Моттовское состояние холодных атомов в оптической решетке в однородном поле: динамика дублонов и многоуровневое туннелирование Ландау-Зенера

Д.Н. Максимов и А.Р. Коловский

Институт физики СО РАН им. Л. В. Киренского

20.12.2016

Введение

Unit-filled Bose-Hubbard model

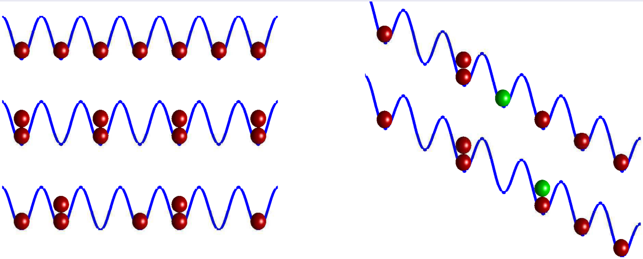
$$\widehat{\mathcal{H}} = -\frac{J}{2}\sum_l \left(\hat{a}^\dagger_{l+1}\hat{a}_l + h.c.\right) + \frac{U}{2}\sum_l \hat{n}_l(\hat{n}_l - 1) - F(t)\sum_l l\hat{n}_l$$

Литература

- M. Greiner, O.Mandel, T. Esslinger, T.W. Hänsch, and I. Bloch, Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms, Nature (London) 415, 39 (2002).
- S. Sachdev, K. Sengupta, and S. M. Girvin, Mott insulators in strong electric fields, Physical Review B 66, 075128 (2002)
- J. Simon, W. S. Bakr, Quantum simulation of antiferromagnetic spin chains in an optical lattices, R. Ma, M. E. Tai, P. M. Preiss, and M. Greiner, Nature 472, 307 (2011).
- F. Meinert, M. J. Mark, E. Kirilov, K. Lauber, P. Weinmann, A. J. Daley, and H.-C. Nägerl, Quantum Quench in an Atomic One-Dimensional Ising Chain, Physical Review Letters 111, 053003 (2013)

Моттовский изолятор и волна плотности

Моттовский изолятор и волна плотности $J \ll U$



Модель Изинга, $W \to \infty$

$$\widehat{\mathcal{H}} = \sum_l \left(-\frac{J}{\sqrt{2}}\sigma_l^x + (U - F(t))(\sigma_l^z + 1)/2 + W(\sigma_l^z + 1)(\sigma_{l+1}^z + 1) \right)$$

- S. Sachdev, K. Sengupta, and S. M. Girvin, Mott insulators in strong electric fields, Physical Review B 66, 075128 (2002)

Резонансное подпространство

Размерность гильбертова пространства

$$d(L) = \frac{(2L-1)!}{(L-1)!L!} \tag{1}$$

Периодические граничные условия

$$\widehat{\mathcal{H}}(L) = -\frac{J}{2}\sum_{l=1}^{L}\left(\hat{a}_{l+1}^{\dagger}\hat{a}_l e^{-i\theta(t)} + h.c.\right) + \frac{U}{2}\sum_{l=1}^{L}\hat{n}_l(\hat{n}_l - 1)\ , \tag{2}$$

где

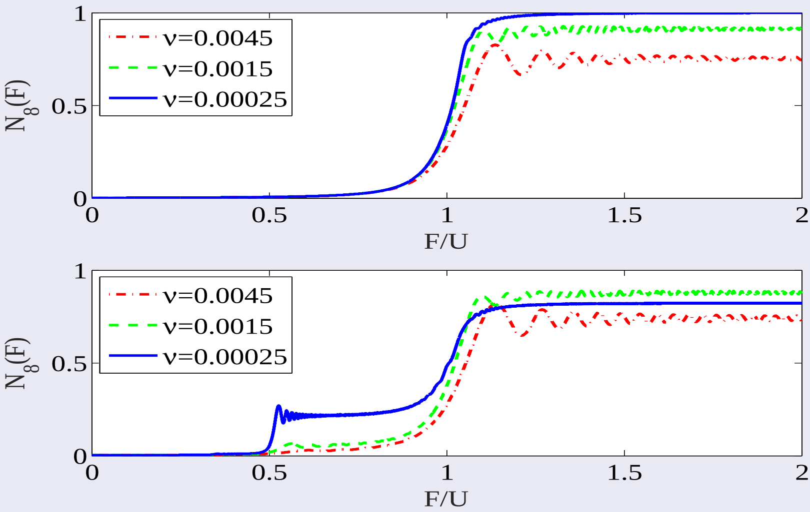
$$\theta(t) = \int_0^t F(t')\mathrm{d}t'. \tag{3}$$

Размерность резонансного подпространства

$$d^{(p,D)}(L) = \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{5}L}}\frac{3+\sqrt{5}}{B\left(\frac{L}{2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right), \frac{L}{\sqrt{5}}\right)} \tag{4}$$

