

*Институт лазерной физики СО РАН
Новосибирский государственный университет*

*Особенности лазерного
охлаждения щелочноземельных
атомов на слабых
оптических переходах.*

Ильенков Р. Я., Юдин В.И., Тайченачев А.В.,
Прудников О.Н.

Цель работы

В рамках развитого нами метода квантового кинетического расчета исследовать импульсные распределения атомов в квантовых режимах.

Применение лазерного охлаждения

- *Стандарты частоты и времени с высокой точностью и стабильностью*
- *Получение конденсата Бозе-Эйнштейна и вырожденного Ферми-газа*
- *Квантовая информатика*
- *Атомная оптика и интерферометрия*
- *Моделирование квантовых явлений в различных средах (конденсированные состояния, ядерная материя)*

В.Г. Миногин, В.С. Летохов, Давление лазерного излучения на атомы 1986.

А.П. Казанцев, Г.И. Сурдутович, В.П. Яковлев, Механическое действие света на атомы, 1991

H.J. Metcalf, P. van der Straten, Laser cooling and trapping, 1999.

Применяемые методы и их недостатки

Квазиклассический подход

Уравнение типа Фоккера-Планка для вignerовской функции распределения в фазовом пространстве

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \sum_i \frac{p_i}{m} \nabla_i \right) W = - \sum_i \frac{\partial}{\partial p_i} F_i(\vec{r}, \vec{p}) W + \sum_{ij} \frac{\partial^2}{\partial p_i \partial p_j} D_{ij}(\vec{r}, \vec{p}) W$$

1) Ширина распределения атомов значительно больше импульса одного фотона

$$\hbar k / \Delta p \ll 1$$

2) Корректно описывает поведения атомов имеющих малую частоту отдачи

$$w_r = \hbar k^2 / 2M \ll \gamma$$

3) Время охлаждения достаточно велико

$$t\gamma \gg 1$$

Квантовый подход на основе секулярного приближения

Квантовое кинетическое уравнение сводится к скоростным уравнениям на населенность колебательных уровней.

$$\langle n | \hat{\rho} | m \rangle \approx 0 \text{ for } n \neq m \quad \langle n | \hat{\rho} | n \rangle = \rho_n$$

1) Расстояние между колебательными уровнями значительно больше их ширины, обусловленной оптической накачкой. Накладывает ограничение на глубину оптического потенциала.

$$\sqrt{\frac{U_0}{\hbar w_r}} \ll \frac{|\delta|}{\gamma}$$

2) Нарушается для высоких колебательных уровней и совершенно неприменимо для атомов совершающих надбарьерное движение.

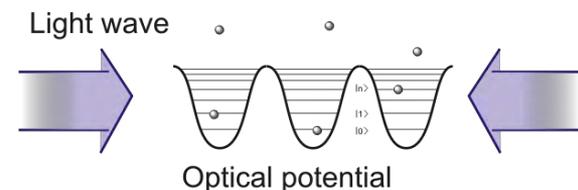


Таблица параметров переходов

Атом	Переход	λ (nm)	$\gamma/2\pi$ (MHz)	w_r / γ
Cs	$6^2S \rightarrow 6^2P_{3/2}$	852	5.30	3.90×10^{-4}
Rb	$5^2S \rightarrow 5^2P_{3/2}$	780	5.96	6.43×10^{-4}
Mg	$3^1S_0 \rightarrow 3^1P_1$	285	79	1.29×10^{-3}
Na	$3^2S \rightarrow 3^2P_{3/2}$	589	9.72	2.57×10^{-3}
Li	$2^2S \rightarrow 2^2P$	671	5.87	1.08×10^{-2}
Hg	$6^1S_0 \rightarrow 6^3P_1$	254	1.3	1.2×10^{-2}
Yb	$6^1S_0 \rightarrow 6^3P_1$	556	0.18	2.1×10^{-2}
He	$2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$	1083	1.63	2.61×10^{-2}
H	$1^2S \rightarrow 3^3P$	122	99.5	0.13
He	$2^3S_1 \rightarrow 3^3P_2$	389	1.6	0.21
Sr	$5^1S \rightarrow 5^3P_0$	689	7.58×10^{-3}	0.63
Ca	$4^1S \rightarrow 4^3P_0$	675	3.2×10^{-4}	36.4

$$w_r / \gamma \ll 1$$

Учет влияния эффектов отдачи необходим для :

- 1) Глубокого охлаждения атомов до предела отдачи
- 2) Второй стадия охлаждения щелочноземельных металлов на интеркомбинационных переходах.

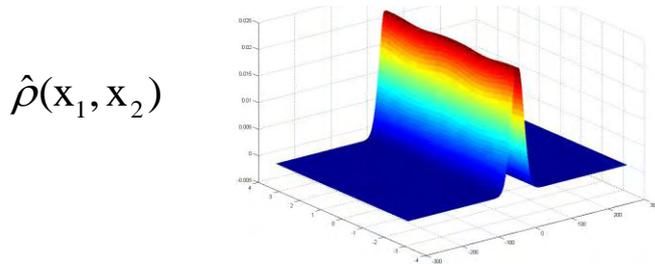
Теория:

Используется квантовое кинетическое уравнение в двухточечном представлении на матрицу плотности.

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}(x_1, x_2, t) \hat{\rho}(x_1, x_2, t) - \hat{\rho}(x_1, x_2, t) \hat{H}(x_1, x_2, t)] + \hat{\Gamma} \{ \hat{\rho}(x_1, x_2, t) \} \quad \hat{\rho} = \begin{pmatrix} \hat{\rho}_{11} & \hat{\rho}_{12} \\ \hat{\rho}_{21} & \hat{\rho}_{22} \end{pmatrix}$$

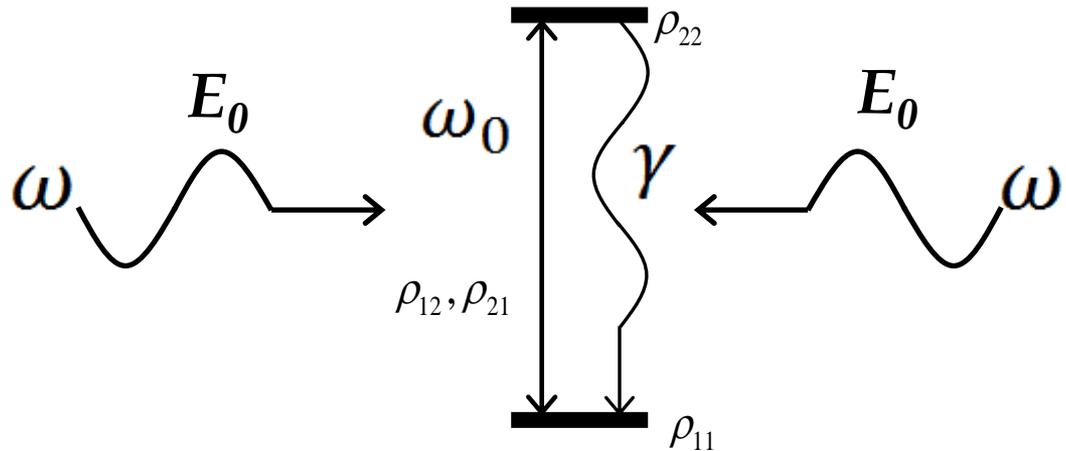
Модель – двухуровневый атом в поле стоячей волны

Двухточечное представление



Удобно перейти к координатам (x, q)

$$\hat{\rho}(x, q) \quad \begin{aligned} x &= (x_1 + x_2) / 2 \\ q &= x_1 - x_2 \end{aligned}$$



Стоячая волна в резонансном приближении

$$E = 2E_0 e^{-i\omega t} \cos(kx)$$

Система дифференциальных уравнений на стационарную атомную матрицу плотности:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\gamma}{2} - i\delta \right) \rho_{21} = -\frac{i}{\hbar} [V(x+q/2) \rho_{11} - \rho_{22} V(x-q/2)] \\ \left(-\frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\gamma}{2} + i\delta \right) \rho_{12} = -\frac{i}{\hbar} [V^*(x+q/2) \rho_{22} - \rho_{11} V^*(x-q/2)] \\ \left(-\frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} + \gamma \right) \rho_{22} = -\frac{i}{\hbar} [V(x+q/2) \rho_{12} - \rho_{21} V^*(x-q/2)] \\ -\frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} \rho_{11} - \gamma f(q) \rho_{22} = -\frac{i}{\hbar} [V^*(x+q/2) \rho_{21} - \rho_{12} V(x-q/2)] \end{array} \right. \quad \boxed{\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = 0}$$

Возмущение имеет вид: $V = 2\hbar\Omega \cos(kx)$

Частота Раби: $\Omega = dE_0 / \hbar$

Эффект отдачи при спонтанной релаксации: $f(q) = \frac{3}{2} \left(\frac{\sin(q)}{q} + \frac{\cos(q)}{q^2} - \frac{\sin(q)}{q^3} \right)$

Метод матричных цепных дробей:

Представим систему уравнений в следующем матричном виде:

$$-\frac{i\hbar}{M} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} \vec{\rho} = L \vec{\rho} \quad \text{где} \quad \vec{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{22} \\ \rho_{12} \\ \rho_{21} \end{pmatrix}$$

Разложим вектор содержащий элементы матрицы плотности в ряд Фурье:

$$\vec{\rho}(x, q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{\rho}(q) e^{inkx} \quad L = L_0 + L_+ e^{ikx} + L_- e^{-ikx}$$

Получим систему рекуррентных уравнений:

$$\frac{n\hbar k}{M} \frac{\partial}{\partial q} \vec{\rho}^{(n)} = L_0 \vec{\rho}^{(n)} + L_+ \vec{\rho}^{(n-1)} + L_- \vec{\rho}^{(n+1)}$$

Полагая что корреляция атомных состояний в двух пространственных точках затухает с расстоянием выберем q_{\max} и разобьем интервал $-q_{\max} \dots q_{\max}$ сеткой с дискретными значениями q_i . Тогда производная имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial q} \hat{\rho}_{q_i} \approx D_{q_i} \hat{\rho}_{q_i} \equiv \frac{1}{2\Delta q} (\hat{\rho}_{q_{i+1}} - \hat{\rho}_{q_{i-1}})$$

$$L_+ \vec{\rho}^{(n-1)} + \left(L_0 - \frac{nk\hbar}{M} D_{q_i} \right) \vec{\rho}^{(n)} + L_- \vec{\rho}^{(n+1)} = 0$$

1. Рассмотрим положительные гармоники $n > 0$ и найдем матрицы $S^{(n)}$, такие что: $\vec{\rho}^{(n)} = S^{(n)} \cdot \vec{\rho}^{(n-1)}$
Эти матрицы должны удовлетворять уравнению:

$$\left(L_+ + \left(L_0 - \frac{nk\hbar}{M} D_{q_i} \right) \cdot S^{(n)} + L_- \cdot S^{(n+1)} \cdot S^{(n)} \right) \cdot \vec{\rho}^{(n-1)} = 0$$

что приводит к рекуррентному соотношению :
$$S^{(n)} = - \left[\left(L_0 - \frac{nk\hbar}{M} D_{q_i} \right) + L_- S^{(n+1)} \right]^{-1} L_+$$

2. Аналогично для $n < 0$, при $\vec{\rho}^{(n)} = S^{(n)} \vec{\rho}^{(n+1)}$:
$$S^{(n)} = - \left[\left(L_0 - \frac{nk\hbar}{M} D_{q_i} \right) + L_+ S^{(n-1)} \right]^{-1} L_-$$

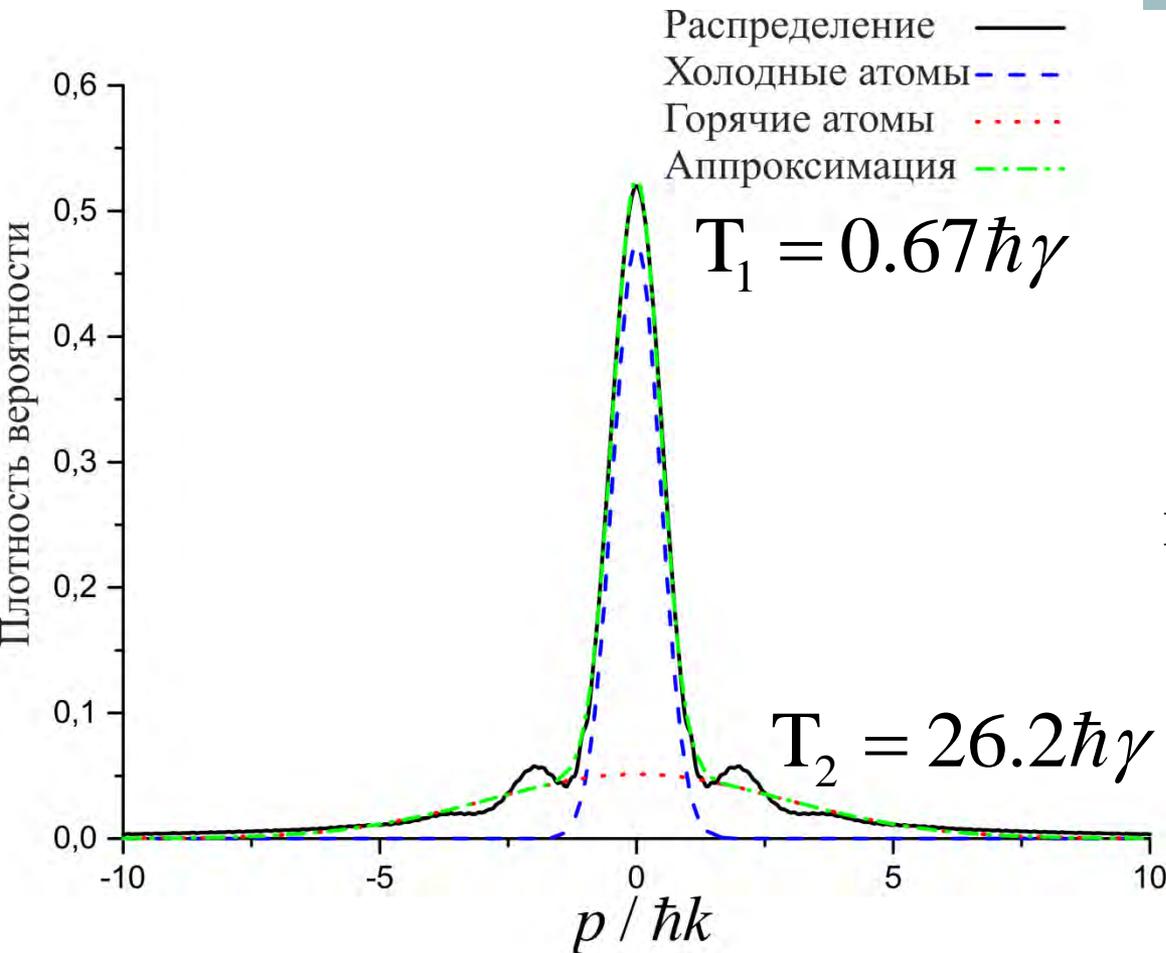
3. Выберем достаточно большое значение N (обычно порядка 30) при котором гармоники атомной матрицы плотности исчезают, т.е. для всех $|n| \geq N$ полагаем $S^{(n)} = 0$. Используя рекуррентные соотношения найдем $\vec{\rho}^{(0)}$ и, далее восстановим остальные ненулевые гармоники.

