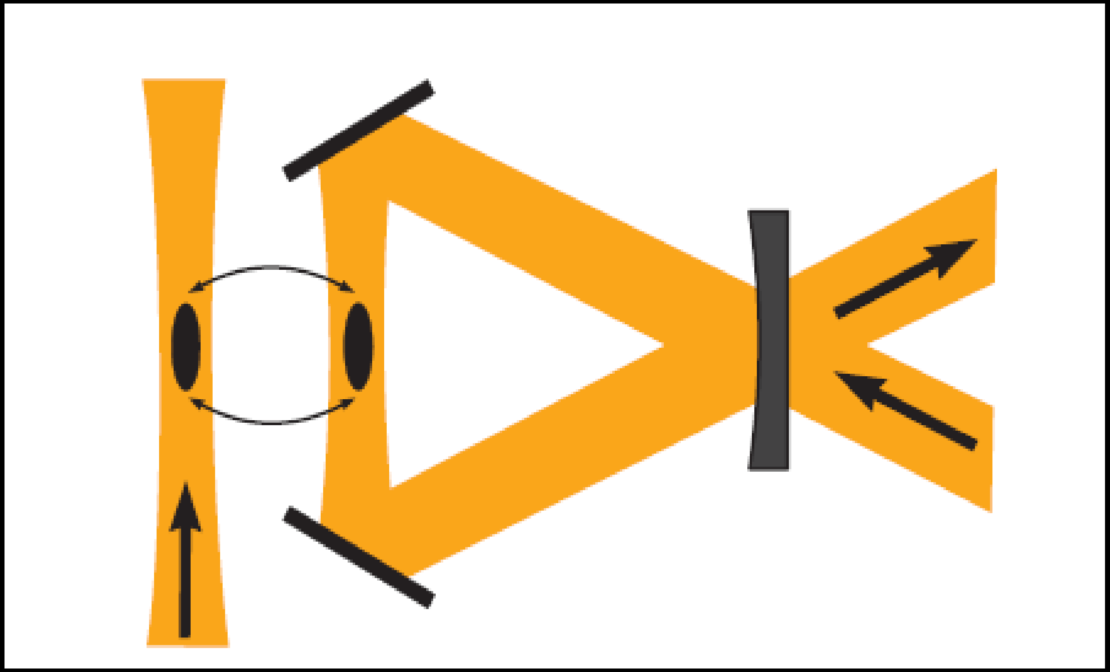
Квантовая специфика оптической ловушки, образованной модой резонатора

Л.В. Ильичёв, П.Л. Чаповский

Институт автоматики и электрометрии СО РАН
Новосибирский государственный университет

«Физика ультрахолодных атомов 2016»



Атомы в перетяжке моды кольцевого резонатора

$$\hat{H}_{at} = \int \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r})\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle_{\mathbf{r}} + \hbar\hat{a}^{\dagger}\hat{a}\,U(\mathbf{r})\right)\hat{\psi}(\mathbf{r})d^3r$$

атомы в поле квантованной световой моды

$$\hat{H}_{at} = \int \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})\Big(-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle_{\mathbf{r}} + \hbar \hat{a}^\dagger \hat{a}\, U(\mathbf{r})\Big)\hat{\psi}(\mathbf{r}) d^3 r$$

атомы в поле квантованной световой моды

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}) = \sum_k \phi_k(\mathbf{r})\hat{b}_k.$$

атомарный оператор,
разложенный по колебательным модам

$$\hat{H}_{at} = \int \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle_{\mathbf{r}} + \hbar \hat{a}^\dagger \hat{a}\, U(\mathbf{r})\right)\hat{\psi}(\mathbf{r}) d^3 r$$

атомы в поле квантованной световой моды

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}) = \sum_k \phi_k(\mathbf{r})\hat{b}_k.$$

атомарный оператор,
разложенный по колебательным модам

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle_{\mathbf{r}}\phi_k(\mathbf{r}) + \hbar\,\overline{n}_{ph} U(\mathbf{r})\phi_k(\mathbf{r}) = E_k\phi_k(\mathbf{r}),$$

конфигурации колебательных мод
и уровни ищутся при некотором
среднем числе фотонов в резонаторе

Гамильтониан атомов в терминах колебательных мод

$$\hat{H}_{at} = \hat{H}_{at}^{(0)} + \hbar\, \hat{a}^{\dagger} \hat{a} \sum_{k,l} U_{kl} \hat{b}_k^{\dagger} \hat{b}_l,$$