Численный эксперимент

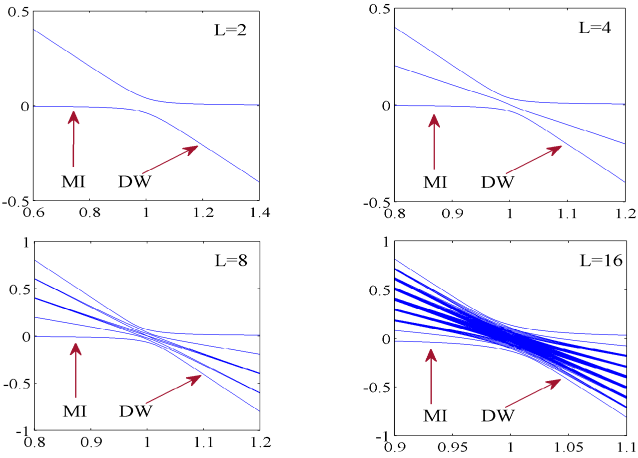
Приведенное число дублонов $F = \nu t$



Гамильтониан резонансного приближения

$$\widehat{\mathcal{H}}(L) = \widehat{\mathcal{H}}_K(L) + \widehat{\mathcal{U}}(L,t), \quad \widehat{\mathcal{U}}(L,t) = \mathrm{diag}[0,\dots,U-F(t),\dots,n(U-F(t)),\dots]$$

Мгновенные спектры



Многоуровневое туннелирование

$$\mathcal{P}_{LZ} = 1 - \frac{N_d(t=\infty)}{N_{max}} \,, \qquad (5)$$

Режим двухуровневого туннелирования

$$\mathcal{P}_{LZ} = \frac{2}{L} \exp\left(-\frac{\pi}{2}\frac{\Delta^2(L)}{\nu}\right) . \qquad (6)$$

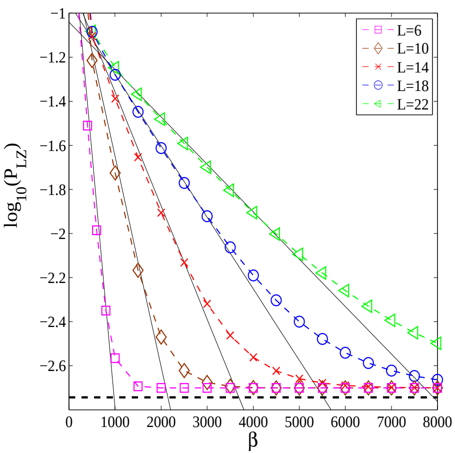
Ширина щели основного состояния

$$\Delta = 8J/L$$

Термодинамический предел $L \to \infty$

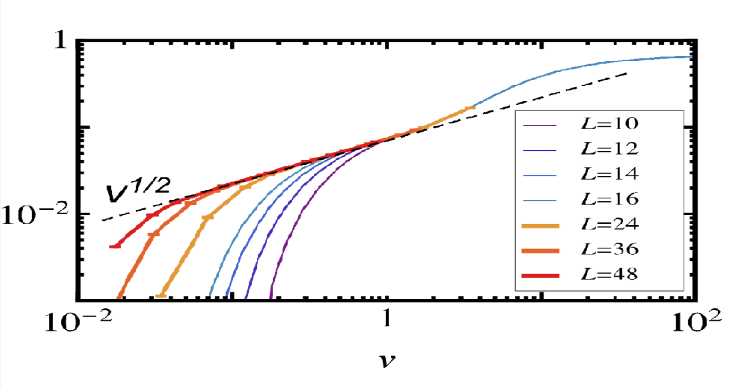
$$\mathcal{P}_{LZ} = \frac{1}{2J}\left(\frac{2\nu}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Туннелирование Ландау-Зенера $\beta = 1/\nu$



Термодинамический предел

$L \to \infty$



- M. Kolodrubetz, D. Pekker, B. K. Clark, and K. Sengupta, Nonequilibrium dynamics of bosonic Mott insulators in an electric field, Phys.Rev.B 85, 100505(R) (2012)

Динамика числа дублонов

$L = 4$

$$\widehat{\mathcal{H}}(4) = \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{2}J & 0 \\ -\sqrt{2}J & \delta(t) & -J \\ 0 & -J & 2\delta(t) \end{pmatrix}, \quad \delta(t) = U - F(t). \tag{7}$$

Основное состояние может быть найдено по формуле Кардано

$$E_1(t) = 2\sqrt{\frac{3J^2 + \delta^2(t)}{3}} \cos\left(\frac{\eta(t) + 2\pi}{3}\right) \, ,$$

