x - n)$  образуют ортонормированный базис подпространств  $V_j$  и соответствуют «грубому» представлению сигнала. Подпространство  $W_j$ , является ортогональным дополнением  $V_j$  до пространства  $V_{j-1}$ :  $V_{j-1} = V_j + W_j$ ; и включает в себя детализированное представление сигнала. Построение подпространств  $W_j$  осуществляется аналогично построению  $V_j$ : сдвигами и масштабированием функции  $\psi(x)$ . Для наглядности на рис. 1, 2 приведены графики вейвлетов Добеши 4.

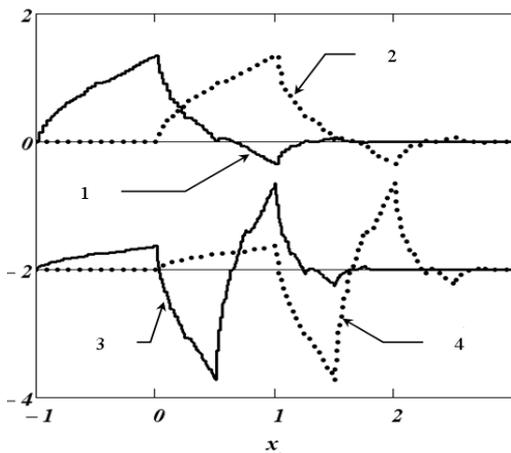


Рис. 1. 1)  $\phi(x)$ ; 2)  $\phi(x-1)$ ;  
3)  $\psi(x)$ ; 4)  $\psi(x-1)$ .

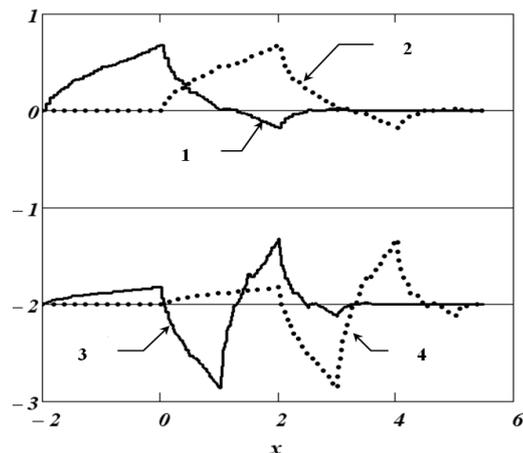


Рис. 2. 1)  $1/\sqrt{2} \phi(x/2)$ ; 2)  $1/\sqrt{2} \phi(x/2-1)$ ;  
3)  $1/\sqrt{2} \psi(x/2)$ ; 4)  $1/\sqrt{2} \psi(x/2-1)$ .

Алгоритмы вейвлет-фильтрации основаны на следующих предположениях о структуре вейвлет-разложения обрабатываемого сигнала:

- Информация о «точном» сигнале  $f(x)$  содержится только в небольшом количестве коэффициентов вейвлет-разложения (информативные коэффициенты). Остальные коэффициенты равны нулю, либо незначительно отличаются от нуля по абсолютной величине и их можно назвать незначимыми коэффициентами разложения.

- Шум измерения равномерно «перераспределяется» по всем коэффициентам вейвлет-разложения. В частности, если значения шума  $\eta_i$  не коррелированы и имеют одинаковую дисперсию  $\sigma^2$ , то коэффициенты разложения этого шума по базису ортогональных вейвлетов также не коррелированы между собой и имеют одинаковую дисперсию.

Алгоритм вейвлет-фильтрации одномерного сигнала включает три следующих этапа:

- вычисление прямого вейвлет-преобразования от зашумленных значений функции;
- обработка полученных зашумленных коэффициентов разложения  $\tilde{a}_{j,k}$ ,  $\tilde{d}_{j,k}$  (построение с помощью методов вейвлет-фильтрации оценок  $\hat{a}_{j,k}$ ,  $\hat{d}_{j,k}$  для коэффициентов точной функции  $a_{j,k}$ ,  $d_{j,k}$ );
- реконструкция отфильтрованного сигнала осуществляется вычислением обратного вейвлет-преобразования по коэффициентам  $\hat{a}_{j,k}$ ,  $\hat{d}_{j,k}$ .