Гамильтониан атомов в терминах колебательных мод

$$\hat{H}_{at} = \hat{H}_{at}^{(0)} + \hbar\,\hat{a}^\dagger\hat{a}\sum_{k,l} U_{kl}\hat{b}_k^\dagger\hat{b}_l,$$

Здесь

$$U_{kl} = \int \phi_k^*(\mathbf{r})U(\mathbf{r})\phi_l(\mathbf{r})d^3r$$

Гамильтониан атомов в терминах колебательных мод

$$\hat{H}_{at} = \hat{H}_{at}^{(0)} + \hbar\,\hat{a}^{\dagger}\hat{a}\sum_{k,l} U_{kl}\hat{b}_k^{\dagger}\hat{b}_l,$$

Здесь

$$U_{kl} = \int \phi_k^*(\mathbf{r})U(\mathbf{r})\phi_l(\mathbf{r})d^3r$$

$$\hat{H}_{at}^{(0)} = \sum_{k,l}(E_k\delta_{k,l} - \hbar\,\overline{n}_{ph}U_{kl})\hat{b}_k^{\dagger}\hat{b}_l.$$ – оператор кинетической энергии

Гамильтониан атомов в терминах колебательных мод

$$\hat{H}_{at} = \hat{H}_{at}^{(0)} + \hbar\,\hat{a}^\dagger\hat{a}\sum_{k,l} U_{kl}\hat{b}_k^\dagger\hat{b}_l,$$

Здесь

$$U_{kl} = \int \phi_k^*(\mathbf{r})U(\mathbf{r})\phi_l(\mathbf{r})d^3r$$

$$\hat{H}_{at}^{(0)} = \sum_{k,l}(E_k\delta_{k,l} - \hbar\,\overline{n}_{ph}U_{kl})\hat{b}_k^\dagger\hat{b}_l.$$ – оператор кинетической энергии

$$\sum_{k,l} U_{kl}\hat{b}_k^\dagger\hat{b}_l = \sum_k u_k\hat{B}_k^\dagger\hat{B}_k,$$ – диагонализация потенциальной энергии в терминах «больших» мод

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_{at}^{(0)}, \hat{\varrho}] + \Lambda_{ph}^{(1)}[\hat{\varrho}]$$

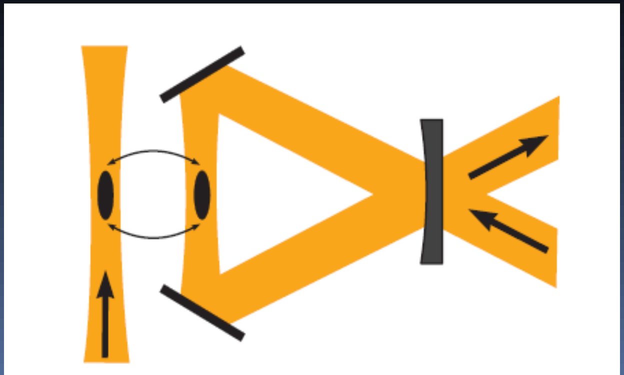
– уравнение эволюции атомов и фотонов

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho} = -\frac{\imath}{\hbar}[\hat{H}^{(0)}_{at}, \hat{\varrho}] + \Lambda^{(1)}_{ph}[\hat{\varrho}]$$

– уравнение эволюции атомов и фотонов

$$\Lambda^{(1)}_{ph}[\hat{\varrho}] =$$
$$-\imath\Delta[\hat{a}^{\dagger}\hat{a}, \hat{\varrho}] - \imath\sum_{k} u_k[\hat{a}^{\dagger}\hat{a}\hat{N}_k, \hat{\varrho}] + \Omega[\hat{a}^{\dagger} - \hat{a}, \hat{\varrho}] +$$
$$2\gamma\hat{a}\hat{\varrho}\hat{a}^{\dagger} - \gamma\hat{a}^{\dagger}\hat{a}\hat{\varrho} - \gamma\hat{\varrho}\hat{a}^{\dagger}\hat{a}.$$

лиувиллиан фотонов



Структура состояния атомов и фотонов:

$$\hat{\varrho} = \sum_{\mathbf{N},\mathbf{N}'} \rho(\mathbf{N},\mathbf{N}')|\mathbf{N}\rangle\langle\mathbf{N}'| \otimes \hat{\varrho}_{ph}(\mathbf{N},\mathbf{N}').$$