$$\left[L_+ S^{(-1)} + L_0 + L_- S^{(1)} \right] \vec{\rho}^{(0)} = 0$$

Условие нормировки

$$Tr \{ \hat{\rho}^{(0)}(q=0) \} = 1$$

Охлаждение стронция на слабом переходе



Параметры задачи

$$\delta / \gamma = -1$$

$$\Omega / \gamma = 0.1$$

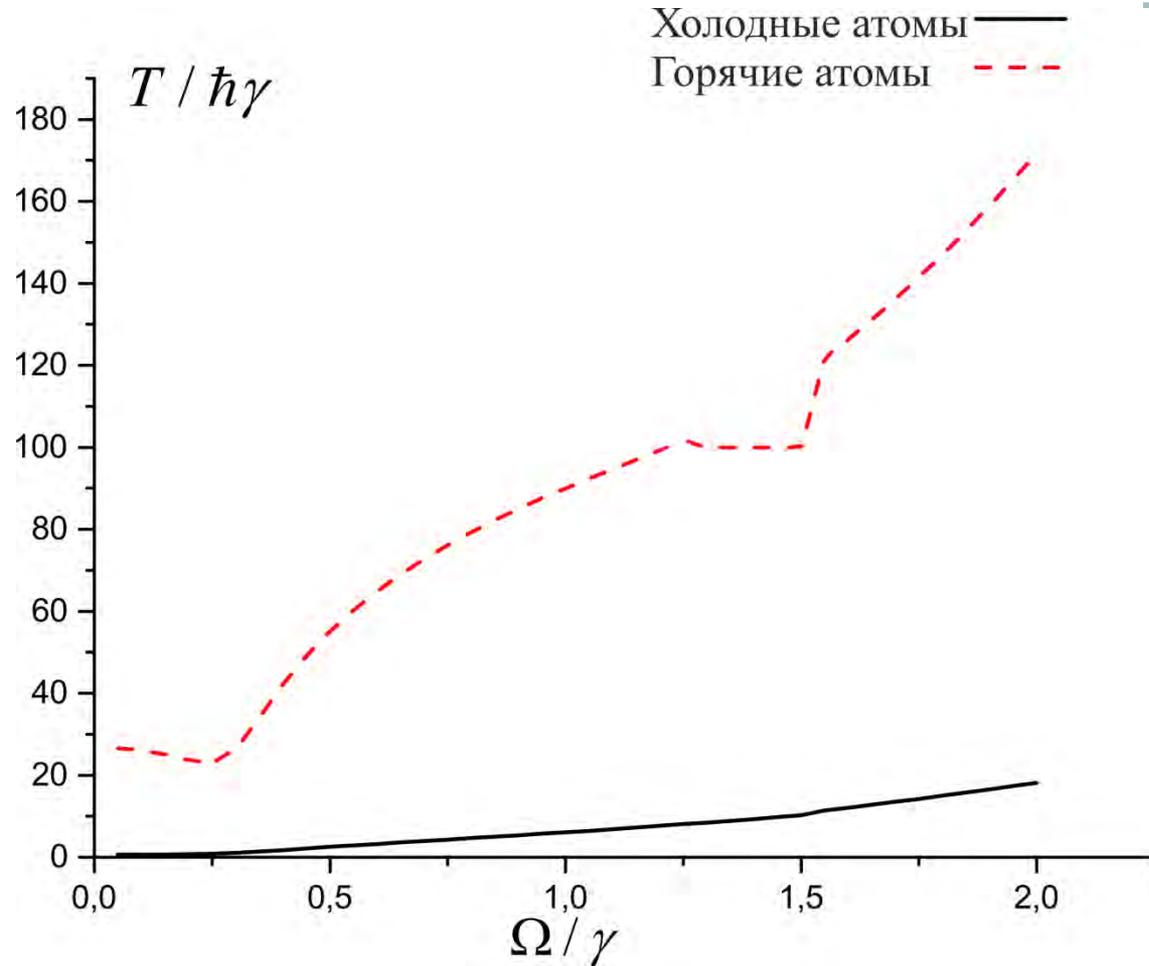
$$w_r / \gamma = 0.64$$

Интеркомбинационный переход



Импульсное распределение существенно неравновесное и не описывается гауссовым распределением, следовательно, не может быть охарактеризовано в терминах температурной зависимости. Однако, с хорошей точностью, может быть аппроксимировано двумя гауссовыми функциями. Подобные бимодальные распределения возникают при различных параметрах световых полей для исследованных слабых оптических переходов.

Зависимость температур от интенсивности поля

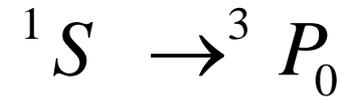


Параметры задачи

$$\delta / \gamma = -1$$

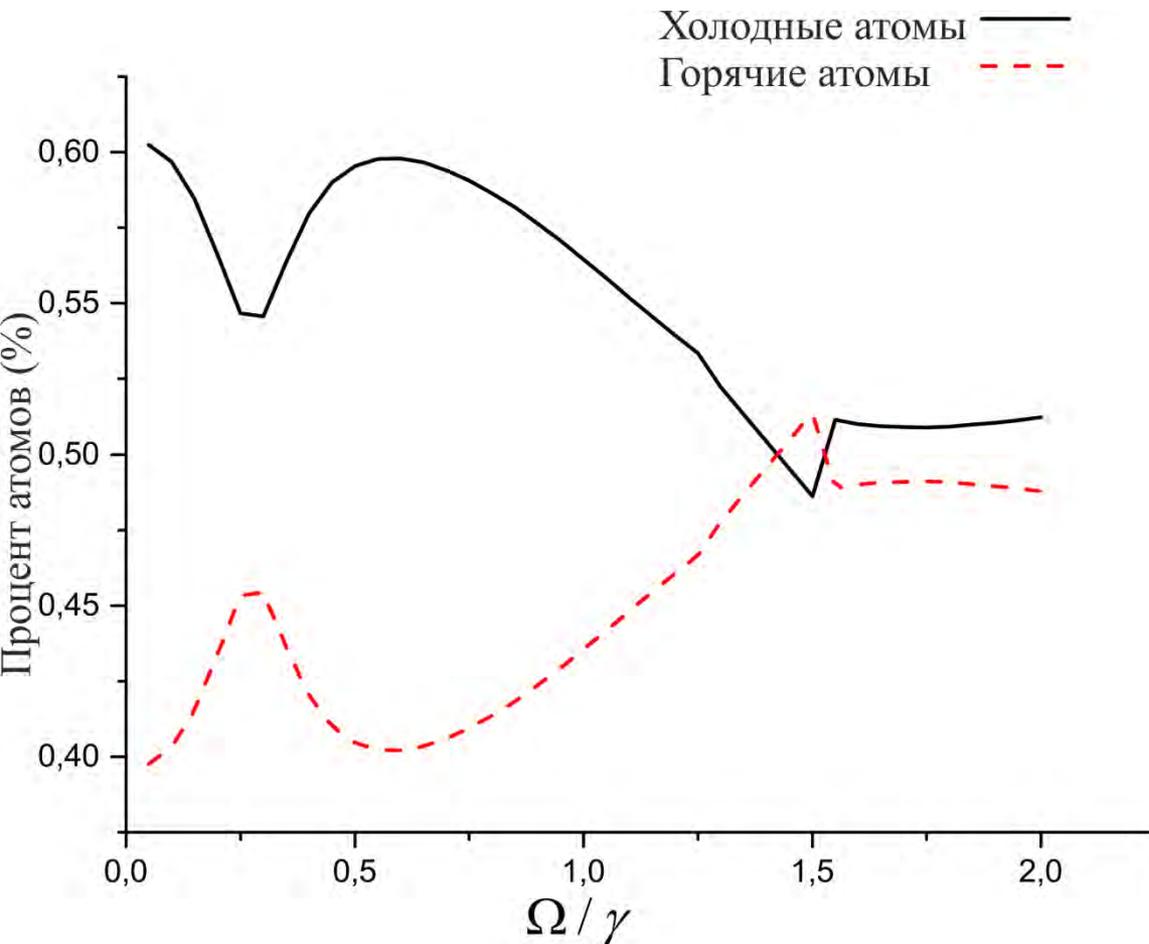
$$w_r / \gamma = 0.64$$

Интеркомбинационный переход



Температура холодной фракции значительно ниже средней температуры, определяемой как $\langle p^2 \rangle / m$ - средний квадрат импульса) и достигает предельных величин. Основная тенденция состоит в общем разогреве импульсного распределения – повышается как температура холодной фракции, так и температура горячей фракции.

Зависимость температур от интенсивности поля

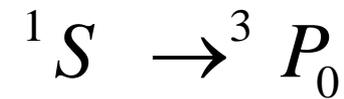


Параметры задачи

$$\delta / \gamma = -1$$

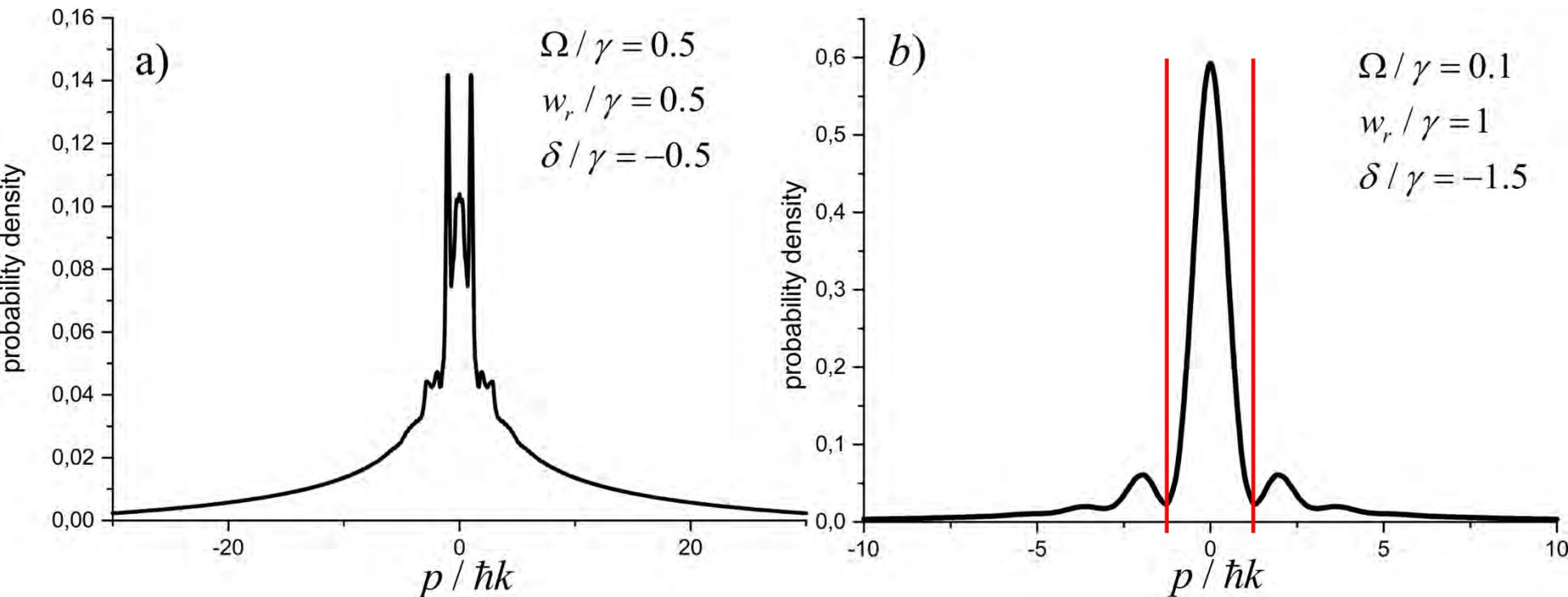
$$w_r / \gamma = 0.64$$

Интеркомбинационный переход



Число атомов в холодном распределении максимально в слабом поле, и достигает 60%. В сильных полях вклад обеих фракций выравнивается и составляет порядка 50%. Особенности поведения проявляются при тех же интенсивностях, что и для графиков температуры

Получение холодных атомов



В квантовых режимах наблюдаются бимодальные распределения атомов: импульсное распределение атомов имеет две средние температуры - температуру определяемую подложкой (более высокую) и температуру определяемую шириной среднего пика (более низкую). Такие распределения позволяют отсекал горячие атомы поместив атомы в оптическую решетку небольшой глубины.