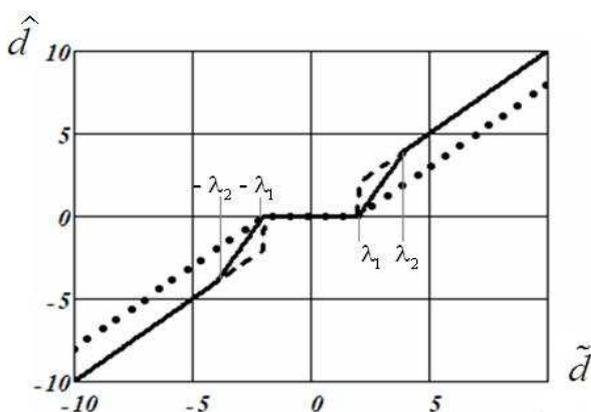


Рис. 3. Графики функций *hard* (пунктир), *soft* (точечная линия) и *mix* (сплошная линия).  $\tilde{d}$  - зашумленные коэффициенты,  $\hat{d}$  - оценка.

часто используются две пороговые функции - «жесткая» (*hard*) и «мягкая» (*soft*) [5]. Графики этих функций приведены на рис. 3. Очевидно, что величина порога

Таковыми же этапами можно представить алгоритм вейвлет-фильтрации изображения.

На втором этапе необходимо обратить в нуль шумовые коэффициенты разложения, которые обусловлены только шумом измерения, сохранив при этом информативные коэффициенты разложения точной функции. Этому требованию удовлетворяют пороговые алгоритмы оценивания коэффициентов разложения, которые в зарубежной литературе получили название *thresholding*. В этих алгоритмах наиболее часто используются две пороговые функции - «жесткая» (*hard*) и «мягкая» (*soft*) [5].

$\lambda$  существенно влияет на ошибку фильтрации. Так, заниженные значения  $\lambda$  приведут к остаточному шуму после фильтрации сигнала, завышенные – к обнулению информативных коэффициентов сигнала.

**Во второй главе** построен оптимальный алгоритм вейвлет-фильтрации, минимизирующий среднеквадратическую ошибку.

Алгоритм построен при следующих предположениях о шуме измерения  $\eta_i$ : величины  $\eta_i$  являются случайными; шум измерения имеет нулевое среднее  $M[\eta_i] = 0, i = 1, \dots, N$ , где  $N$  – число измерений, одинаковую дисперсию  $D[\eta_i] = \sigma^2, i = 1, \dots, N$ ;  $\eta_i$  и  $\eta_j$  не коррелированы между собой, т.е.  $M[\eta_i \eta_j] = 0, \text{ при } i \neq j$ .

При сделанных предположениях коэффициенты вейвлет-разложения зашумленного сигнала по базису ортогональных вейвлет-функций имеют не коррелированные между собой ошибки  $\varepsilon_{j,k}^a, \varepsilon_{j,k}^d$  с числовыми характеристиками: нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2$ .

Для этого алгоритма оптимальные оценки коэффициентов разложения имеют вид:

$$\hat{a}_{opt_{j,k}} = \frac{1}{1 + S_{j,k}^a} \tilde{a}_{j,k}; \quad \hat{d}_{opt_{j,k}} = \frac{1}{1 + S_{j,k}^d} \tilde{d}_{j,k}, \quad (3)$$

где отношения «шум/сигнал»  $S_{j,k}^a, S_{j,k}^d$  задаются соотношениями:

$$S_{j,k}^a = \frac{\sigma^2}{a_{j,k}^2}; \quad S_{j,k}^d = \frac{\sigma^2}{d_{j,k}^2} \quad (4)$$

К сожалению, построенные оптимальные оценки (3) включают в себя отношение «шум/сигнал», которое на практике неизвестно из-за незнания значений «точного» коэффициента разложения, стоящего в знаменателях выражений (4). Эти оценки представляют теоретический интерес, так как указывают, к чему надо стремиться при построении оценок, реализуемых на практике. Одна из таких оценок основана на итерационном уточнении отношения «шум/сигнал».

Обозначим через  $\theta$  любой точный коэффициент разложения  $a_{j,k}$  или  $d_{j,k}$ , через  $\hat{S}^{(n)}, \hat{\theta}^{(n)}$  – оценки для  $S = \sigma^2/\theta^2$ ,  $\theta$  на  $n$ -той итерации. Тогда итерационная процедура апостериорного уточнения отношения «шум/сигнала» имеет вид:

$$\hat{S}^{(n)} = \frac{\sigma^2}{(\hat{\theta}^{(n)})^2}; \quad \hat{\theta}^{(n+1)} = \frac{1}{1 + \hat{S}^{(n)}} \tilde{\theta}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где  $\tilde{\theta}$  - коэффициент, вычисленный по зашумленным значениям функции;  $\hat{\theta}^{(0)}$  - «стартовый» коэффициент разложения;  $\hat{S}^{(0)}$  - «стартовая» оценка для отношения «шум/сигнал».