Структура состояния атомов и фотонов:

$$\hat{\varrho} = \sum_{\mathbf{N},\mathbf{N}'} \rho(\mathbf{N},\mathbf{N}')|\mathbf{N}\rangle\langle\mathbf{N}'| \otimes \hat{\varrho}_{ph}(\mathbf{N},\mathbf{N}').$$

$$\Lambda_{ph}^{(1)}[|\mathbf{N}\rangle\langle\mathbf{N}'| \otimes \hat{\varrho}_{ph}(\mathbf{N},\mathbf{N}')] =$$

$$|\mathbf{N}\rangle\langle\mathbf{N}'| \otimes \Lambda_{ph}^{(1)}(\mathbf{N},\mathbf{N}')[\hat{\varrho}_{ph}(\mathbf{N},\mathbf{N}')],$$

– важно знать действие лиувиллиана

Предполагаем быструю эволюцию фотонной подсистемы:

$$\Lambda_{ph}^{(1)}(\mathbf{N},\mathbf{N})[|\alpha(\mathbf{N})\rangle\langle\alpha(\mathbf{N})|] = 0,$$

$$\alpha(\mathbf{N}) = \frac{\Omega}{\imath(\Delta + \sum_k u_k N_k) + \gamma}.$$

Она завершается формированием обычного когерентного состояния при заданных числах атомов в «больших» модах

Предполагаем быструю эволюцию фотонной подсистемы:

$$\Lambda^{(1)}_{ph}(\mathbf{N},\mathbf{N})[|\alpha(\mathbf{N})\rangle\langle\alpha(\mathbf{N})|]=0,$$

$$\alpha(\mathbf{N})=\frac{\Omega}{\imath(\Delta+\sum_k u_k N_k)+\gamma}.$$

Она завершается формированием обычного когерентного состояния при заданных числах атомов в «больших» модах

$$\hat{\varrho}_{ph}(\mathbf{N},\mathbf{N}')=|\alpha(\mathbf{N})\rangle\langle\alpha(\mathbf{N}')|.$$

– естественное предположение

Предполагаем быструю эволюцию фотонной подсистемы:

$$\Lambda^{(1)}_{ph}(\mathbf{N},\mathbf{N})[|\alpha(\mathbf{N})\rangle\langle\alpha(\mathbf{N})|] = 0,$$

$$\alpha(\mathbf{N}) = \frac{\Omega}{\imath(\Delta + \sum_k u_k N_k) + \gamma}.$$

Она завершается формированием обычного когерентного состояния при заданных числах атомов в «больших» модах

$$\hat{\varrho}_{ph}(\mathbf{N},\mathbf{N}') = |\alpha(\mathbf{N})\rangle\langle\alpha(\mathbf{N}')|.$$

– естественное предположение

$$\Lambda^{(1)}_{ph}(\mathbf{N},\mathbf{N}')[|\alpha(\mathbf{N})\rangle\langle\alpha(\mathbf{N}')|] = \lambda^{(1)}(\mathbf{N},\mathbf{N}')|\alpha(\mathbf{N})\rangle\langle\alpha(\mathbf{N}')|,$$

– это собственное состояние лиувиллиана

где

$$\lambda^{(1)}(\mathbf{N},\mathbf{N}') = \frac{-\imath\Omega^2 \sum_k u_k(N_k - N'_k)}{[\gamma + \imath(\Delta + \sum_k u_k N_k))][\gamma - \imath(\Delta + \sum_k u_k N'_k))]}.$$

$$\frac{d}{dt}\langle \mathbf{N}|\hat{\varrho}_{at}|\mathbf{N}'\rangle = -\frac{\imath}{\hbar}\sum_k E_k \langle \mathbf{N}|[\hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k, \hat{\varrho}_{at}]|\mathbf{N}'\rangle +$$

$$\left(\lambda^{(1)}(\mathbf{N},\mathbf{N}') + \imath \overline{n}_{ph}\sum_k u_k(N_k - N_k')\right)\langle \mathbf{N}|\hat{\varrho}_{at}|\mathbf{N}'\rangle.$$

Уравнение эволюции медленной подсистемы атомов

$$\frac{d}{dt}\langle \mathbf{N}|\hat{\varrho}_{at}|\mathbf{N}'\rangle = -\frac{\imath}{\hbar}\sum_{k} E_k \langle \mathbf{N}|[\hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k, \hat{\varrho}_{at}]|\mathbf{N}'\rangle +$$

$$\left(\lambda^{(1)}(\mathbf{N},\mathbf{N}') + \imath \overline{n}_{ph} \sum_{k} u_k (N_k - N_k')\right)\langle \mathbf{N}|\hat{\varrho}_{at}|\mathbf{N}'\rangle.$$