где

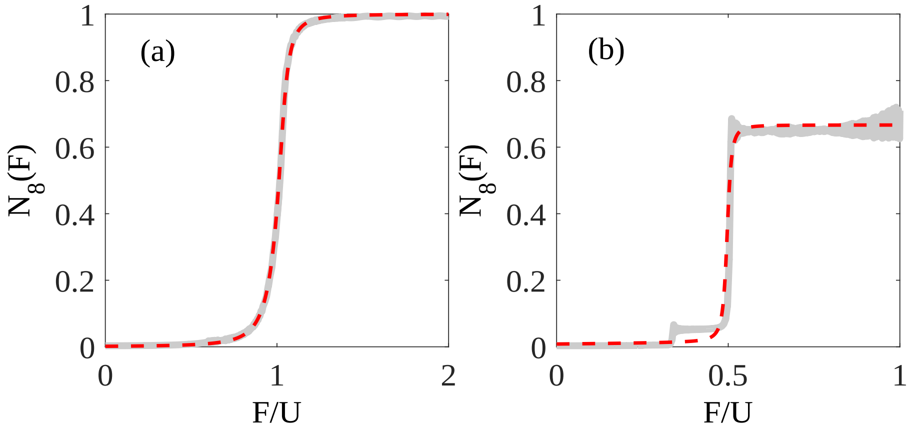
$$\eta(t) = \pi\theta(\delta(t)) - \arctan\left(\frac{2\sqrt{\left(\frac{3J^2+\delta^2(t)}{3}\right)^3 - \left(\frac{J^2\delta(t)}{2}\right)^2}}{J^2\delta(t)}\right)$$

и $\theta(\ldots)$ - функция Хевисайда. Для числа дублонов имеем

$$\mathcal{N}_4(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(E_1^2 - \delta^2)^2 + 2J^2(E_1 + \delta)^2}{2J^2(E_1 - \delta)^2 + J^2(E_1 + \delta)^2 + (E_1^2 - \delta^2)^2} \tag{8}$$

Численный эксперимент

Ступенчатый протокол: (a) $F/U = 1$, (b) $F/U = 1/2$



Двумерные решетки

Гамильтониан

$$\widehat{\mathcal{H}} = -\frac{J_x}{2}\sum_{l,m}\left(\hat{a}^{\dagger}_{l+1,m}\hat{a}_{l,m} + h.c.\right) - \frac{J_y}{2}\sum_{l,m}\left(\hat{a}^{\dagger}_{l,m}\hat{a}_{l,m+1} + h.c.\right)$$
$$+\frac{U}{2}\sum_{l,m}\hat{n}_{l,m}(\hat{n}_{l,m}-1) - F(t)\sum_{l,m}[l\cos\phi + m\sin\phi]\hat{n}_{l,m} \tag{9}$$

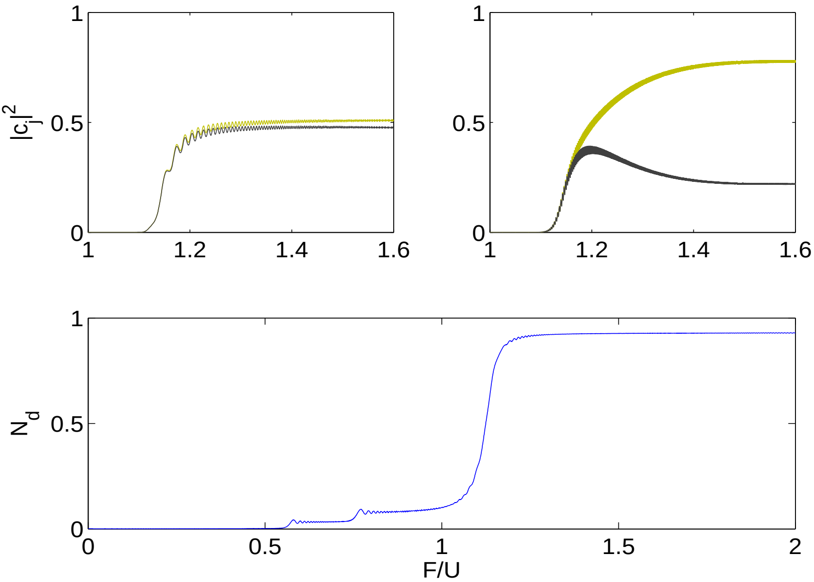
В случае оптической лестницы имеем суперпозицию двух состояний

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(C_1|DW\rangle + C_2|\widetilde{DW}\rangle\right), \tag{10}$$

где

$$|DW\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\begin{pmatrix} 22 \\ 00 \\ 22 \\ 00 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 00 \\ 22 \\ 00 \\ 22 \end{pmatrix}\right], |\widetilde{DW}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\begin{pmatrix} 20 \\ 02 \\ 20 \\ 02 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 02 \\ 20 \\ 02 \\ 20 \end{pmatrix}\right]. \tag{11}$$

$J_x = 0.02U$, $J_y = 0.005U$, $F_x/F_y = 1/2$;$F/U = \sqrt{5}/2$ слева $\nu = 10^{-3}$, справа $\nu = 10^{-4}$



Заключение

Выводы

- На основании теории туннелирования Ландау-Зенера получена оценка для границ адиабатического режима для перехода моттовский изолятор - волна плотности.
- Получены аналитические решения, описывающие динамику числа дублонов в адиабатическом режиме. Результаты подтверждены численным экспериментом.
- В двумерных решетках численно обнаружены адиабатические режимы, соответствующие переходу моттовский изолятор - коррелированная волна плотности.

Литература

- Kolovsky A. R., Maksimov D. N. Mott-insulator state of cold atoms in tilted optical lattices: Doublon dynamics and multilevel Landau-Zener tunneling, Physical Review A 94, 043630 (2016)