Если коэффициент разложения  $\theta$  известен с погрешностью  $\tilde{\theta} = \theta + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - случайная величина с числовыми характеристиками  $M[\varepsilon] = 0$ ,  $D[\varepsilon] = \sigma^2$ , то предельная точка итерационной процедуры (5) определяется выражением:

$$\hat{\theta}^* = \begin{cases} \frac{1}{1+S_1^*} \tilde{\theta}, & \text{если } \tilde{S} \leq \frac{1}{4} \text{ и } 0 < \hat{S}^{(0)} < S_2^*; \\ \frac{1}{1+S_2^*} \tilde{\theta}, & \text{если } \tilde{S} \leq \frac{1}{4} \text{ и } \hat{S}^{(0)} = S_2^*; \\ 0, & \text{во всех остальных случаях,} \end{cases} \quad (6)$$

где  $\tilde{S}$  - отношение «шум/сигнал» коэффициента, вычисленного по зашумленным данным,  $S_1^*$ ,  $S_2^*$  - корни нелинейного уравнения  $S^* = (1+S^*)^2 \tilde{S}$ , вычисленные по формуле  $S_{1,2}^* = \frac{1-2\tilde{S} \pm \sqrt{1-4\tilde{S}}}{2\tilde{S}}$ .

Алгоритм (6) можно назвать квазиоптимальным оцениванием коэффициента  $\theta$ , так как в нем вместо оптимальной величины отношения «шум/сигнал» используется её оценка - предельные точки итерационной процедуры (5).

Алгоритм с коэффициентами разложения  $\hat{a}_{j,k}^*$ ,  $\hat{d}_{j,k}^*$ , вычисленными по формуле (6), в дальнейшем будем называть квазиоптимальным алгоритмом вейвлет-фильтрации.

В диссертационной работе доказана сходимость результата фильтрации квазиоптимальным алгоритмом, к значениям точной функции при  $\sigma^2 \rightarrow 0$ .

В таблице 1 приведены значения ошибок фильтрации  $\delta_{\hat{f}} = \|\hat{f} - f\| / \|f\|$  после обработки нестационарного сигнала квазиоптимальным ( $\hat{f}_Q$ ) и универсальным ( $\hat{f}_U$ ) [1] алгоритмами вейвлет-фильтрации. Относительный уровень шума определялся соотношением  $\delta_{\tilde{f}} = \|\tilde{f} - f\| / \|f\|$ , где  $\tilde{f}$  - зашумленные значения отсчетов сигнала,  $\|\cdot\|$  означает евклидову норму вектора.

Таблица 1. Численное сравнение алгоритмов вейвлет-фильтрации

$\delta_{\hat{f}}$	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1
$\hat{f}_Q$	$3 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-3}$	0,014	0,028
$\hat{f}_U$	$4,2 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	0,018	0,031

Анализ результатов выполненного в диссертационной работе вычислительного эксперимента позволяет сделать следующие выводы:

- использование квазиоптимальных оценок позволяет на 20-30% уменьшить ошибку фильтрации по сравнению с пороговыми алгоритмами фильтрации, использующими известные пороговые величины;
- использование квазиоптимальных оценок коэффициентов разложения вместо оптимальных увеличивает ошибку сглаживания, однако это увеличение не очень велико (не более 10-15%), особенно при малом уровне шума исходного сигнала.

Оптимальный и квазиоптимальный алгоритмы вейвлет-фильтрации – это локальные алгоритмы фильтрации, характерной чертой которых является определение фильтрующего множителя для каждого коэффициента разложения, что позволяет избирательно учитывать спектральные особенности обрабатываемых сигналов и изображений.

**В третьей главе** решается актуальная задача выбора пороговых величин в однопараметрических и двухпараметрических пороговых алгоритмах вейвлет-фильтрации. Желательно использовать такие оптимальные пороговые величины, которые доставляют минимум СКО в соответствующем классе пороговых алгоритмов вейвлет-фильтрации. Из-за отсутствия априорной информации о «точных» значениях фильтруемой функции невозможно точно вычислить оптимальные пороговые величины. Поэтому строятся процедуры оценивания оптимальных порогов на основе критерия оптимальности, предложенного в работе [5] и широко используемого для оценивания оптимальных параметров в линейных алгоритмах фильтрации и линейных регуляризирующих алгоритмах.

