

Эффект обращения атомного потока в флуктуирующей бегущей оптической решетке

Макаров Денис, Коньков Леонид

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,
Владивосток, Россия

December 19, 2016

Рассмотрим движение ансамбля невзаимодействующих холодных атомов

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + [U(x) + \varepsilon V(x, t)]\Psi, \quad \varepsilon \ll 1. \quad (1)$$

- $U(x)$ – случайный статический потенциал,
- $\varepsilon V(x, t)$ – малое осциллирующее во времени возмущение.

Наша изначальная цель: найти условия для возникновения баллистического атомного транспорта в заданном направлении – создание квантового рэтчета в неупорядоченном потенциале.

- $\varepsilon = 0 \Rightarrow$ локализация Андерсона: все собственные состояния локализованы в пространстве, т.е. транспорт отсутствует.
- Случай малых значений $\varepsilon \Rightarrow$ субдиффузионный или диффузионный транспорт (работы Н. Yamada и K.S. Ikeda).

Баллистический транспорт возможен только в присутствии достаточно дальних пространственных корреляций случайного потенциала (Izrailev, Krokhin, PRL, 1999).

Случайный потенциал в виде суперпозиции плоских волн

$$U = A\tilde{U}, \quad \tilde{U} = \sum_j \cos(k_0 x \cos \theta_j + \chi_j). \quad (2)$$

Здесь θ_j и χ_j – случайные фазы. Автокорреляционная функция:

$$\langle U(x)U(x+d) \rangle \propto J_0(d), \quad (3)$$

где $J_0(d)$ – функция Бесселя нулевого порядка. Степенное спадание функции Бесселя при $d \rightarrow \infty$ предполагает существенный вклад дальних корреляций.

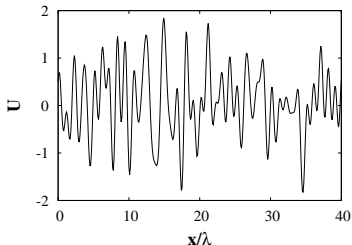


Figure : Типичная реализация потенциала $U(x)$, $\lambda = 2\pi/k_0$.

Спектральные свойства случайного потенциала

Межуровневое расстояние:

$$s = \epsilon_{n+1} - \epsilon_n, \quad (4)$$

где ϵ_n и ϵ_{n+1} – два соседних значения собственной энергии.

$$\epsilon_i = \bar{N}(E_i), \quad \bar{N}(E) = \int_{-\infty}^E \bar{\rho}(E') dE', \quad \bar{\rho}(E_i) = \frac{2\nu}{E_{i+5} - E_{i-5}}. \quad (5)$$

Режим изолятора предполагает пуассоновское распределение межуровневых расстояний

$$P(s) = \frac{1}{\langle s \rangle} \exp\left(-\frac{s}{\langle s \rangle}\right), \quad (6)$$

где $\langle s \rangle$ – среднее межуровневое расстояние.

Ненулевая проводимость предполагает корреляцию между различными состояниями и, как следствие, расталкивание соседних уровней \Rightarrow распределение Вигнера

$$P(s) = \frac{\pi}{2} \frac{s}{\langle s \rangle^2} \exp\left(-\frac{\pi s^2}{4\langle s \rangle^2}\right). \quad (7)$$

Наконец, в режиме свободного движения флуктуации спектральной плотности отсутствуют, и мы имеем:

$$\rho(s) = \delta(s - \langle s \rangle). \quad (8)$$

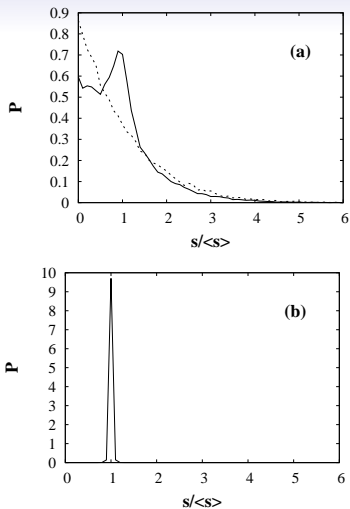


Figure : Распределения межуровневых расстояний для различных энергетических полос: (a) $E \leq 1$ (прерывистая линия) и $1 < E \leq 4$ (толстая сплошная линия), (b) $4 < E \leq 12$.