Особенности импульсных распределений

Momentum distribution

two gauss fitting:

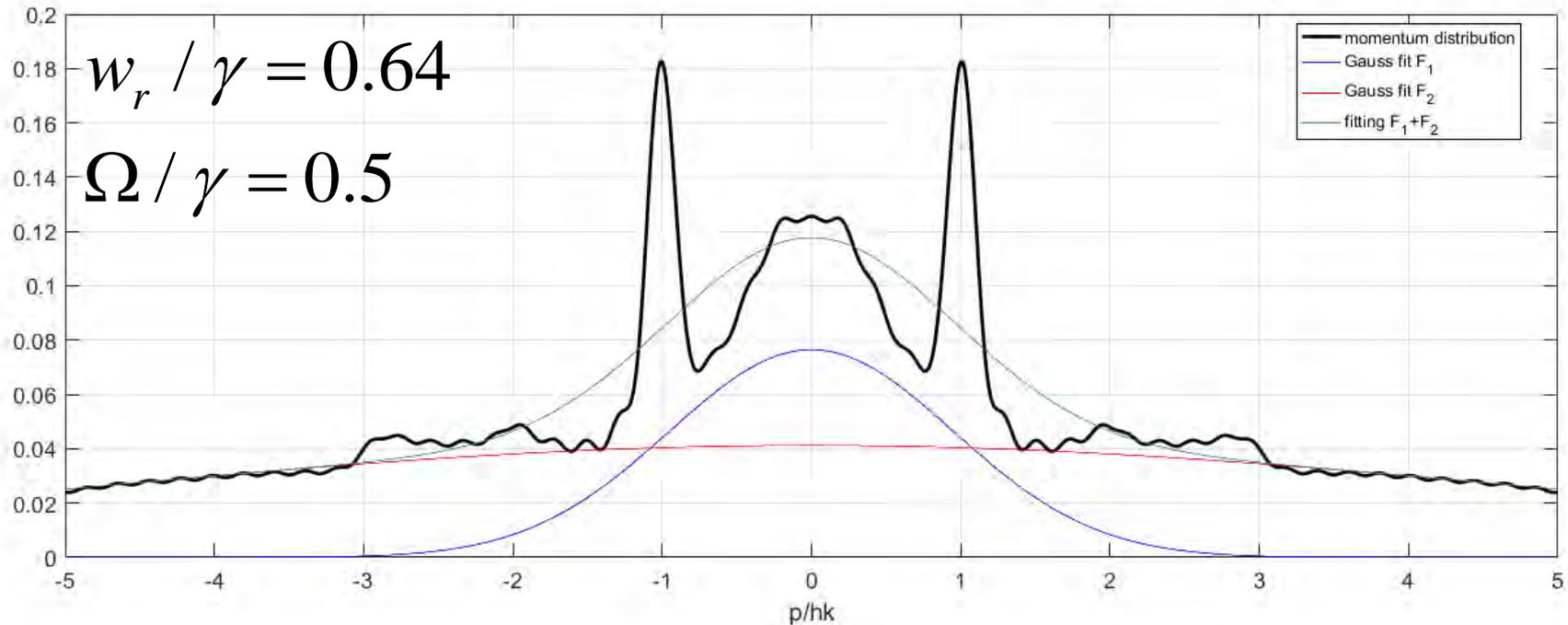
$$T_1 = 2.832 \text{ h}\gamma$$

$$T_2 = 79.107 \text{ h}\gamma$$

$$\delta / \gamma = -0.64$$

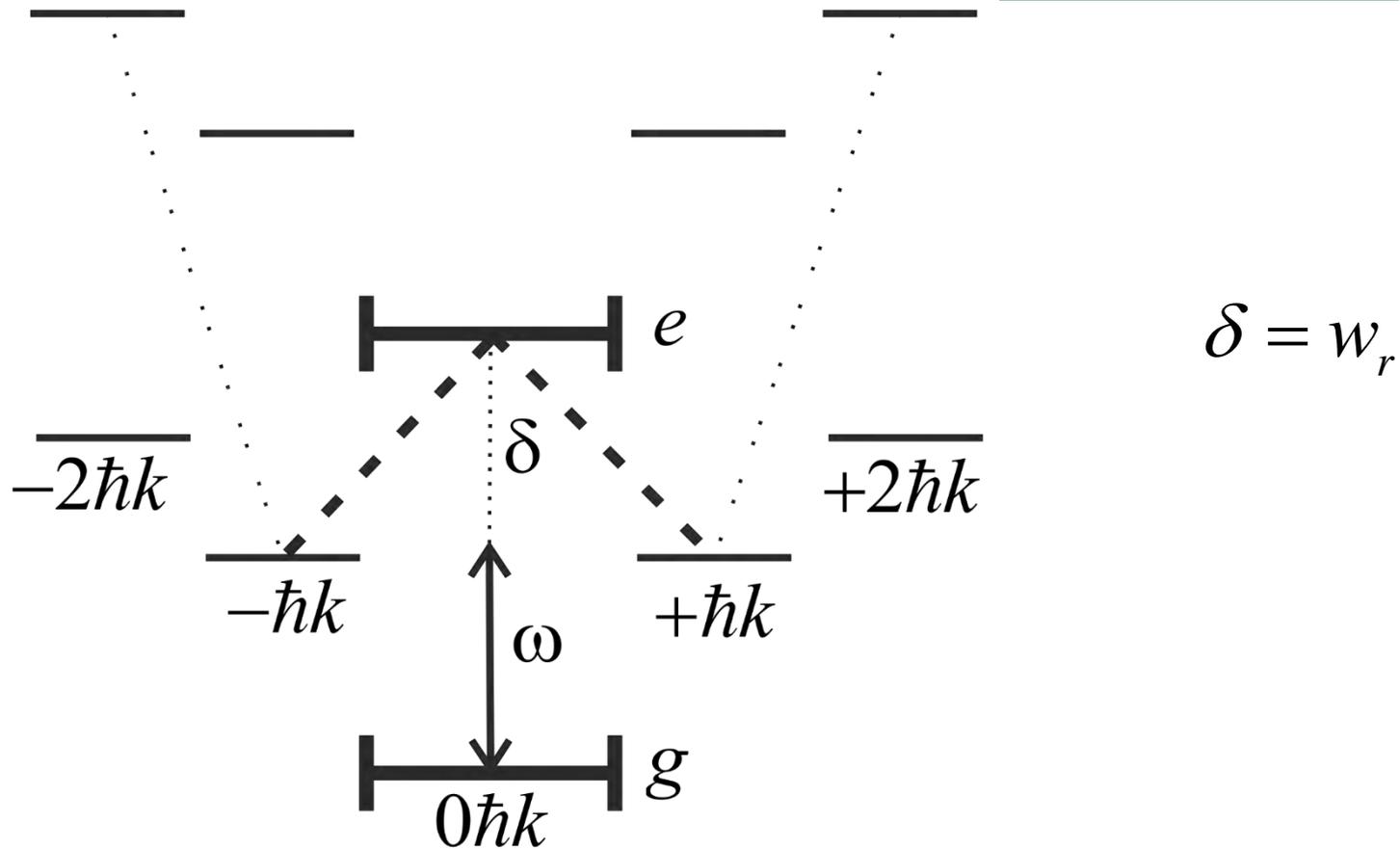
$$w_r / \gamma = 0.64$$

$$\Omega / \gamma = 0.5$$



Особенно ярко выраженные пики проявляются в квантовых режимах при близости значений отстройки и однофотонной отдачи при средней интенсивности. Узкие пики расположены на целых значениях импульса и их ширина меньше импульса одного фотона.

Селективный по скорости КПН



Атомы захватываются в лямбда-схеме состоящей из возбужденного состояния с нулевым импульсом и основных состояний с импульсами $\pm\hbar k$

Особенности импульсных распределений

Momentum distribution

two gauss fitting:

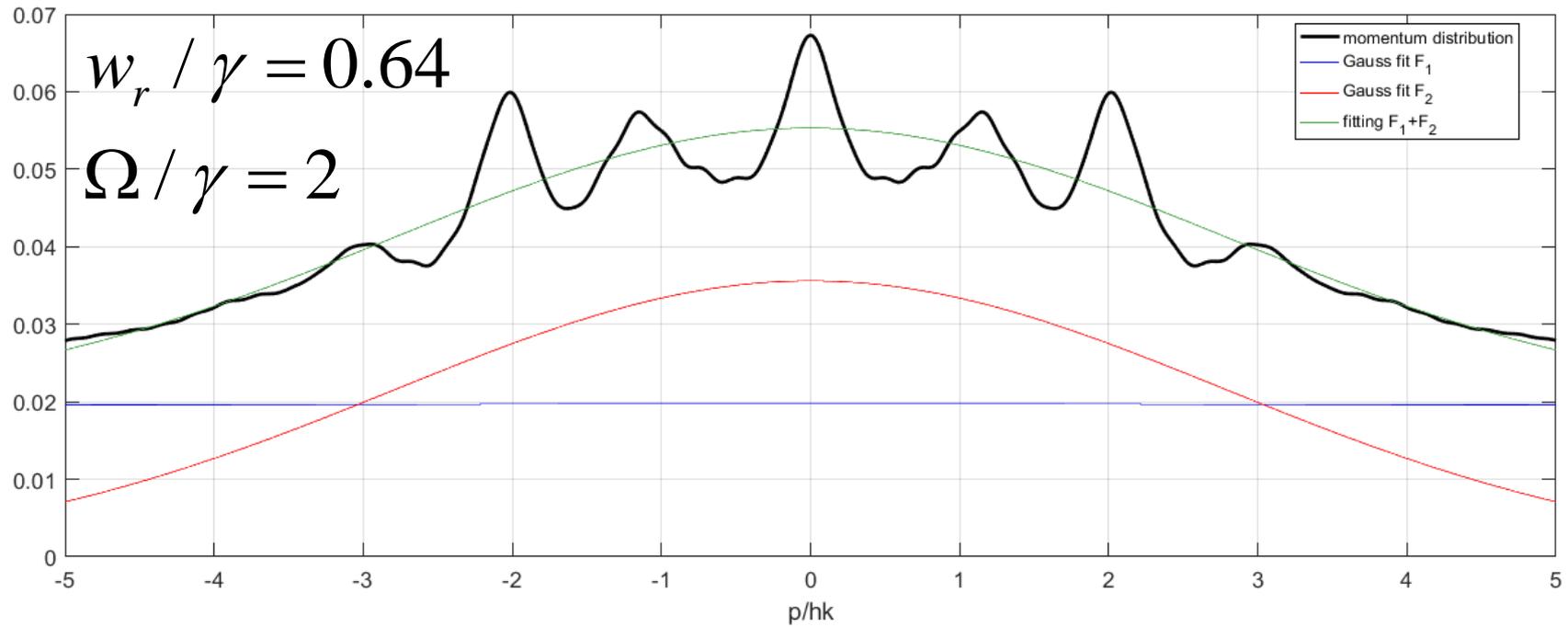
$$T_1 = 6053.103 h\gamma$$

$$T_2 = 24.224 h\gamma$$

$$\delta / \gamma = -0.64$$

$$w_r / \gamma = 0.64$$

$$\Omega / \gamma = 2$$



С ростом интенсивности число пиков растет.

Достигнутые результаты:

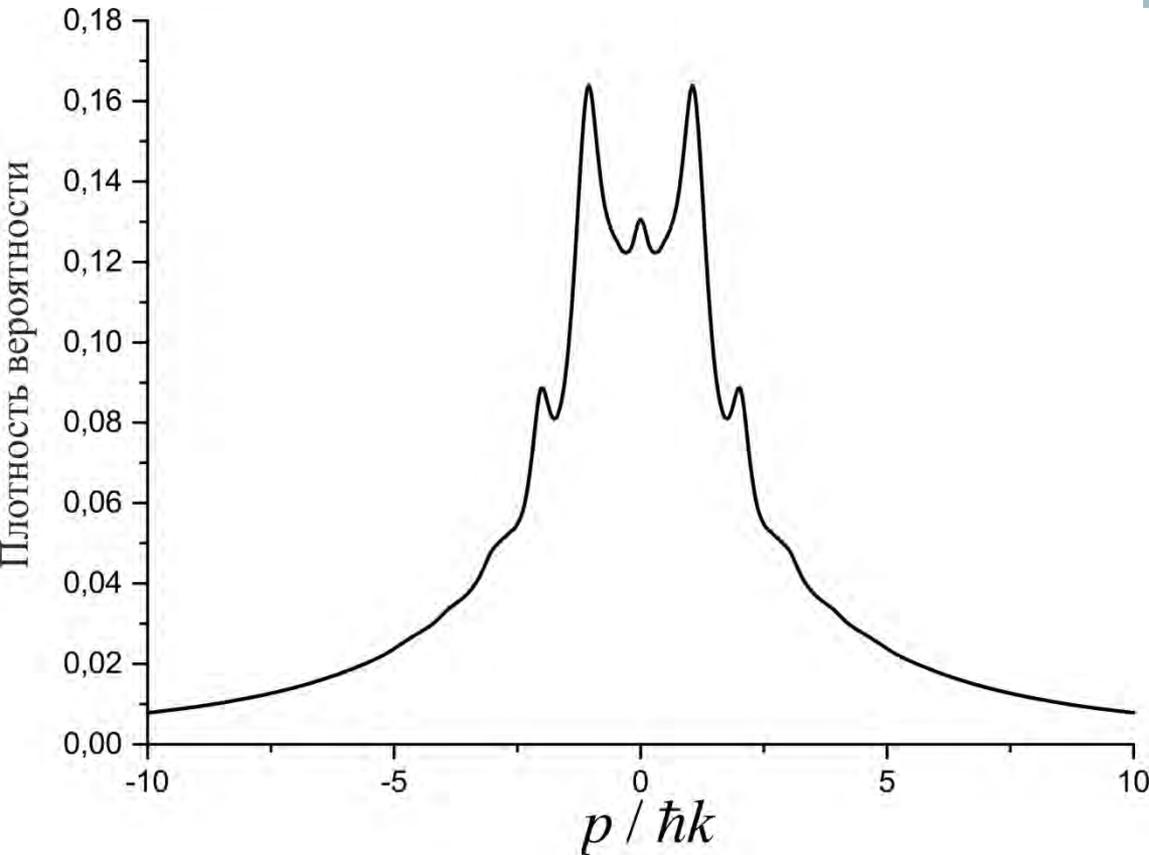
- При лазерном охлаждении атомов стронция на интеркомбинационном переходе обнаружены бимодальные распределения. Проведено исследование температуры и процента атомов в холодной и горячей фракции охлаждаемых атомов.
- Обнаружено, что температура холодной фракции атомов может быть ниже $\hbar\gamma$
- Обнаружено, что доля холодной фракции может достигать 60%
- Исследовано селективное по скорости когерентное пленение населенностей для квантовых режимов. Ширина импульсных распределений атомов захваченных в VSCPT составляет меньше импульса одного фотона.