Суть критерия оптимальности заключается в проверке статистических свойств вектора невязки, который есть разность между вектором зашумленных значений и вектором результата обработки зашумленных значений некоторым алгоритмом фильтрации.

В диссертационной работе предложено использовать этот критерий для оценивания оптимальных порогов в пороговых алгоритмах вейвлет-фильтрации, которые по своей сущности являются нелинейными алгоритмами фильтрации.

В однопараметрических алгоритмах вейвлет-фильтрации вводится пороговая величина  $\lambda_j$ , которая на  $j$ -ом уровне разложения задается формулой

$$\lambda_j = \beta \sqrt{2 \cdot \ln(N_j)}, \quad (7)$$

где  $N_j$  - количество коэффициентов на  $j$ -ом уровне.

Необходимо оценить оптимальное значение  $\beta_{opt}$ , для которого СКО вейвлет-фильтрации была бы минимальна.

Построение оценки осуществляется на основе проверки двух статистических гипотез:

- основной  $H_0$ : величина коэффициента  $\beta$  статистически не противоречит критерию оптимальности;
- альтернативной  $H_1$ : величина коэффициента  $\beta$  статистически противоречит критерию оптимальности.

Для проверки этих гипотез вводится критерий

$$\rho_w(\beta) = \frac{1}{\sigma^2} \langle e_\beta, \tilde{f} \rangle, \quad (8)$$

где  $\sigma^2$  - дисперсия шума измерения,  $\langle e_\beta, \tilde{f} \rangle$  - скалярное произведение вектора невязки  $e_\beta = \tilde{f} - \hat{f}_\beta$  и вектора  $\tilde{f}$ , составленного из значений зашумленной функции,  $\hat{f}_\beta$  - вектор, составленный из значений функции, являющейся результатом вейвлет-фильтрации с порогом (7) при заданном параметре  $\beta$ .

В диссертационной работе показано, что гипотеза  $H_0$  принимается, если величина критерия (8) при некотором значении  $\beta_w$  удовлетворяет неравенству

$$\vartheta_{m,\gamma/2} \leq \rho_w(\beta_w) \leq \vartheta_{m,1-\gamma/2}, \quad (9)$$

где  $\vartheta_{m,\gamma/2}, \vartheta_{m,1-\gamma/2}$  - квантили  $\chi_m^2$ -распределения с  $m = N$  степенями свободы уровня  $(\gamma/2), (1-\gamma/2)$  соответственно;  $\gamma$  - вероятность ошибки первого рода при проверке статистической гипотезы  $H_0$  (принято  $\gamma = 0,05$ ), где  $N$  - количество значений фильтруемой функции. Если гипотеза  $H_0$  отвергается, то изменяется значение  $\beta$  и вновь проверяется основная гипотеза. Значение  $\beta_w$  можно рассматривать как оценку  $\beta_{opt}$ .

Вычисление значения  $\beta_w$  сводится к решению нелинейного уравнения

$$\rho_w(\beta) = t \quad (10)$$

итерационными методами. Итерации завершаются, если очередное приближение  $\beta^{(n)}$  удовлетворяет неравенству (9), и это приближение принимается в качестве  $\beta_w$ .

Для анализа эффективности оценки  $\beta_{opt}$  как предложенной процедурой, так и другими алгоритмами выбора порога, был выполнен вычислительный

эксперимент по фильтрации не только одномерных сигналов, но и зашумленных изображений.

Точные изображения искажались нормально распределенным шумом с нулевым средним, дисперсией  $\sigma^2$  и относительным уровнем шума

$$\delta_{\tilde{F}} = \frac{\|\tilde{F} - F\|}{\|F\|},$$

где  $\|\cdot\|$  означает евклидову норму матрицы;  $\tilde{F}$  - изображение, искаженное шумом;  $F$  - точное изображение. Эффективность фильтрации зашумленных изображений характеризовалась относительной ошибкой фильтрации:

$$\delta_{\hat{F}}(\beta) = \frac{\|\hat{F} - F\|}{\|F\|}, \quad (11)$$

где  $\hat{F}$  - матрица значений, полученных алгоритмом вейвлет-фильтрации, использующим тот или иной алгоритм выбора пороговой величины.