Нестационарная часть потенциала

Рассмотрим функцию $V(x, t)$ следующего вида

$$V(x, t) = \varepsilon(f(t) \sin x + f(t + \tau) \cos x), \quad (9)$$

где $f(t)$ – некоторый широкополосный сигнал. В качестве модели сигнала используем двумерный стохастический процесс Орнштейна-Уленбека, также известный как гармонический шум

$$\dot{f} = y, \quad \dot{y} = -\Gamma y - \omega_0^2 f + \sqrt{2\beta\Gamma}\xi(t), \quad (10)$$

где Γ – положительная константа, $\xi(t)$ – гауссов белый шум.

$$\langle f \rangle = 0, \quad \langle f^2 \rangle = \frac{\beta}{\omega_0^2}. \quad (11)$$

Спектр мощности гармонического шума имеет единственный пик на частоте

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\Gamma^2}{2}}, \quad (12)$$

$$\Delta\omega = \sqrt{\omega_p + \Gamma\omega'} - \sqrt{\omega_p - \Gamma\omega'}, \quad \omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2/4}. \quad (13)$$

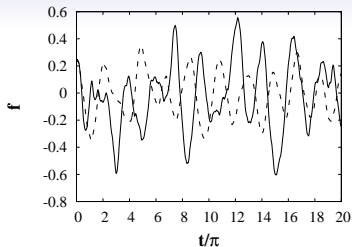


Figure : Реализации гармонического шума при $\Gamma = 0.1$ (прерывистая линия) и $\Gamma = 0.5$ (сплошная линия).

В пределе $\Gamma \rightarrow 0$

$$f(t) \rightarrow \sin(\omega_0 t + \phi_0).$$

Выбирая $f(0) = 1$, $y(0) = 0$ и

$$\tau = \frac{\pi}{2\omega_0}, \tag{14}$$

находим вид функции $V(x, t)$ при $\Gamma = 0$

$$V(x, t) = \varepsilon \sin(x - \omega_0 t) \tag{15}$$

При $\Gamma > 0$ $V(x, t)$ ведет себя как флуктуирующая плоская волна.

Численное моделирование

Начальное условие

$$\Psi(x, t = 0) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma_x^2(0)} \right)^{1/4} \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2}{4\sigma_x^2(0)} \right], \quad (16)$$

где $\sigma_x(0) = 10\pi$, $x_0 = 0$.

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{J}} \sqrt{\sum_{j=1}^J (Q_j - r_j^2)}, \quad (17)$$

где $J = 1000$, r_j смещение атомного волнового пакета для j -ой реализации потенциала,

$$r_j = \int x |\Psi^{(j)}(x)|^2 dx. \quad (18)$$

Q_j – квантовомеханическое среднее от квадрата координаты,

$$Q_j = \int x^2 |\Psi^{(j)}(x)|^2 dx. \quad (19)$$

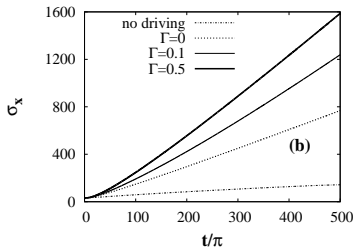
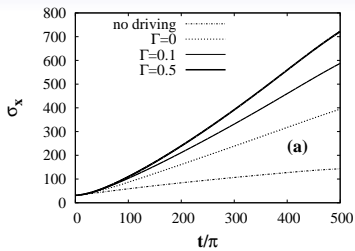


Figure : (a) $\varepsilon = 0.05$, (b) $\varepsilon = 0.25$.

$$\langle x \rangle = \frac{1}{J} \sum_j^J r_j. \quad (20)$$

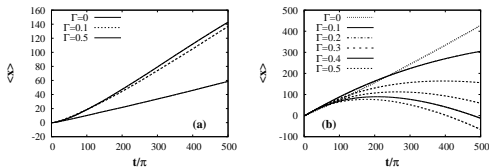


Figure : Средняя координата как функция времени. (a) $\varepsilon = 0.05$, (b) $\varepsilon = 0.25$.

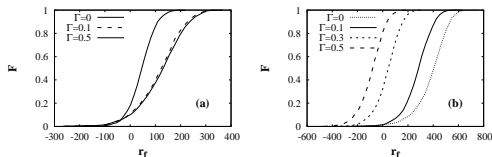


Figure : Кумулятивная функция распределения смещений атомного волнового пакета при $t = 500\pi$. (a) $\varepsilon = 0.05$, (b) $\varepsilon = 0.25$.