Дальнейшие планы:

- Проверить “гауссовость” получаемых распределений, в квантовых режимах крылья импульсных распределений могут затухать медленнее (степенная зависимость, например, аппроксимация лоренцианами).
- Исследовать лазерное охлаждения интеркомбинационных переходов (Mg, Yb, Hg, etc), провести сравнение особенностей и характеристик бимодальных распределений.
- Исследовать время охлаждения и динамику формирования бимодального распределения.
- Найти оптимальные режимы охлаждения атомов на слабых переходах.

Спасибо за внимание

Охлаждение стронция на слабом переходе



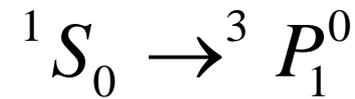
Параметры задачи

$$\delta / \gamma = -1$$

$$\Omega / \gamma = 1.6$$

$$w_r / \gamma = 0.64$$

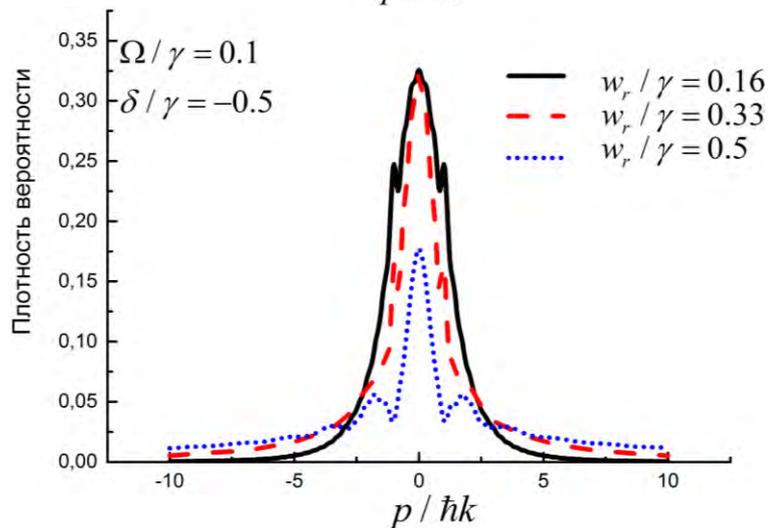
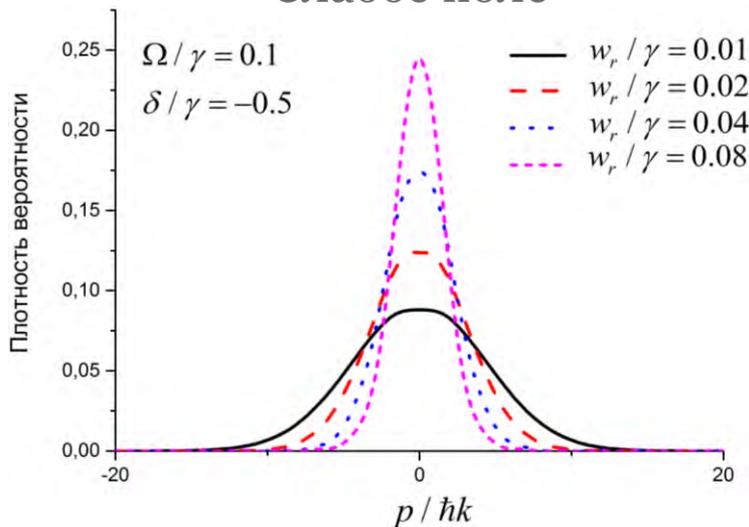
Интеркомбинационный переход



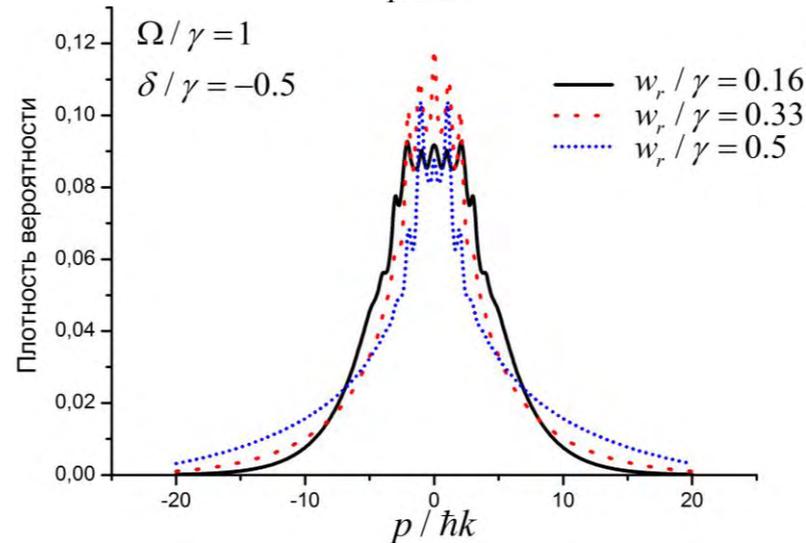
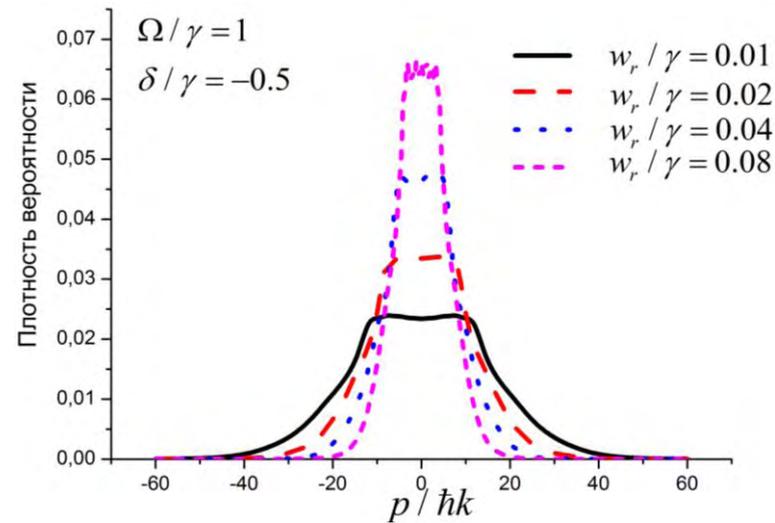
Импульсное распределение содержит узкие пики расположенные на значениях импульса $\pm \hbar k$, заметно ухудшающие точность аппроксимации.

Импульсные распределения атомов

Слабое поле



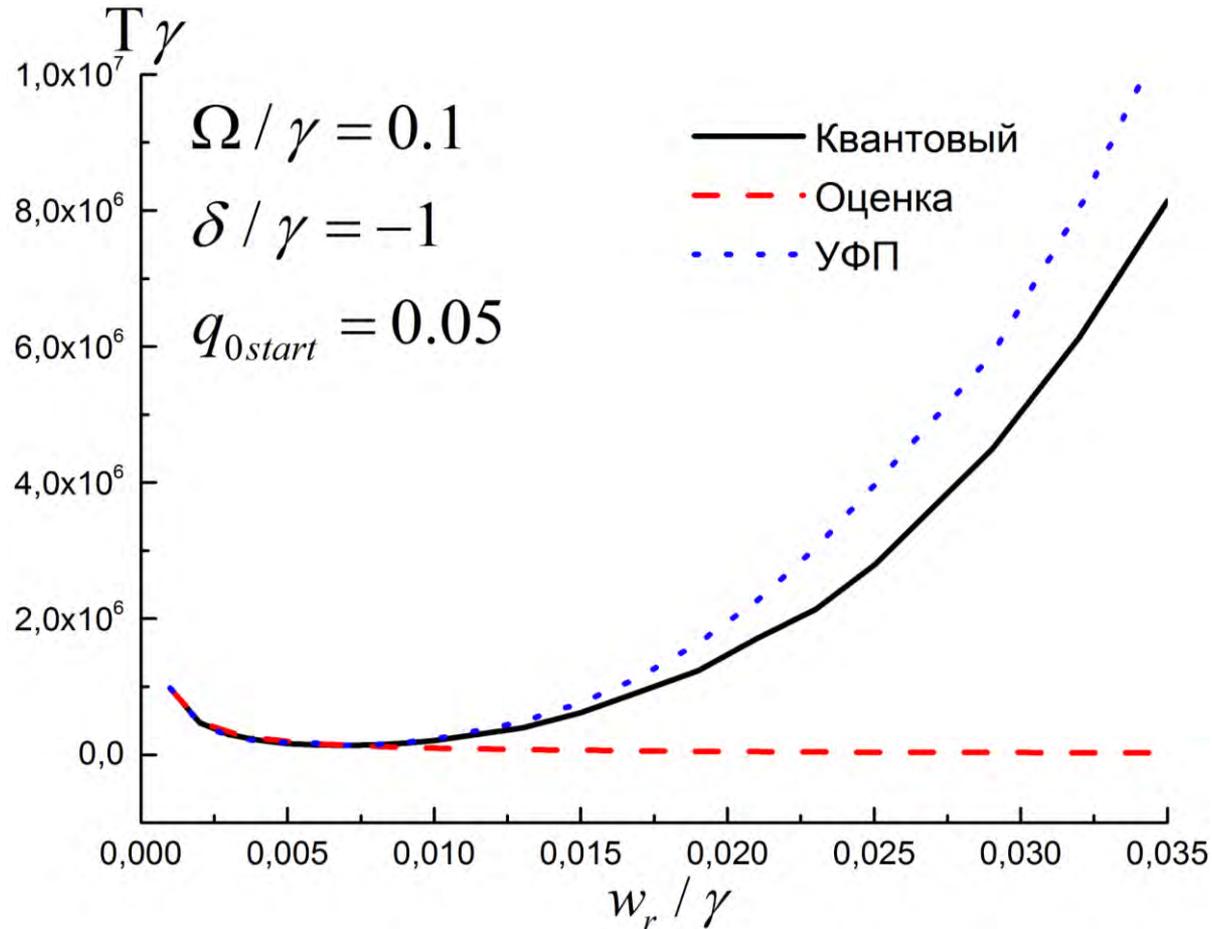
Сильное поле



В квантовых режимах распределения имеют существенно не гауссовую форму, кроме того, проявляются узкие структуры порядка импульса одного фотона.

Динамика лазерного охлаждения:

Зависимость от величины частоты отдачи



Оценка на основе приближения медленных атомов дает некорректную зависимость времени от величины частоты отдачи.

Точный квантовый подход и квазиклассическое приближение дают близкий результат на малых значениях параметра, но отличие, как и можно было ожидать, растет с увеличением отдачи. Время рассчитанное квантовым методом оказывается меньше.