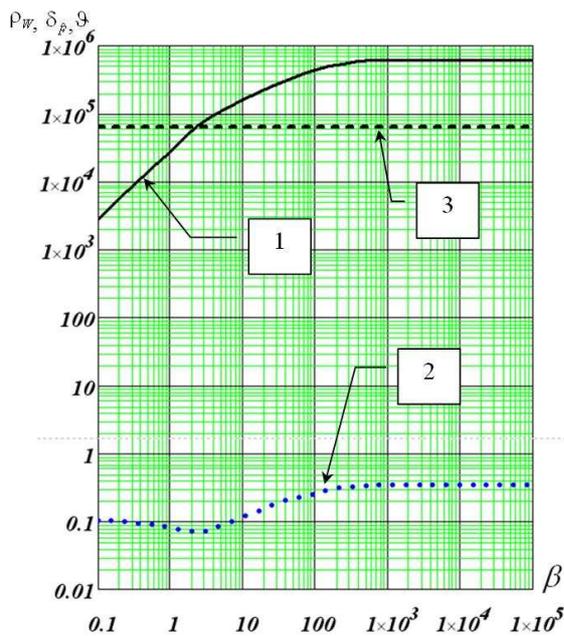


Рис 4. Кривая 1 – значение критерия (8); кривая 2 – значение относительной ошибки (11); прямая 3 – значение квантилей  $\vartheta_{m,\gamma/2}$ ,  $\vartheta_{m,1-\gamma/2}$

и параметром  $\beta_{opt}$ . Очевидно, чем меньше величина  $E$  по сравнению с 1, тем больше проигрыш в эффективности используемого алгоритма выбора порога.

Иллюстрация поведения критерия  $\rho_w(\beta)$  приведена на рис. 4 (при  $\delta_{\tilde{F}} = 0,10$ , порог - soft).

Видно, что значение  $\beta_w$ , при котором кривая 1 пересекается с прямыми 3 (т.е. выполняется неравенство (9)), соответствует области минимальной относительной ошибки  $\delta_{\hat{F}}(\beta)$ . В качестве меры эффективности оценки  $\beta_{opt}$  использовался коэффициент эффективности, определяемый формулой

$$E = \frac{\delta_{\min}}{\delta_{\hat{F}}}, \quad (12)$$

где  $\delta_{\hat{F}}$  - относительная ошибка используемого алгоритма вейвлет-фильтрации,  $\delta_{\min}$  - величина СКО пороговой фильтрации с порогом (7)

Так как величина  $E$  является случайной, то по выборке объемом 50 определялось выборочное среднее  $\bar{E}$ . Коэффициенты двумерного разложения обрабатывались пороговыми функциями со следующими пороговыми величинами:  $\lambda_j^{UNIV}$  (универсальный порог),  $\lambda_j^{SURE}$  (SURE-порог),  $\lambda_j^B$  (байесовский порог) и порог  $\lambda_j^W = \beta_w \sqrt{2 \cdot \ln(N_j)}$ . В таблице 2 приведены значения коэффициента  $\bar{E}$  для предложенного алгоритма выбора  $\lambda_j^W$  и универсального алгоритма вейвлет-фильтрации  $\lambda_j^{UNIV}$ .

Таблица 2. Сравнение пороговых алгоритмов вейвлет-фильтрации

$\delta_{\bar{E}}$	0,05	0,10	0,15
$\lambda_j^{UNIV}$	0,444	0,561	0,632
$\lambda_j^W$	0,991	0,993	0,998

Анализ вычислительного эксперимента позволяет сделать следующие выводы:

- использование двух величин  $\lambda_j^{UNIV}$ ,  $\lambda_j^{SURE}$  приводит к значительному (в 1,5-2 раза) увеличению относительной ошибки (особенно для функции *soft*);
- байесовский порог  $\lambda_j^B$  также имеет относительную ошибку на 15-25% выше  $\delta_{\min}$ ;
- $\lambda_j^W$  обеспечивает наибольшую эффективность как при использовании функции *hard*, так и при использовании функции *soft*.

На рис. 5 приведен пример обработки изображения LENA, искаженного шумом с  $\delta_{\bar{E}} = 0,2$  пороговыми величинами  $\lambda_j^{UNIV}$  и  $\lambda_j^W$ .

Для функций, использующих одну пороговую величину характерны следующие недостатки:

- из-за уменьшения амплитуды коэффициента разложения на величину  $\lambda$  в функции *soft* возможно сглаживание (размытие) контрастных элементов обрабатываемого сигнала, особенно при больших  $\lambda$ ;
- наличие разрыва функции *hard* в окрестности точки  $\lambda$  может вызвать осцилляции в особых точках сигнала (эффект Гиббса).