Уравнение эволюции медленной подсистемы атомов

$$\overline{n}_{ph} = \sum_{\mathbf{N}} \langle \mathbf{N}|\hat{\varrho}_{at}^{(st)}|\mathbf{N}\rangle |\alpha(\mathbf{N})|^2.$$

– уравнение для среднего числа фотонов

Модель одной колебательной моды:

$$\lambda^{(1)}(N,N') \simeq$$

$$\frac{-\imath\Omega^2 u(N-N')}{\Delta^2+\gamma^2}\left(1-\frac{u\Delta(N+N')}{\Delta^2+\gamma^2}-\frac{\imath u\gamma(N-N')}{\Delta^2+\gamma^2}\right).$$

Модель одной колебательной моды:

$$\lambda^{(1)}(N,N') \simeq \frac{-\imath\Omega^2 u(N-N')}{\Delta^2+\gamma^2}\left(1-\frac{u\Delta(N+N')}{\Delta^2+\gamma^2}-\frac{\imath u\gamma(N-N')}{\Delta^2+\gamma^2}\right).$$

Кинетическое уравнение для атомов:

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}_{at} = -\imath[\hat{H}_{at},\hat{\varrho}_{at}] + 2\nu\hat{N}\hat{\varrho}_{at}\hat{N} - \nu\hat{N}^2\hat{\varrho}_{at} - \nu\hat{\varrho}_{at}\hat{N}^2.$$

Модель одной колебательной моды:

$$\lambda^{(1)}(N,N') \simeq \frac{-\imath\Omega^2 u(N-N')}{\Delta^2+\gamma^2}\left(1-\frac{u\Delta(N+N')}{\Delta^2+\gamma^2}-\frac{\imath u\gamma(N-N')}{\Delta^2+\gamma^2}\right).$$

Кинетическое уравнение для атомов:

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}_{at} = -\imath[\hat{H}_{at},\hat{\varrho}_{at}] + 2\nu\hat{N}\hat{\varrho}_{at}\hat{N} - \nu\hat{N}^2\hat{\varrho}_{at} - \nu\hat{\varrho}_{at}\hat{N}^2.$$

$$\hat{H}_{at} = \left(E+\frac{\Omega^2 u}{\Delta^2+\gamma^2}-\overline{n}_{ph}u+\delta\xi\right)\hat{N}+\delta\xi\hat{N}(\hat{N}-1),$$

Модель одной колебательной моды:

$$\lambda^{(1)}(N,N') \simeq \frac{-\imath\Omega^2 u(N-N')}{\Delta^2+\gamma^2}\left(1-\frac{u\Delta(N+N')}{\Delta^2+\gamma^2}-\frac{\imath u\gamma(N-N')}{\Delta^2+\gamma^2}\right).$$

Кинетическое уравнение для атомов:

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}_{at} = -\imath[\hat{H}_{at},\hat{\varrho}_{at}] + 2\nu\hat{N}\hat{\varrho}_{at}\hat{N} - \nu\hat{N}^2\hat{\varrho}_{at} - \nu\hat{\varrho}_{at}\hat{N}^2.$$

$$\hat{H}_{at} = \left(E+\frac{\Omega^2 u}{\Delta^2+\gamma^2}-\overline{n}_{ph}u+\delta\xi\right)\hat{N}+\delta\xi\hat{N}(\hat{N}-1),$$

$$\delta\xi = -\Omega^2u^2\Delta/(\Delta^2+\gamma^2)^2.$$ – эффективное межатомное взаимодействие

Оценка величины эффективного межатомного взаимодействия $^{87}\mathrm{Rb}$

λ = 0.96 μ; длина резонатора 10 см, радиус перетяжки 10 μ

скорость ухода фотонов $3 \cdot 10^{7}$ $с^{-1}$

оптический потенциал при одном фотоне в резонаторе -0.1 $с^{-1}$

среднее число фотонов 10^{8}

число атомов 10^{6}

межатомное взаимодействие на один атом $8 \cdot 10^{4}$ $с^{-1}$

Оценка величины эффективного межатомного взаимодействия $^{87}\mathrm{Rb}$

λ = 0.96 μ; длина резонатора 10 см, радиус перетяжки 10 μ

скорость ухода фотонов $3 \cdot 10^{7}$ $с^{-1}$

оптический потенциал при одном фотоне в резонаторе -0.1 $с^{-1}$

среднее число фотонов 10^{8}

число атомов 10^{6}

межатомное взаимодействие на один атом $8 \cdot 10^{4}$ $с^{-1}$

Эффективная добавка 20%

при этом скорость дефазировки не велика: 0.02 $с^{-1}$

Благодарим за внимание