Метод статистического анализа

динамики охлаждения:

$L\{\rho(t)\} = \frac{\partial}{\partial t} \rho(t) \quad \text{Tr}[\rho(t)] = 1$ Имеет решение в виде матричной экспоненты, расчёт которой крайне ресурсоёмкая задача $\vec{\rho} = e^{-L t} \vec{\rho}(0)$

Представим матрицу плотности как сумму двух частей, уже известной нам стационарной и неизвестной зависящей от времени

$$\rho(t) = \rho_{st} + \rho_{din}(t) \quad L\{\rho_{st}\} = 0 \quad \text{Tr}[\rho_{st}] = 1 \quad \rho_{din}(+\infty) = 0 \quad \text{Tr}[\rho_{din}(t)] = 0$$

Проинтегрировав уравнение по времени можно получить немного более сложное уравнение на матрицу временных характеристик, которая содержит различную информацию о времени установления стационарного распределения. Данную систему уравнений так же можно решать методом цепных дробей

$$L\{\rho_{din}(t)\} = \frac{\partial}{\partial t} \rho_{din}(t) \quad \boxed{L\{\hat{\tau}\} = \rho_{st} - \rho(0)} \quad \hat{\tau} = \int_0^{+\infty} \rho_{din}(t) dt \quad \text{Tr}[\hat{\tau}] = 0$$

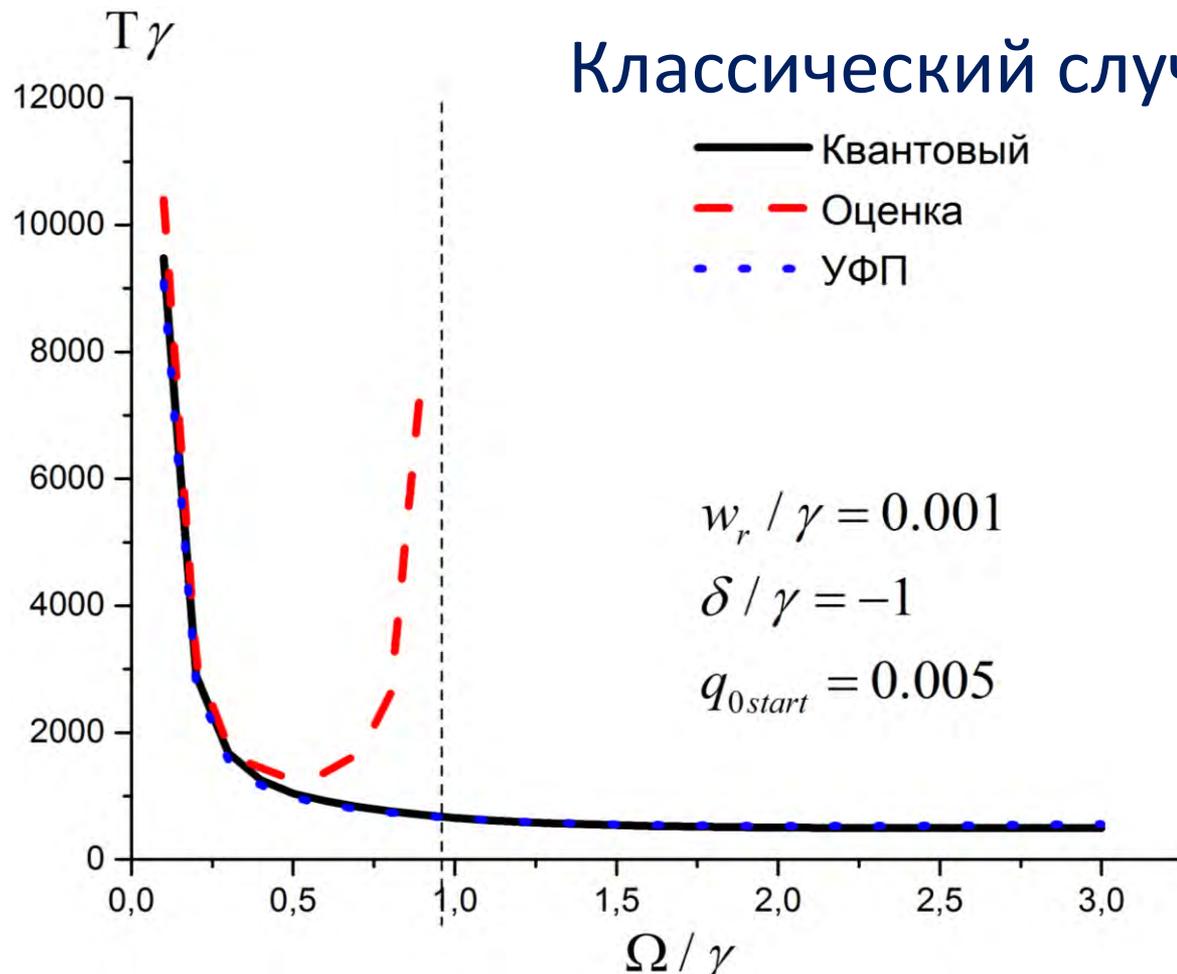
В частности, время установления средней кинетической энергии:

$$T = \frac{\text{Tr}\{\rho^2 \hat{\tau}\}}{\text{Tr}\{\rho^2 \rho(0)\} - \text{Tr}\{\rho^2 \rho_{st}\}}$$

Динамика лазерного охлаждения:

Зависимость от величины частоты Раби

Классический случай



$$T = \frac{1}{-2\alpha}$$

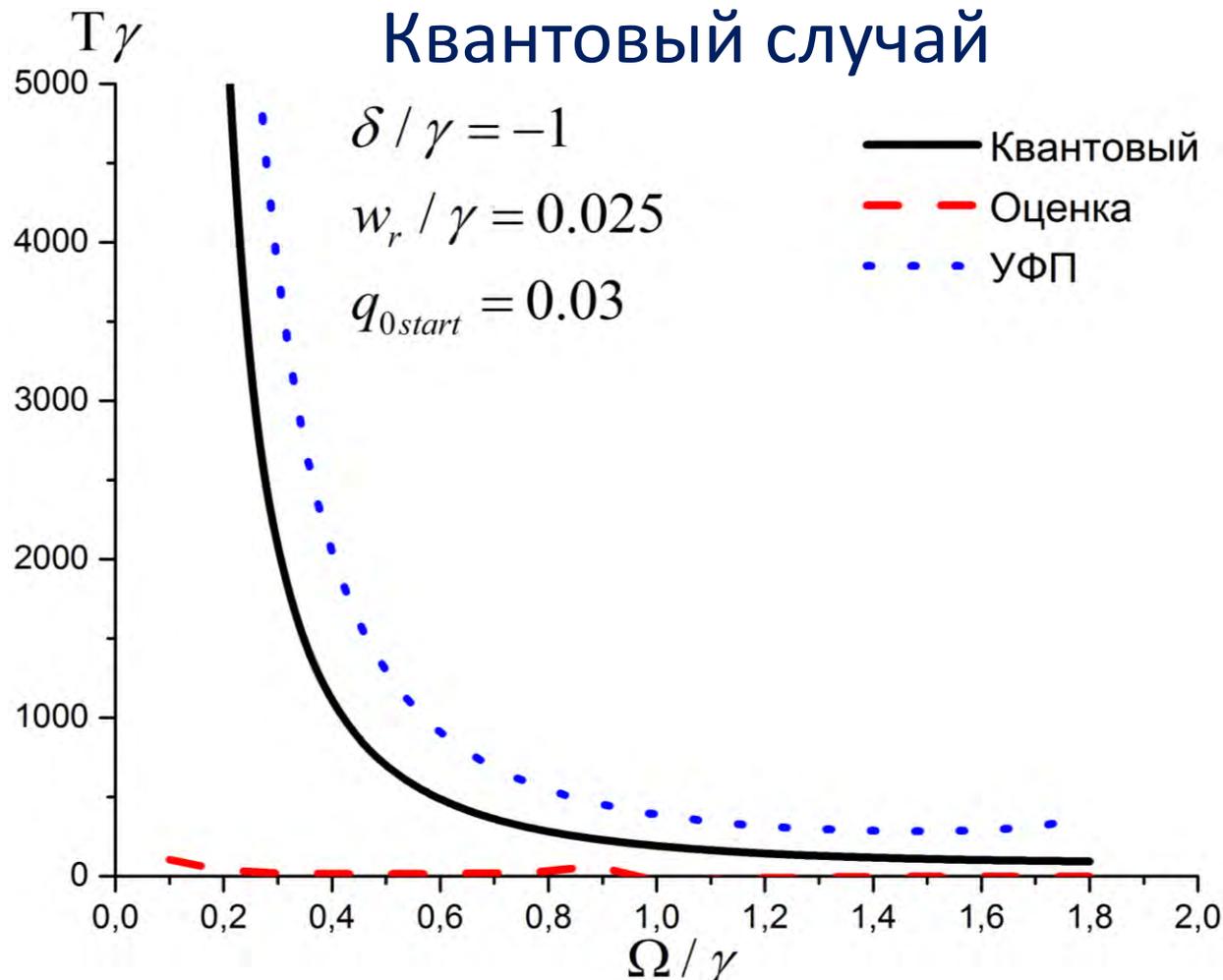
Простая оценка на основе приближения медленных атомов через коэффициент трения.

Квантовый подход с полным учетом эффектов отдачи и квазиклассическое приближение, как и ожидалось, дают близкий результат.

Оценка для медленных атомов с ростом частоты Раби начинает давать заведомо некорректные результаты, что связано с тем, что для двухуровневого атома сила трения меняет знак. Наблюдается эффект насыщения скорости охлаждения с ростом частоты Раби.

Динамика лазерного охлаждения:

Зависимость от величины частоты Раби

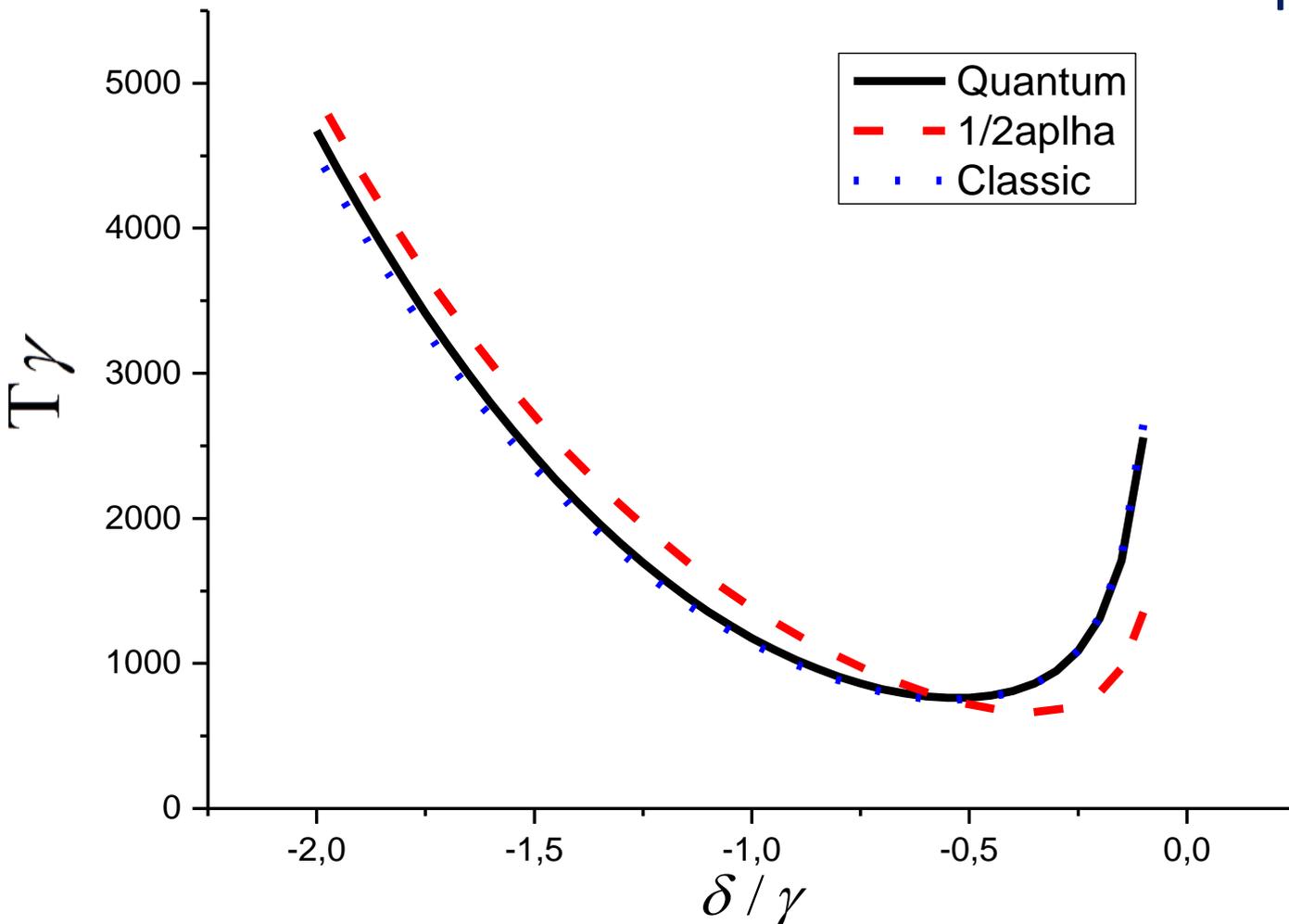


Результаты точного квантового подхода и квазиклассического приближения. Особо заметно отличие в области слабых полей.

Оценка для медленных атомов совершенно некорректна.

Динамика лазерного охлаждения:

Зависимость от величины отстройки



Параметры задачи:

$$\Omega / \gamma = 0.4$$

$$w_r / \gamma = 0.001$$

$$q_{0start} = 0.005$$

Результаты квантового подхода с полным учетом эффекта отдачи и подхода на основе уравнения Фоккера-Планка очень близки.

Особенно интересным является наличие оптимальной, с точки зрения времени охлаждения, отстройки светового поля.