Для преодоления недостатков этих функций ранее были предложены двух-параметрические функции [6]. График такой функции приведен на рис. 3 (сплошная линия).

В изученных публикациях отсутствуют подходящие (по эффективности) алгоритмы выбора двух параметров  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ . В лучшем случае рекомендуется

выбирать  $\lambda_1, \lambda_2$  экспертным методом, что неприемлемо в автоматизированных системах обработки.



Рис. 5. Представлены изображения: точное (а); искаженное шумом (б); полученное в результате фильтрации с порогом  $\lambda_j^{UNIV}$  (в) и с порогом  $\lambda_j^W$  (г)

$\beta_w, C_w$  для  $\beta_{opt}, C_{opt}$  принимаются такие значения  $\beta, C$ , которые удовлетворяют неравенству

$$\vartheta_{m,\gamma/2} \leq \rho_w(\beta_w, C_w) \leq \vartheta_{m,1-\gamma/2}, \quad (14)$$

где  $\gamma$  - вероятность ошибки первого рода при проверке статистических гипотез (обычно  $\gamma = 0,05$ ).

Для исследования оценок  $\beta_w, C_w$  был проведен вычислительный эксперимент. Обработка и анализ результатов этого эксперимента показали, что средние значения  $\bar{E}$  (вычисленные по выборке объемом 50) отклоняются от 1 в меньшую сторону не более чем на 8-10%, что говорит о приемлемой точности

Поэтому в третьей главе представлен новый подход к оцениванию оптимальных значений этих порогов на основе критерия оптимальности.

В работе предлагается представление  $\lambda_1, \lambda_2$  в виде

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \beta \cdot \sqrt{2 \ln(N_j)}; \\ \lambda_2 &= \beta \cdot C \sqrt{2 \ln(N_j)}, \end{aligned} \quad (13)$$

где множитель  $C > 1$  следует из неравенства  $\lambda_2 > \lambda_1$ . Тогда необходимо построить оценки для оптимальных значений  $\beta_{opt}, C_{opt}$ , при которых СКО фильтрации минимальна. Для вычисления таких оценок обратимся к критерию оптимальности.

В качестве оценок

оценок  $\beta_w$ ,  $C_w$  для оптимальных величин  $\beta_{opt}$ ,  $C_{opt}$ . Это позволяет рекомендовать

$$\lambda_1^w = \beta_w \cdot \sqrt{2 \ln(N_j)}; \lambda_2^w = \beta_w \cdot C_w \sqrt{2 \ln(N_j)}.$$

в качестве пороговых величин в алгоритмах вейвлет-фильтрации с двухпараметрическими пороговыми функциями вида *mix*.

Заключительная часть третьей главы была посвящена сравнению эффективности алгоритмов локально-пространственной фильтрации (АЛПФ) и алгоритмов вейвлет-фильтрации (АВФ) при фильтрации изображений. Результаты исследования представляют большой практический интерес для определения подходящего алгоритма фильтрации сигналов и изображений, искаженных шумами различной статистической природы.

В **четвертой** главе приводятся решения двух практических задач с использованием методов и алгоритмов, предложенных в предыдущих главах.

В первой части главы проведен вычислительный эксперимент с модельными данными межспутниковых измерений (моделирование производилось с использованием приложения ModBis24), а также выполнено исследование данных реальных измерений. По результатам исследований предложен модифицированный алгоритм вейвлет-фильтрации реальных сигналов межспутниковых измерений, содержащих сильно коррелированную шумовую составляющую. Особенности этого модифицированного алгоритма состоят в том, что обработке подвергаются не только детализирующие коэффициенты разложения, но и аппроксимирующие; выбор величины  $\beta$  в порогах  $\lambda_j$  осуществляется на каждом уровне вейвлет-разложения  $j$ .

Сравнение предложенного модифицированного алгоритма вейвлет-фильтрации и применяемых в настоящий момент методов фильтрации показало, что более эффективная фильтрация шумовой составляющей достигается при применении модифицированного алгоритма вейвлет-фильтрации.

Во второй части четвертой главы предложен подход к решению задачи определения количественных характеристик атмосферных явлений.