Кинетическое уравнение в импульсном пространстве

$$|m\rangle = \psi_m = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ip_m x/\hbar}, \quad (21)$$

where

$$p_m = \frac{2\pi m\hbar}{L}, \quad E_m = \frac{p_m^2}{2M}, \quad (22)$$
$$m = -m_0, -m_0 + 1, \dots, m_0 - 1, m_0.$$

Система кинетических уравнений для амплитуд вероятности

$$\frac{d\rho_l}{dt} = \sum_m G_{lm}(\rho_m - \rho_l), \quad \rho_l = \left| \int \psi_l^* \Psi dx \right|^2. \quad (23)$$

где $G_{lm} = |H_{lm}|^2$, H_{lm} матричный элемент гамильтониана, отвечающий за переход между состояниями $|l\rangle$ и $|m\rangle$.

Амплитуды переходов могут быть найдены аналитически с помощью золотого правила Ферми:

$$G_{lm} = \varepsilon^2 S(\omega = \omega_{lm}) \left[\cos^2 \omega_{lm} \tau + \left(\sin \omega_{lm} \tau + \frac{\text{sgn}(\Delta p_{lm})}{2} \right)^2 \right] \delta_{p_l, p_m \pm 1}, \quad (24)$$

где $S(\omega)$ – спектр мощности гармонического шума

$$S(\omega) = \frac{\beta \Gamma}{\pi [\omega^2 \Gamma^2 + (\omega^2 - \omega_0^2)^2]}, \quad (25)$$

$$\Delta p_{lm} = p_l - p_m, \quad \omega_{lm} = (E_l - E_m)/\hbar. \quad (26)$$

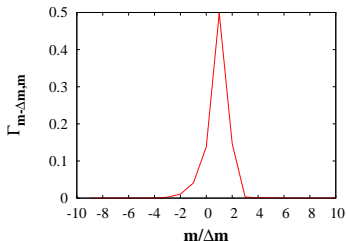


Figure : Амплитуды перехода между импульсными состояниями $m - \Delta m$ и m , где $\Delta m = L/(2\pi)$.

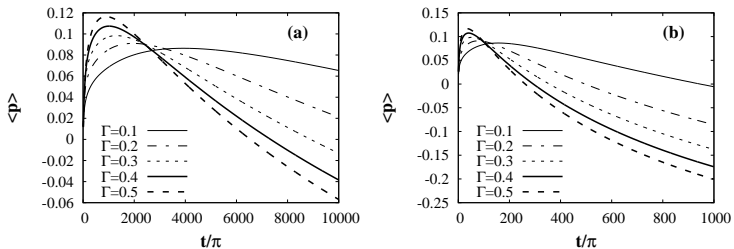


Figure : Средний импульс, полученный путем решения кинетических уравнений, как функция времени. (a) $\varepsilon = 0.05$, (b) $\varepsilon = 0.25$.

Таким образом, обращение атомного потока связано с аккумуляцией населенности состояний с отрицательными значениями импульса.

Если убрать случайный статический потенциал?

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x, t) \Psi, \quad (27)$$

$$V(x, t) = \varepsilon [f(t) \cos x + f(t + \tau) \sin x]. \quad (28)$$

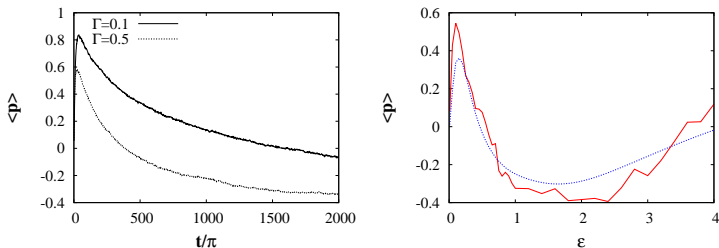


Figure : Слева: зависимость среднего импульса от времени для движущейся оптической решетки с амплитудой $\varepsilon = 0.25$. Справа: зависимость $\langle p(t = 100\pi) \rangle$ от ε при $\Gamma = 0.5$. Красная сплошная линия – результат прямого решения уравнения Шредингера, синяя прерывистая линия – результат решения системы кинетических уравнений.

D.V. Makarov, L.E. Kon'kov. Quantum transport in a driven disordered potential: onset of directed current and noise-induced current reversal // European Physical Journal B, V. 87. P. 281 (2014).

СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!