Благодарю:

Научного руководителя В.И. Юдина

Старших товарищей, коллег и наставников А.В. Тайченачева,
Д.В. Бражникова, О.Н. Прудникова, М.Ю. Басалаева

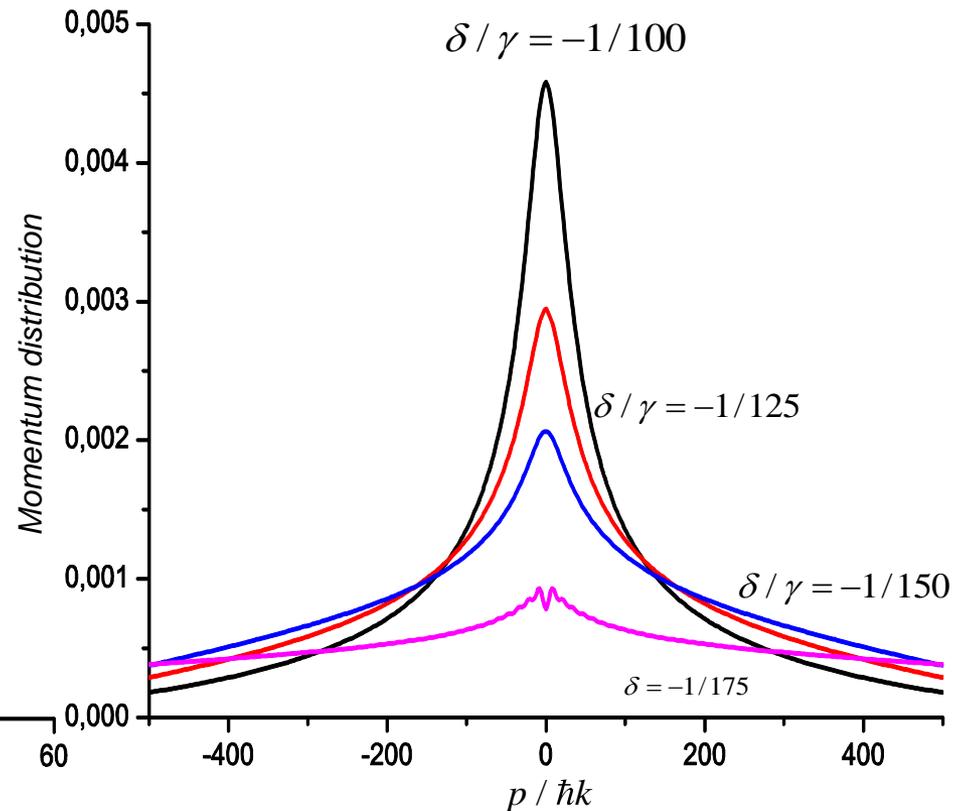
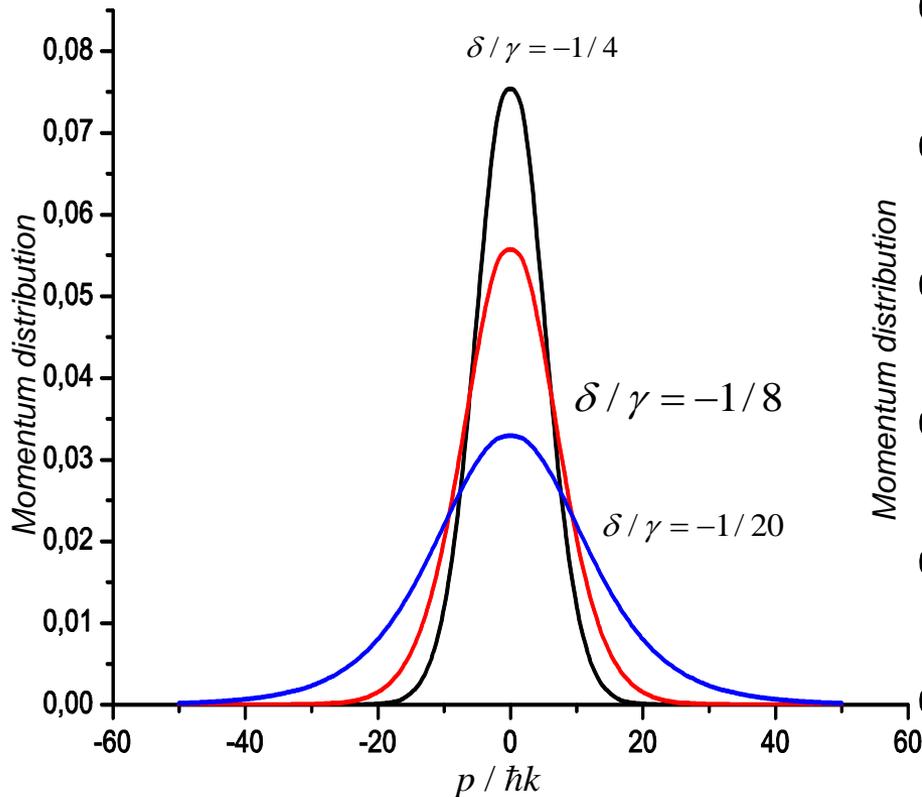
Коллектив института Лазерной Физики и НГУ

Совет по грантам Президента Российской Федерации

Влияние отстройки: Разрушение стационара

$$\Omega / \gamma = 0.1$$

$$w_r / \gamma = 0.01$$

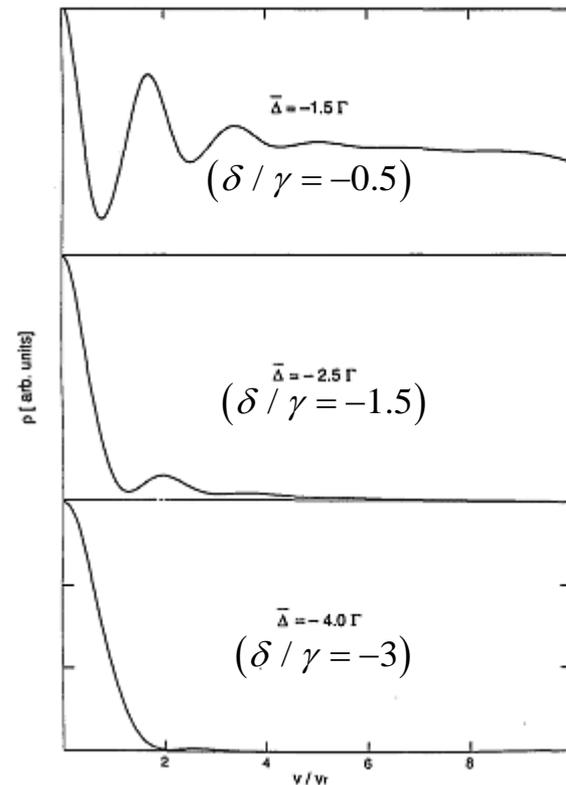
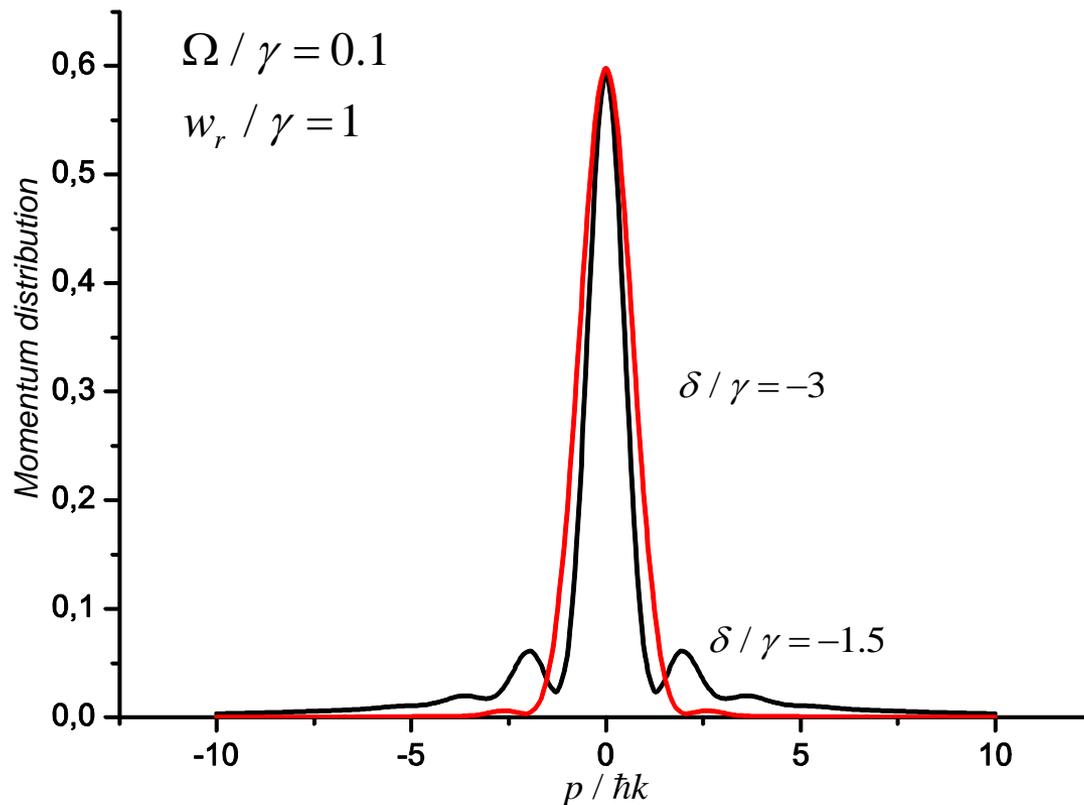


С уменьшением отстройки охлаждение ослабляется и форма импульсного распределения искажается: все большая часть атомов приходится на широкие крылья распределения. Кроме того, появляются нестационарные осцилляции.

Сравнение результатов(IV):

Wigner-function approach to laser cooling in recoil limit

S.M. Yoo and J.Javanainen, J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 8 №6 June 1991

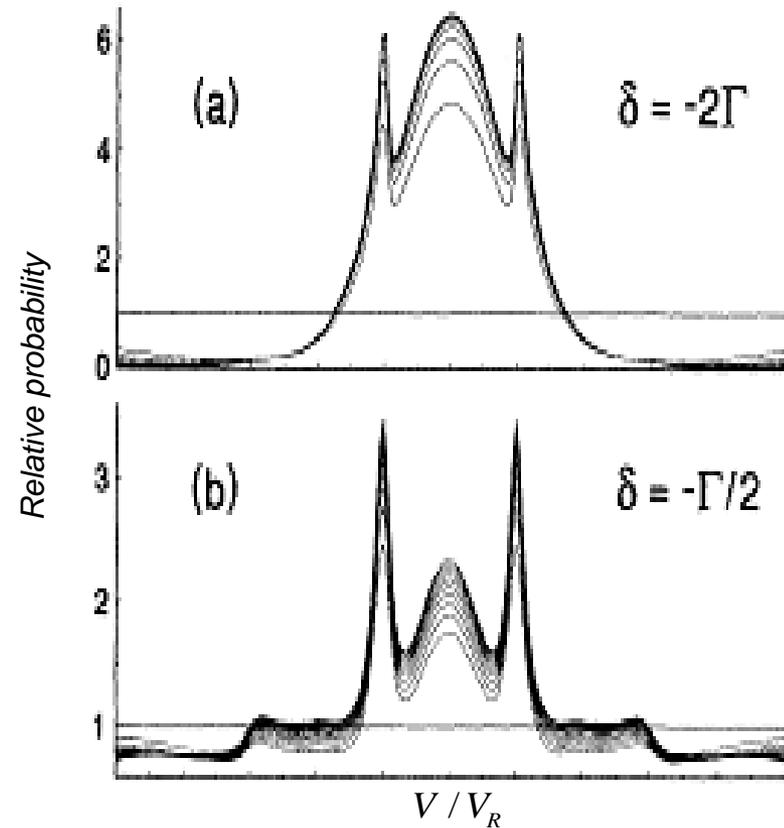
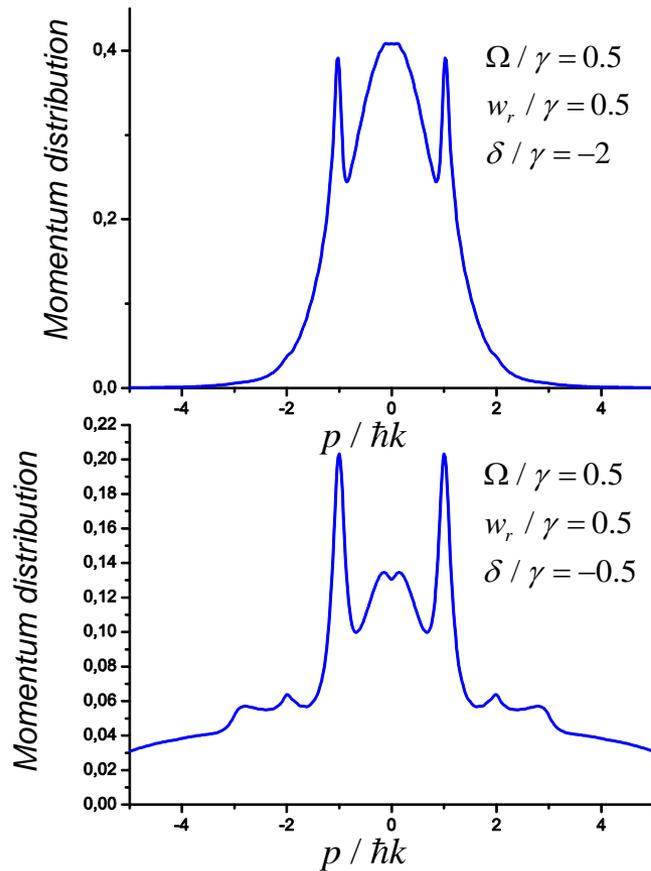


В статье не рассматривается влияние пространственных гармоник.
При малой отстройке оба метода дают нефизическое решение.