Для выделения деталей изображения, включающих участки облаков, был предложен подход, основанный на представлении сигнала в вейвлет-области как совокупности грубого приближения и его детализаций. При изменении значения аппроксимирующего коэффициента (используется вейвлет-разложение до максимального уровня) в  $K$  раз после вейвлет-реконструкции участки чистого неба имеют предельные значения цветовых каналов RGB (RGB – аддитивная цветовая модель, содержащая красный, зеленый и синий цветовые каналы). Процент остальных пикселей пропорционален оцениваемому баллу облачности. Коэффициент  $K$ , зависящий от контрастности изображения, подбирался экспериментально и был принят равным 1/4 во время

всех наблюдений, поскольку используемые камеры имели фиксированные автоматические настройки.

Вычислительный эксперимент проводился в течение двух недель в осенний период. Программный модуль выполнял обработку 2 раза в час. Анализировались данные последовательности двух кадров с интервалом в 2 секунды. Корректность вычисления процента облачности определялась экспертом (специалистом-метеорологом) путем сравнения результатов обработки и визуальной оценки данных сохраненных изображений.

Настоящая программная реализация подхода позволила корректно оценить процент облачности в 90% случаев.

**В заключении** приведены основные результаты работы:

1. Построен квазиоптимальный алгоритм вейвлет-фильтрации сигналов и изображений, который, в отличие от оптимального алгоритма (соответствующего минимуму СКО фильтрации), не требует задания коэффициентов разложения «точного» (не зашумленного) сигнала, входящих в отношение «шум/сигнал».

2. На основе критерия оптимальности предложены эффективные алгоритмы оценивания оптимальных пороговых величин в одно- и двухпараметрических пороговых алгоритмах вейвлет-фильтрации. Эти алгоритмы позволяют с минимальной погрешностью оценивать оптимальные значения порогов и имеют меньшую ошибку фильтрации по сравнению с известными алгоритмами выбора пороговых величин.

3. Выполнены исследования по сравнению двух классов алгоритмов: алгоритмов локально-пространственной фильтрации и алгоритмов вейвлет-фильтрации. Результаты исследования позволили определить области применения представителей этих двух классов алгоритмов в зависимости от конечных целей фильтрации, характеристик сигнала, преимущественной модели искажения сигнала шумом.

4. Решена задача фильтрации межспутниковых измерений. По результатам анализа данных моделирования и реальных измерений предложен модифицированный алгоритм фильтрации, показавший лучшие результаты по сравнению как с рассмотренными ранее алгоритмами, так и с применяемыми в настоящее время средствами обработки данных бортовых шкал межспутниковых измерений.

5. Рассмотрен новый подход к оценке количественных характеристик атмосферных явлений. Для фильтрации детализирующих коэффициентов, содержащих информацию об осадках, применены предложенные алгоритмы вейвлет-фильтрации. При оценке балла облачности используется возможность выделить в вейвлет-области контуры сложных деталей изображения; это позволяет корректно идентифицировать участки чистого неба для последующего анализа.

## Список работ, опубликованных по теме диссертации

[A1]. Воскобойников Ю.Е., Гочаков А.В. Квазиоптимальный алгоритм оценивания коэффициентов вейвлет-разложений при фильтрации сигналов // Автометрия. – 2010. – Т.46. – №1. – С. 34-45.

[A2]. Воскобойников Ю.Е., Гочаков А.В. Сравнительный анализ двух классов алгоритмов фильтрации изображений // Автометрия. – 2011. – Т. 47. – №1. –С. 17-29.

[A3]. Воскобойников Ю.Е., Гочаков А.В. Оценивание оптимальных пороговых величин в алгоритмах вейвлет-фильтрации изображений // Автометрия. – 2011. – Т.47. – №2. – С. 3-14.

[A4]. Воскобойников Ю.Е., Гочаков А.В. Построение алгоритмов вейвлет-фильтрации с двухпараметрическими пороговыми функциями // Автометрия. – 2012. – Т.48. – №1. – С. 12-24.

[A5]. Гочаков А.В., Колкер А.Б. Автоматизированный подход определения количественных характеристик атмосферных явлений методами двумерного wavelet-анализа // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2012. – Т.55. – №9/2. – С. 305-311.

[A6]. Гочаков А.В. Квазиоптимальный алгоритм фильтрации коэффициентов вейвлет-разложения // Материалы всероссийской научной студенческой конференции молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации». Новосибирск. – 2009. – С. 127-130.

[A7]. Гочаков А.В. Два подхода к построению частотно-пространственных регуляризирующих алгоритмов деконволюции интегрального уравнения // Материалы I международной научной школы-конференции «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». Новосибирск. – 2009. – С.36.