Сравнение результатов(II):

Quantum dynamics and cooling of atoms in one-dimensional standing wave laser fields: Anomalous effects in Doppler cooling

M.R. Doery, E.J.D. Vredenburg, T. Bergeman, Physical Review A Vol.51 №6 June 1995



Имеется явное сходство форм распределений. Сравнение численных результатов затруднено ввиду отсутствия у авторов нормировки.

$$\gamma = \frac{\omega^3}{3\pi\hbar c^3} \frac{d_{mn}^2}{\epsilon_0}$$

$$\omega = 1000 - 100 \text{ ТГц}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ м/с}$$

$d_{mn} \approx e r_b$ дипольный момент (для разрешенных переходов)

$$r_b = 5.2 \times 10^{-11} \text{ м}$$

$$e = 1.60217662 \times 10^{-19} \text{ Кулона}$$

$$\lambda = 100 - 1000 \text{ нм}$$

$\Omega = dE_0 / \hbar$ – Частота Раби

Оценка

$$\Omega / \gamma = 1$$

$$\Omega = 10 \text{ МГц}$$

$$E_0 = \hbar \Omega / d = \frac{1 \times 10^{-34} (\text{Дж} \times \text{с}) \times 10^7 (\text{Гц})}{1.6 \times 10^{-19} (\text{Кулон}) \times 5 \times 10^{-11} (\text{м})}$$

$$= 1.25 \text{ В/см}$$

Скорости

$$v_T = \sqrt{\frac{3k_b T}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times 1.3 \times 10^{-23} \text{ (Дж/К)} \times 300 \text{ (К)}}{2 \times 15 \times 1.6 \times 10^{-27} \text{ (кг)}}} = 500 \text{ м/с}$$

Доплеровский предел

$$T_D = \frac{\hbar \gamma}{2k_b}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{3 \times 10^{-34} \text{ (Дж/с)} \times 10^7 \text{ (Гц)}}{4 \times 15 \times 1.6 \times 10^{-27} \text{ (кг)}}} = 0.17 \text{ м/с}$$

Предел отдачи

$$T_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2mk_b}$$

$$v_R = \sqrt{\frac{3 \hbar^2 k^2}{2 m^2}} = \frac{\hbar k}{m} \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{1 \times 10^{-34} \times (10^{15} / 3 \times 10^8)}{2 \times 15 \times 1.6 \times 10^{-27} \text{ (кг)}} \sqrt{\frac{3}{2}} = 0.8 \text{ см/с}$$

Cooling Atoms with Stimulated Emission

A. Aspect, J. Dalibard, A. Heidmann, C. Salomon, and C. Cohen-Tannoudji

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure et Collège de France,

F-75231 Paris Cedex 05, France

(Received 30 July 1986)

We have observed an efficient collimation of a cesium atomic beam crossing at right angles an intense laser standing wave. This new cooling scheme is mainly based on a stimulated redistribution of photons between the two counterpropagating waves by the moving atoms. By contrast with usual radiation pressure cooling, this "stimulated molasses" works for blue detuning and does not saturate at high intensity.

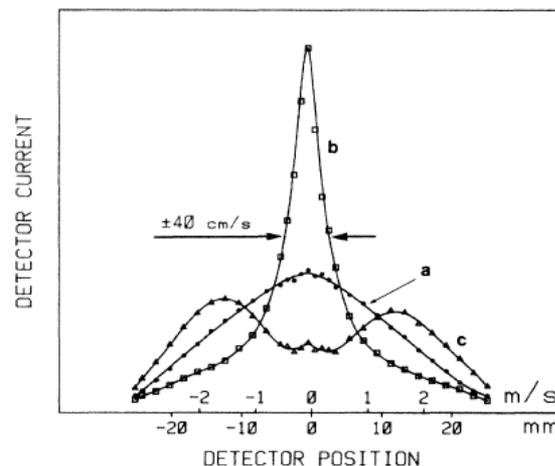
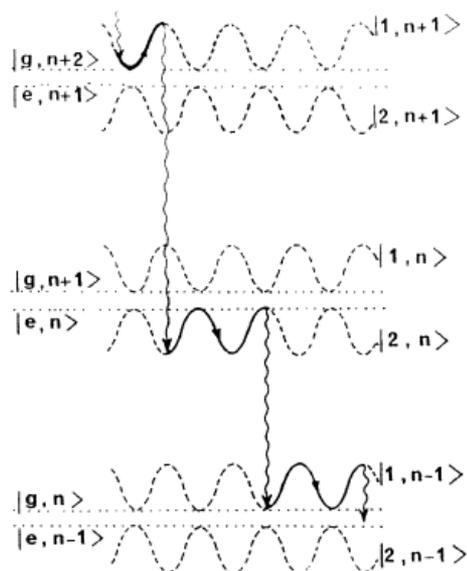
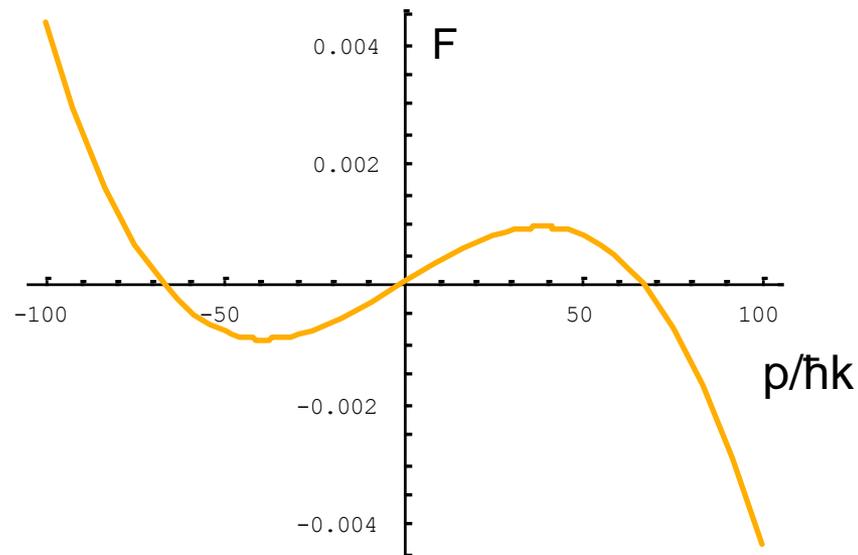


FIG. 3. Detector current vs position of the hot-wire detector. The corresponding transverse atomic velocities are given in m/s. Peak current is 2.2×10^9 atoms/s. The full lines are intended merely as visual aids. Curve *a*, laser beam off (HWHM 2 m/s); curve *b*, laser beam on with a positive detuning ($\delta/2\pi = +30$ MHz); curve *c*, laser beam on with a negative detuning ($\delta/2\pi = -30$ MHz).

Качественное объяснение двугорбого распределения по скоростям

- Для медленных атомов в сильном поле доминирует сизифовский механизм, который для 2-уровневого атома и отрицательной отстройки является разогревающим (отрицательное трение).
- Быстрые атомы почти не чувствуют пространственных модуляций потенциала – для них основной эффект доплеровское охлаждение.
- В результате средняя по периоду сила светового давления имеет вид:



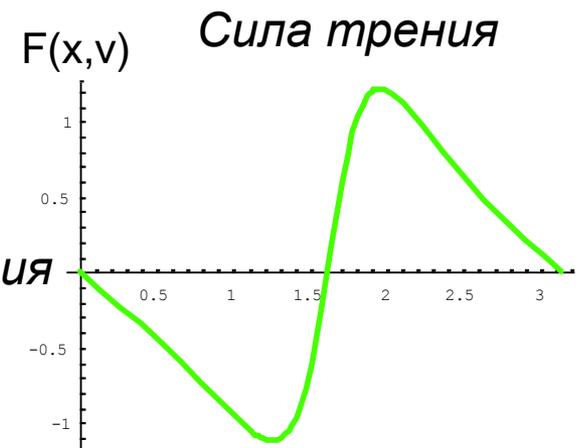
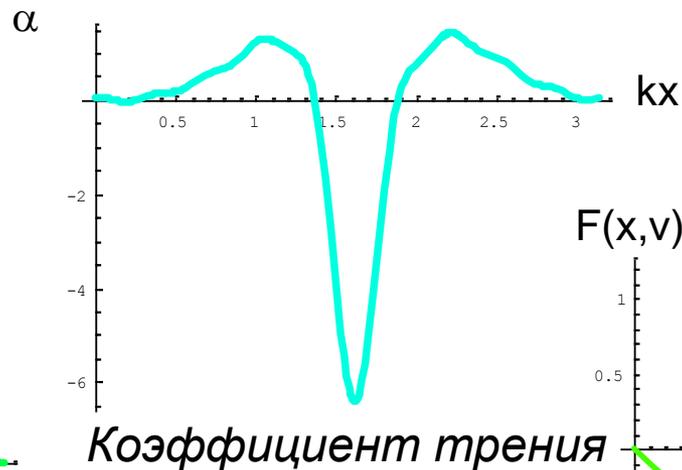
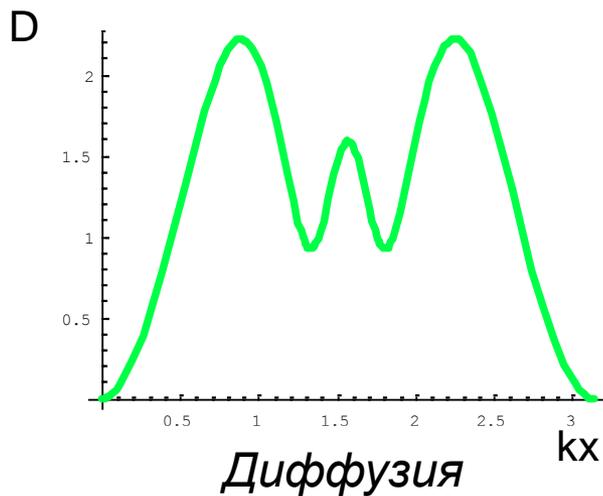
Обнаружено:

- Необходимых ингредиентов аномальной локализации оказалось два:

1) Достаточно ярко выраженное двугорбое распределение по импульсам.

2) Оптический потенциал.

- Неоднородность трения и диффузии не играют критической роли.



Приближенная теория слабой локализации на базе квазиклассического УФП

$$(p/M)\partial_x w(x, p) = \{-\partial_p F(x, p) + \partial_p^2 D(x, p)\} w(x, p);$$

$$F(x, p) = \sum_n f^{(n)}(p) \exp(i2n kx);$$

$$D(x, p) = \sum_n d^{(n)}(p) \exp(i2n kx);$$

$$w(x, p) = \sum_n w^{(n)}(p) \exp(i2n kx).$$

$$\{-\partial_p f^{(0)}(p) + \partial_p^2 d^{(0)}(p)\} w^{(0)}(p) + \{-\partial_p f^{(1)}(p) + \partial_p^2 d^{(1)}(p)\} w^{(-1)}(p) + \{-\partial_p f^{(-1)}(p) + \partial_p^2 d^{(-1)}(p)\} w^{(1)}(p) = 0;$$

$$(p/M)(2ik)w^{(1)}(p) = \{-\partial_p f^{(0)}(p) + \partial_p^2 d^{(0)}(p)\} w^{(1)}(p) + \{-\partial_p f^{(1)}(p) + \partial_p^2 d^{(1)}(p)\} w^{(0)}(p);$$

$$(p/M)(-2ik)w^{(-1)}(p) = \{-\partial_p f^{(0)}(p) + \partial_p^2 d^{(0)}(p)\} w^{(-1)}(p) + \{-\partial_p f^{(-1)}(p) + \partial_p^2 d^{(-1)}(p)\} w^{(0)}(p);$$

$$\int w^{(0)}(p) dp = 1.$$

$$n(x) = \int w(x, p) dp.$$

Планы дальнейших исследований:

- Подробное исследование динамики охлаждения в широком диапазоне параметров.
- Расширение метода квантового расчёта на случай реального атомного перехода, уровни которого вырождены по проекции углового момента. Это даст возможность исследования влияния поляризации световых волн на распределения атомов вне квазиклассических рамок.

Исследование стационарных распределений атомов

- Полученные результаты удобно сгруппировать в зависимости от того, какой параметр исследовался в той или иной серии численных расчетов.
- 1) Исследуются импульсные распределения атомов при различных параметрах задачи: отстройки лазерного излучения от атомного резонанса, частоты отдачи и частоты Раби.
- 2) Дается сравнение результатов полученных различными методами.
- 3) Проводится сравнение пространственных распределений атомов. объясняется новый эффект аномальной локализации.

Метод статистического анализа

динамики охлаждения:

Решение квантового кинетического уравнения : $\frac{\partial}{\partial t} \vec{\rho} + L^{(n)} \vec{\rho} = 0$

Имеет вид матричной экспоненты: $\vec{\rho} = \exp(-L^{(n)} t) \vec{\rho}(0)$

чей расчет представляет собой крайне ресурсоемкую задачу.

$\vec{\rho}(0)$ - начальное распределение атомов

Воспользуемся статистическим анализом динамических систем.

Рассмотрим матрицу плотности как сумму двух составляющих

$$\vec{\rho} = \vec{\rho}_{st} + \vec{\rho}_{din}$$

Стационарная часть $\vec{\rho}_{st}$ – решение стационарной задачи: $L^{(n)} \vec{\rho} = 0$

Динамическая добавка $\vec{\rho}_{din} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$

Проинтегрировав квантовое кинетическое уравнение получим:

$$L^{(n)} \vec{\tau} = \vec{\rho}(0) - \vec{\rho}_{st} \quad \vec{\tau} = \int_0^\infty \vec{\rho}_{din} dt$$

$\vec{\tau}$ - матрица, записанная в векторной форме и содержащая в себе информацию о динамических характеристиках переходного процесса.

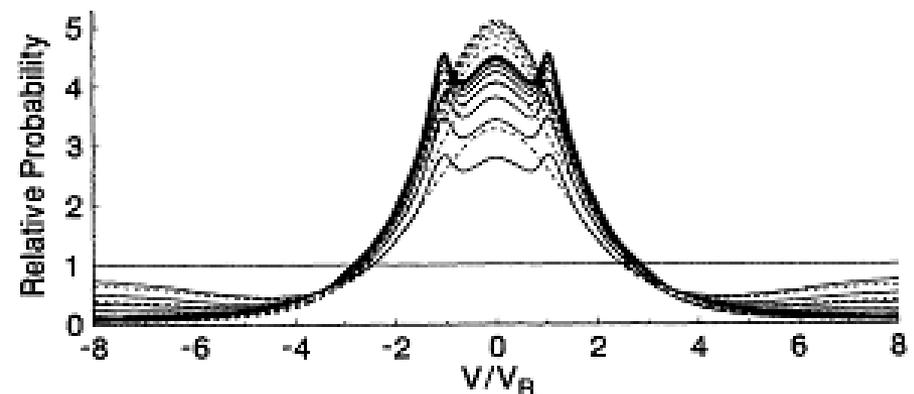
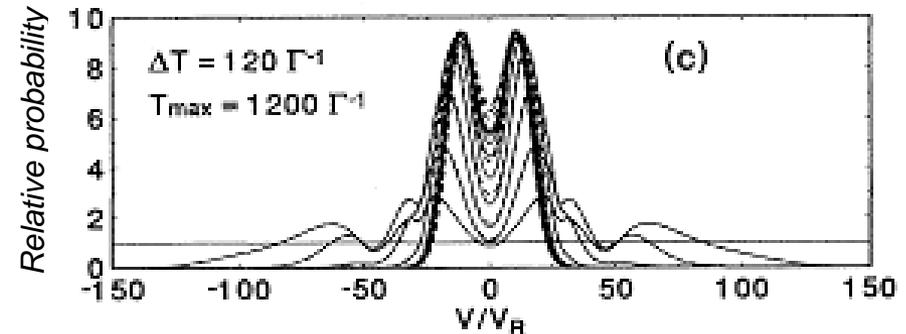
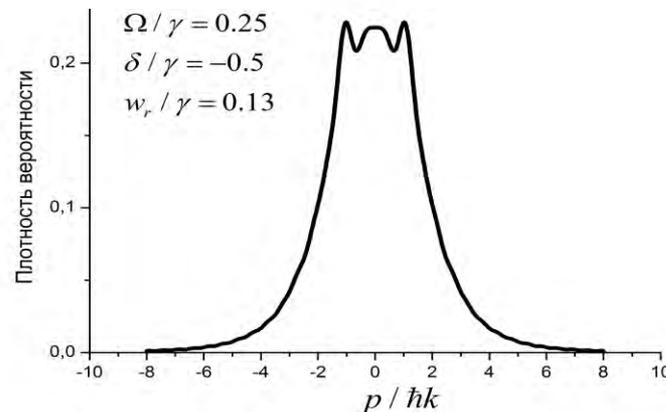
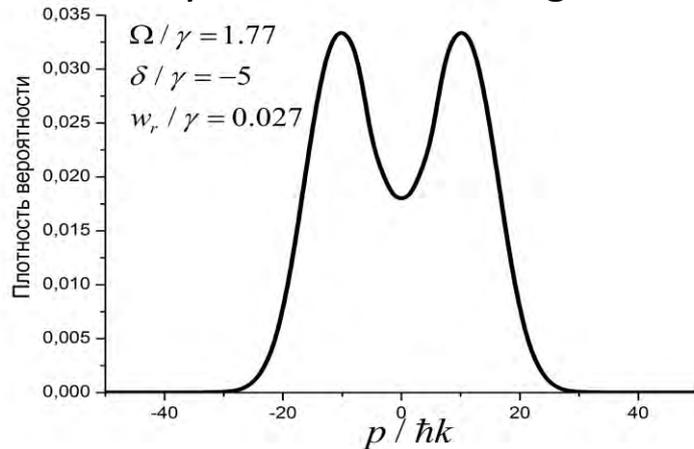
Полученное уравнение решается методом цепных дробей с разложением матрицы плотности в ряд Фурье, поиском рекуррентных соотношений, подобных уже найденным.

$$\text{Условие нормировки } Tr \left\{ \vec{\tau}^{(0)} (q=0) \right\} = 0$$

Сравнение результатов(I):

Quantum dynamics and cooling of atoms in one-dimensional standing wave laser fields: Anomalous effects in Doppler cooling

M.R. Doery, E.J.D. Vredembregt, T. Bergeman, Physical Review A Vol.51 №6 June 1995

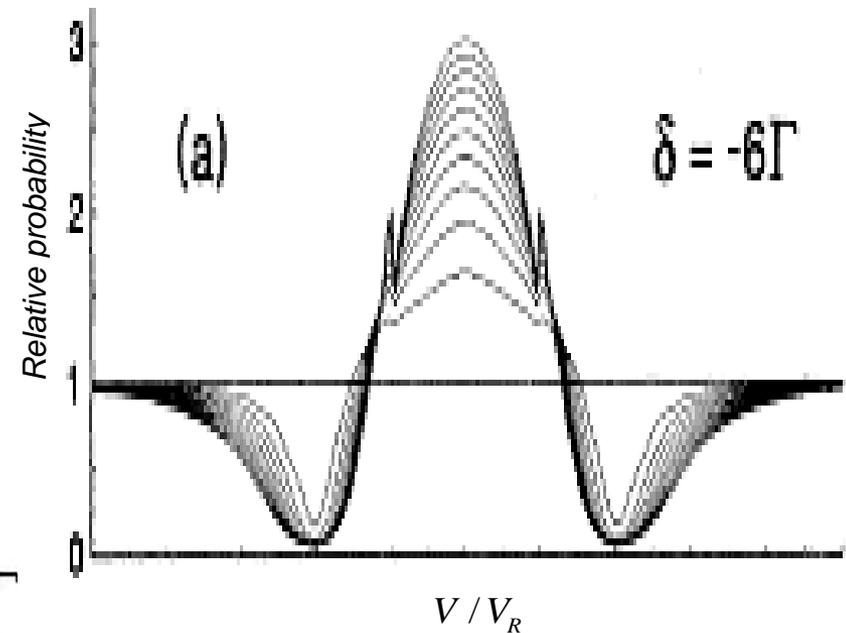
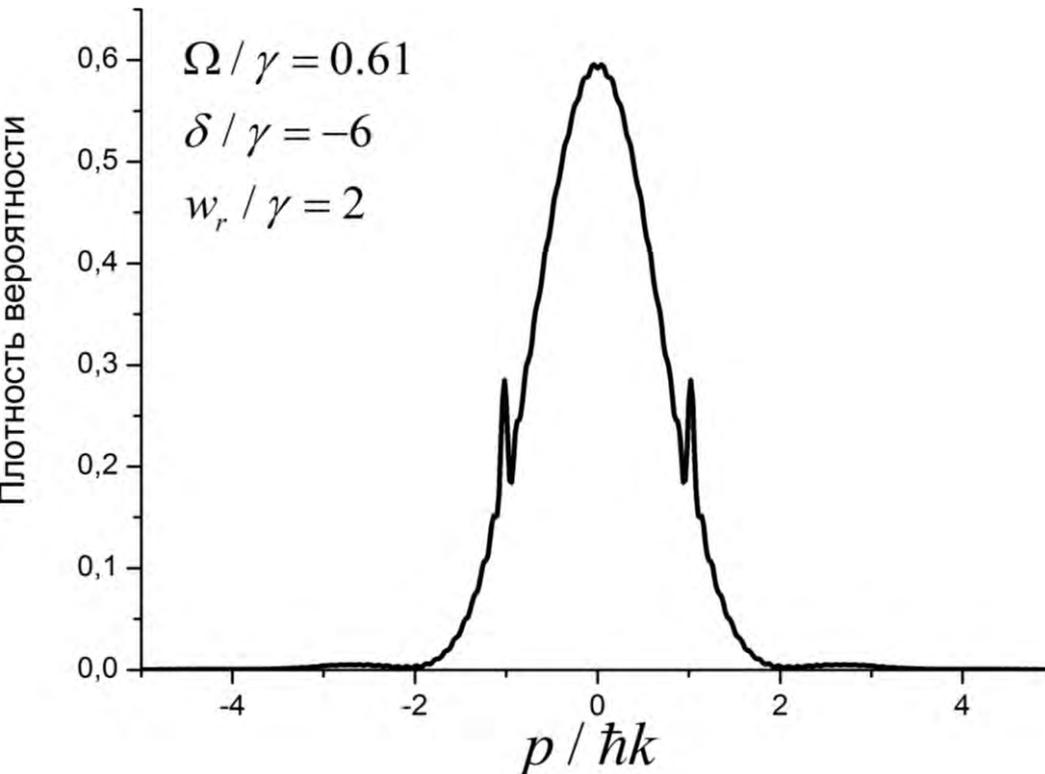


В статье применялось секулярное приближение и решалась динамическая задача. Параметры взяты из статьи и пересчитаны. Сравнение численных результатов затруднено ввиду отсутствия у авторов нормировки.

Сравнение результатов(II):

Quantum dynamics and cooling of atoms in one-dimensional standing wave laser fields: Anomalous effects in Doppler cooling

M.R. Doery, E.J.D. Vredenburg, T. Bergeman, Physical Review A Vol.51 №6 June 1995

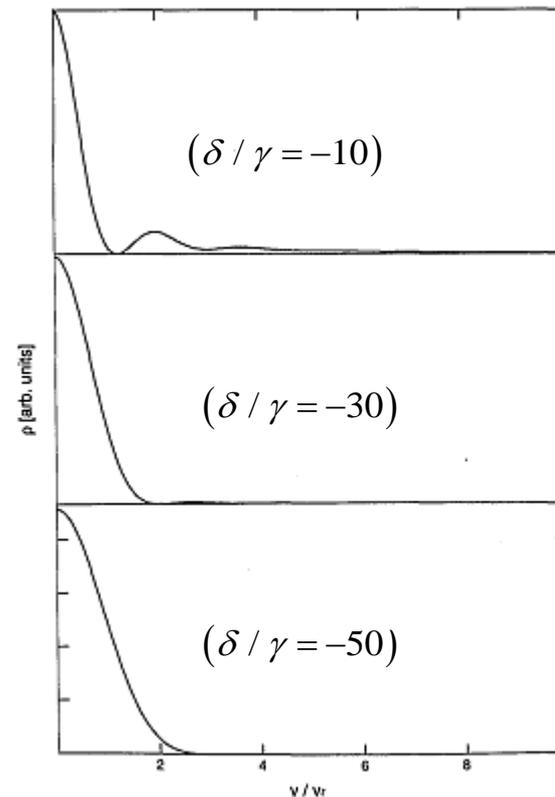
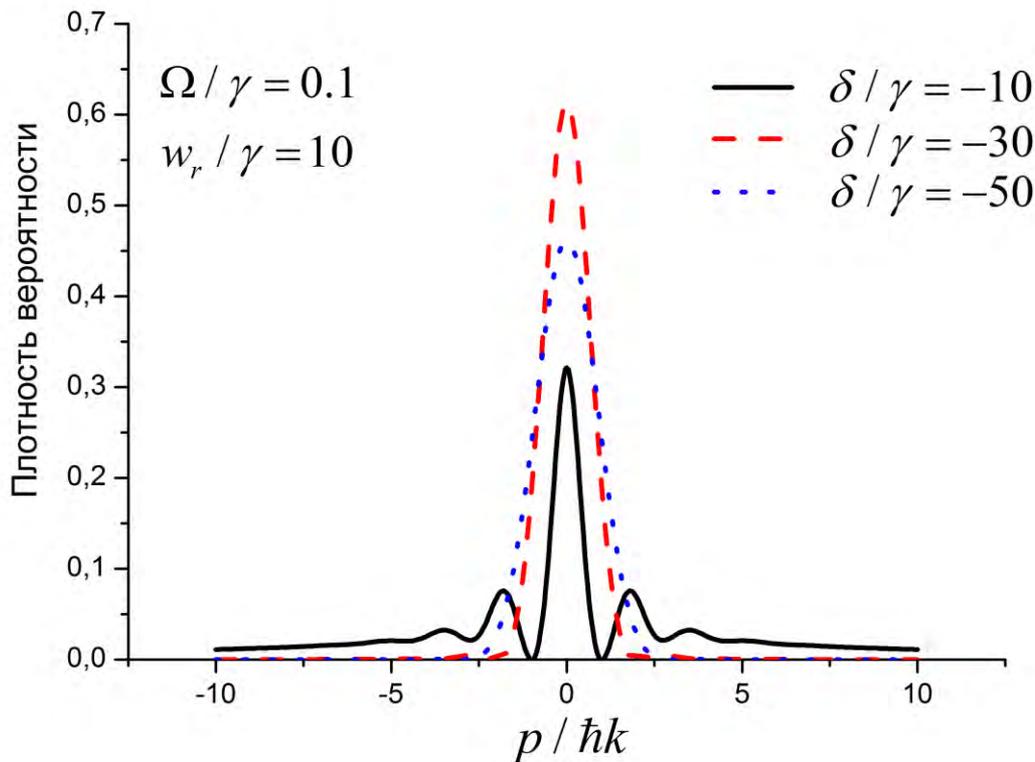


При большой отстройке квантовый метод показывает значительно более точный результат. Секулярное приближение дает не физический результат.

Сравнение результатов(III):

Wigner-function approach to laser cooling in recoil limit

S.M. Yoo and J.Javanainen, J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 8 №6 June 1991



В статье не рассматривается влияние пространственных гармоник. В режиме большой отстройки и частот отдачи имеется качественное согласование, но квантовый расчёт при меньшей отстройке дает заметно большие крылья импульсного распределения.