[A8]. Гочаков А.В. Квазиоптимальный алгоритм фильтрации коэффициентов вейвлет-разложения при сжатии сигнала // Труды НГАСУ. – 2009. – №2(45). – С. 77-83.

[A9]. Гочаков А.В., Колкер А.Б., Котов М.С. Сравнение открытых веб-гис технологий для создания интерактивных информационных систем // Материалы II международной конференции «Геоинформатика: технологии, научные проекты». Барнаул. – 2010. – С. 34.

[A10]. Гочаков А.В. Алгоритмы фильтрации изображений в базисе вейвлет-функций // Труды НГАСУ. – 2010. – №1(47). – С. 64-69.

[A11]. Гочаков А.В. Задача распараллеливания вейвлет-преобразования для фильтрации зашумленных видеоизображений // Труды НГАСУ. – 2011. – №2(51). – С. 85-89.

[A12]. Воскобойников Ю.Е., Гочаков А.В., Колкер А.Б. Фильтрация сигналов и изображений: Фурье и вейвлет алгоритмы : Монография / Новосибирск: НГАСУ(СибСТРИН). – 2011. – 188 с.

[A13]. Ю.Е. Воскобойников, А.В. Гочаков, А.В. Карауш, В.А. Степанов, А.С. Толстикова, Е.А. Ханыхова. Контроль бортовых шкал времени навигационных спутников ГЛОНАСС в метрологических пунктах государственной службы времени и частоты // Тезисы докладов 2-й Международной научно-технической конференции. Сибирский государственный аэрокосмический Университет. – Красноярск, 2012. – С. 245-247.

[A14]. Гочаков А.В., Колкер А.Б. Построение программно-аппаратного комплекса для автоматизированных измерений в метеорологии // Сборник научных трудов НГТУ. – Новосибирск: изд-во НГТУ, 2012. – № 4(70). – С. 79-86.

[A15]. Гочаков А.В., Колкер А.Б. Подход к определению балла облачности с использованием возможностей вейвлет-преобразования // Сборник научных трудов НГТУ. – Новосибирск: изд-во НГТУ, 2012. – № 4(70). – С. 87–96.

[A16]. Voskoboinikov Yu.E, Gochakov A.V. Quasi-optimal algorithm of estimating the coefficients of wavelet expansions during signal filtration // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2010. – V.46. – N 1. – P. 27-36.

[A17]. Voskoboinikov Yu.E, Gochakov A.V. Comparative analysis of two classes of image filtration algorithms // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2011. – V. 47. – N 1. – P. 12-22.

[A18]. Voskoboinikov Yu.E, Gochakov A.V. Estimation of optimal threshold values in algorithms of wavelet filtration of images // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2011. – V.47. – N 2. – P. 105-113.

[A19]. Voskoboinikov Yu.E, Gochakov A.V. Construction of wavelet filtration algorithms with two-parameter threshold functions // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2012. – V.48. – N 1. – P. 9-17.

## **Список цитируемых работ**

[1]. Donoho D. L. De-noised by soft-thresholding // IEEE Trans. Information Theory. 1995. – V. 41. – N 3. – P. 613-627.

[2]. Abramovitch F., Sapatinas T., Silverman B.W. Wavelet thresholding via a Bayesian approach // Journal of the Roy Statist. – 1998. – N 60. – P. 725-749.

[3]. Zhang X.P., Desai M.D. Adaptive denoising based on SURE risk // IEEE Signal Process. Lett. – 1998. – V. 5. – N 10. – P. 265-267.

[4]. Daubechies I., Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps // Journal of Fourier Analysis and Applications. – 1996. – V. 4. – N 3. – P 247-269.

[5]. Воскобойников Ю.Е. Устойчивые алгоритмы решения обратных измерительных задач : Монография / Ю. Е. Воскобойников. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), НГАСУ. 2007. – 184 с.

[6]. Liu Y, Jin J, Wang Q, etc. Phase-preserving speckle reduction based on soft thresholding in quaternion wavelet domain // Journal of Electronic Imaging. – 2012. – V.21. – N 4. – P. 043009-1-043009-11.

Пописано в печать 26.04.2013 г. Печать Цифровая.  
Бумага офсетная Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 1,25  
Тираж 100 экз. Заказ № 2446

Отпечатано в типографии «Партнеры Сибири»  
630009, Новосибирск, Добролюбова 16, а/я 62  
Тел. (383) 266-36-71, 266-85-40